

# 第 1 章 绪 论

本章简要介绍数字全息发展历史、成像特点与应用场景,重点介绍数字全息作为一种成像手段的原理与方法。在介绍完以上内容之后,结合文献综述与研究现状,重点展开所要论述的空间带宽积问题。最后给出本书的研究目的、研究框架与整体安排。

## 1.1 数字全息概述

### 1.1.1 数字全息发展简史

数字全息(digital holography, DH)发源于 1948 年匈牙利科学家 D. Gabor 所发明的全息术<sup>[1]</sup>。当时,为了解决电子显微镜中由于像差大而导致分辨率低的问题,D. Gabor 提出不用电子透镜汇聚成像,而是用干涉的方法将波前“冻结”形成一幅全息图。如图 1-1(a)所示,被物体干扰的光称为“物光波”(原文中叫作“secondary wavefront”),没有被物体干扰的光称为“参考光波”(原文中叫作“primary wavefront”),两者干涉形成全息图。重建时再用参考光照明全息图来获得原物体的像,这一过程的本质是波前重建。运用这一方法(通常称为“Gabor 全息术”),D. Gabor 成功地实现了第一幅可见光波段的全息图的制作与重建,如图 1-1(b)所示,原图见参考文献[1]。但是,因为 Gabor 全息术采用同轴的方式,即物光波与参考光波传播方向相同,导致重建像受到零级和孪生像的影响。当时激光还没有被发明,所用光源的相干性差,不容易形成稳定的干涉条纹,这一技术的前景曾经一度暗淡。

这一状态一直持续到 1962 年。为了克服孪生像的影响,E. Leith 和 J. Upatnieks 提出了离轴全息术<sup>[2-3]</sup>。该技术使用单独的一束平面波作为参考光波,其传播方向与物光波有一定的夹角,如图 1-2 所示;这样一来,再用参考光波照明离轴全息图时,重建像与孪生像便会出现在不同的方向上,从而得到清晰的、不受孪生像影响的重建像。值得一提的是,E. Leith 和 J. Upatnieks 在该工作中将通信理论引入全息术,为后来全息与傅里叶

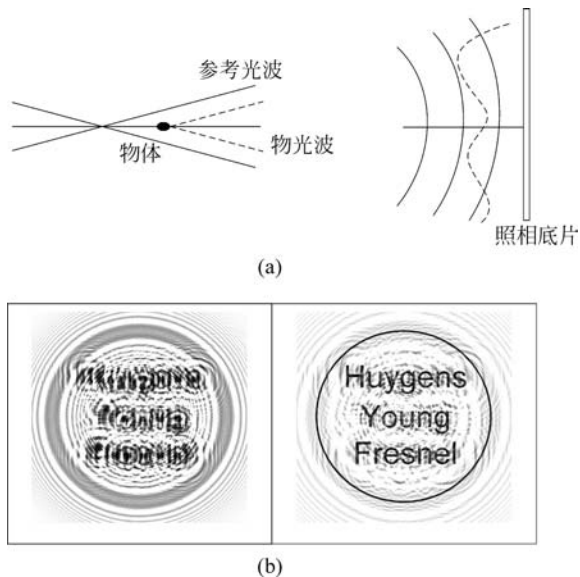


图 1-1 Gabor 全息

(a) 原理光路；(b) 全息图与重建图像

图中三个人名分别为 Huygens、Young 和 Fresnel

光学的发展做出了贡献。最初，他们并没有使用激光作为光源，直到 1964 年，他们使用激光照明分别实现了透射物体<sup>[3]</sup>和漫反射物体<sup>[4]</sup>的离轴全息图的记录。尽管在文章中他们认为激光并不是必要的，但是现在看来，激光的出现给全息技术的发展提供了绝佳的机会，随着激光的使用和离轴全息术的提出，全息术研究又进入了一个活跃期。

值得一提的是，在离轴全息发明之前，A. Lohmann 为了解决同轴全息中孪生像和零级的问题，于 1956 年提出了一种单边带全息，其具体的原理与技术细节可在 1968 年的一篇文章中找到<sup>[5]</sup>。对于实物体而言，其频谱是对称的，因此记录时可以用一个  $4f$  系统，在中间的傅里叶平面上挡掉物光波一半的频谱，记录下全息图。重建时，因为全息图是实数（强度）分布，其频谱也是对称的，但是只有一半是有效的，因此同样的，使用一个  $4f$  系统挡掉全息图的一半频谱，重建像就可以免于孪生像的干扰。实质上，被挡掉的一半频谱就是孪生像的来源。单边带全息在后来的发展中没有形成主流，但是其思想是具有借鉴价值的，感兴趣的读者可参考文献<sup>[5]</sup>。

这一时期的全息术还是光学全息，记录全息图的介质大多还是光学胶

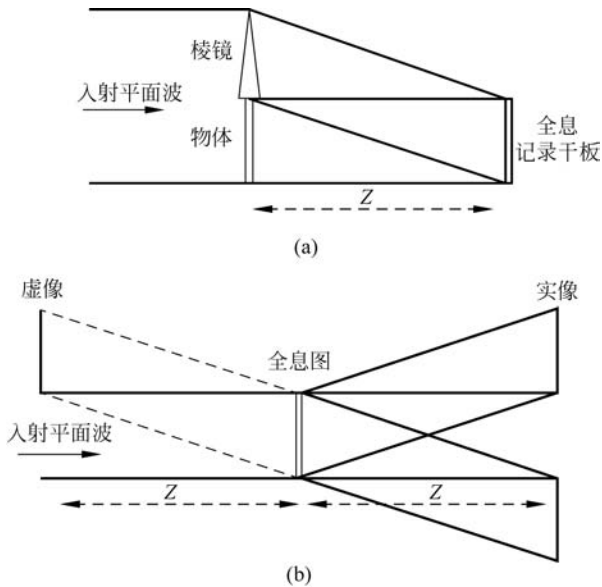


图 1-2 离轴全息术

(a) 离轴全息记录；(b) 离轴全息重建

片等光敏化学材料，曝光之后还需要显影、定影等化学操作。1967年，J. Goodman 和 R. Lawrence 用数字探测器取代传统的胶片，记录了一幅无透镜傅里叶变换全息图，并在计算机上完成了物体图像的重建，这是最早的数字全息成像的报道<sup>[6]</sup>。然而由于这一时期的数字探测器尚处于发展的初期，数字计算机的算力也很受限制，所以在此之后数字全息并没有马上获得较快的发展。直到1994年，U. Schnars 和 W. Jüptner 使用电荷耦合器件 (charge-coupled device, CCD) 直接记录了一幅菲涅耳全息图，并在计算机上完成了数字重建<sup>[7-8]</sup>。这一时期的数字探测器较上一时期已经有了长足的发展，同时数字计算机的内存、算力等性能也得到了很大提升，自此之后，数字全息进入了高速发展时期。1997年，I. Yamaguchi 和 T. Zhang 发明了相移数字全息，其利用四幅相位间隔为  $\pi/2$  的平面参考光波与物光波干涉得到四幅全息图，并通过算法重建图像<sup>[9]</sup>。这一方法不同于离轴全息中重建像与孪生像的分离，而是直接消除了孪生像，其成像光路如图 1-3 所示，其中相移器件并不一定是透射式的 (图中只是示意)，只要能够改变参考光波的相位即可，在反射式光路中压电陶瓷驱动反射镜步进也是一种相移方式。

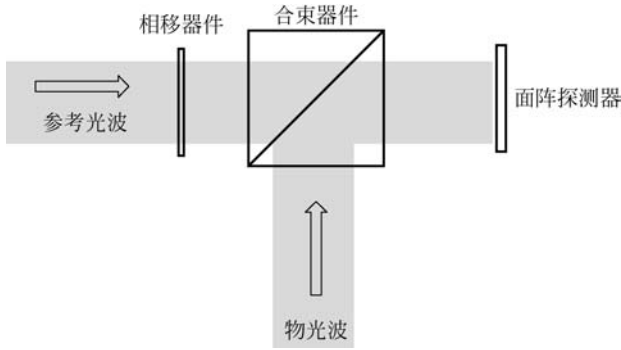


图 1-3 相移数字全息成像光路

近 20 年来,数字全息成像主要朝着两个方向发展:一是探索新的成像方法,着重方法的研究;二是发挥数字全息成像的优势探索不同的应用。

数字全息本质是一种对波前的记录与重建,将不同的技术与其结合,可以发展出多种新技术。如将显微成像与数字全息结合,使用激光作为照明光源,将传统的显微光路当作物光光路,并且引入单独的参考光与其干涉,便可形成数字全息显微成像技术,可以用于对传统显微镜不敏感的相位物体进行定量成像<sup>[10-17]</sup>;如将分辨率增强技术用于数字全息(主要方法是孔径合成),国外的 V. Mico、Z. Zalevsky,国内的赵建林、朱健强、王大勇、郜鹏、袁操今等研究团队利用数字全息干涉的方法记录下更多的有效物体频谱,而后合成为更大范围的频谱图,实现了高分辨率数字全息成像<sup>[18-32]</sup>。在同轴全息中,因为重建像会受到孪生像和零级的干扰,随着优化算法与计算硬件的发展,越来越多的优化算法被应用到全息图的重建中,如相位恢复、压缩感知,以及近年来兴起的深度学习等;在一定的约束条件下,这些方法实现了良好的成像效果。A. Ozcan 课题组发展出了片上数字全息<sup>[33-38]</sup>,David Brady 实现了压缩数字全息<sup>[39-42]</sup>,任振波等实现了基于深度学习的自聚焦数字全息<sup>[43-53]</sup>等技术;另外 T. Poon 提出了光学扫描全息,该技术借助电子调制可以消除孪生像和零级的干扰<sup>[54]</sup>。

在探索不同的应用方面,一般是针对某一特定问题进行。例如 E. Cuhe、C. Depeursinge、B. Kempe、M. Kim 与 Y. Park 等实现了对细胞等生物组织的定量相位成像<sup>[11-13,55-62]</sup>; H. Kreuzer、L. Tian 等实现了对三维粒子场的成像<sup>[63-75]</sup>; P. Picart 等实现了工业中振动的测量以及对材料形貌的测量<sup>[76-82]</sup>等。发展成像技术与探索成像应用这两个方向互有交叉,

比如用数字全息显微术实现对细胞的定量相位成像。当前,数字全息作为一种“干涉记录-衍射重建”的计算成像方法,已被广泛应用于包括生物医学与材料科学在内的诸多领域,并且在需求驱动下不断完善。同时,全息是傅里叶光学<sup>[83]</sup>的一个重要分支,傅里叶分析在数字全息的发展中也发挥了巨大的作用。

### 1.1.2 数字全息成像特点与应用场景

数字全息成像的核心是对波前的干涉记录与衍射重建,因此其有以下几个特点:

- (1) 干涉记录不需要与物体接触,可实现非接触成像与无损检测;
- (2) 数值衍射可将记录的波前传播任意距离,实现数字聚焦的三维成像;
- (3) 波前携带了物体的振幅和相位信息,因此可以实现定量成像(振幅与相位)。

数字全息成像的应用场景与其特点相关,作为一种波前的记录与重建方法,其被广泛应用于诸多领域:

- (1) 因为可实现无损检测与非接触成像,数字全息成像被广泛用于工业中的元件检测、应力测量、器件形貌与形变测量、振动测量等,可实现纳米级别的轴向测量精度<sup>[84]</sup>;
- (2) 因为可实现数字聚焦的三维成像,数字全息成像被广泛用于“场”成像,如三维粒子场,其能够快速、准确地得到粒子的位置、形状等信息;
- (3) 因为可以实现定量相位成像,数字全息成像被广泛用于振幅调制度不高但是相位信息丰富的物体成像,如生物组织、细胞等,可实现无标记的快速宽场生物样品成像。

以上简要介绍了数字全息成像的特点与应用场景,这两者根本上取决于数字全息成像的原理。

## 1.2 数字全息成像原理

数字全息成像是基于波动光学的技术。如图 1-4(a)所示,物体被照明后,透射或者散射的光(物光波)经过一段距离的传播,到达探测平面  $P$ , 如果可以获得该平面上物光波的复振幅分布,那么将复振幅逆向传播到物体所在的位置,就会得到清晰的图像。因为现在的数字探测器只能响应光波

的强度,如果直接在探测平面  $P$  上进行探测则会丢失物光波的相位分布。为了解决这一问题,在数字全息成像中,通常会另外引入一束已知复振幅分布的光波(参考光波)与物光波干涉并记录其干涉图样(数字全息图),如图 1-4(b)所示。从数字全息图中,可以解算出物光波在平面  $P$  上的复振幅分布,再用得到的复振幅分布重建物体的图像。

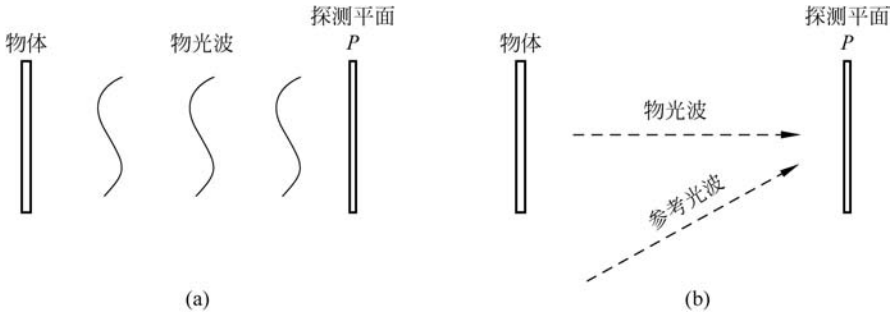


图 1-4 数字全息成像的原理

(a) 物光波复振幅传播; (b) 参考光波与物光波干涉记录物光波复振幅

下面用数学语言表述以上过程,首先建立如图 1-5 所示的坐标系。

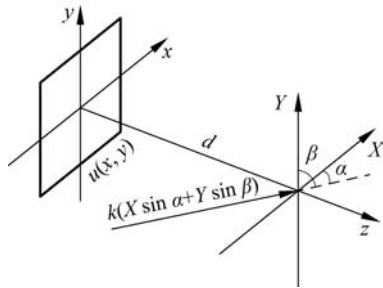


图 1-5 数字全息成像的坐标系

记物体的复透过率函数为  $u(x, y)$ , 在一束平面波照明下, 物体后的光场复振幅分布即为  $u(x, y)$ 。假设该光场传播距离  $d$  到达  $(X, Y)$  平面, 记该平面上的复振幅分布为  $O(X, Y) = a_o(X, Y) \exp[i\varphi_o(X, Y)]$ , 其中  $a_o(X, Y)$  是振幅,  $\varphi_o(X, Y)$  是相位(标记习惯下同); 同时记参考光波在  $(X, Y)$  平面上的复振幅分布为  $R(X, Y) = a_r(X, Y) \exp[i\varphi_r(X, Y)]$ , 则干涉图样  $H(X, Y)$  可表示为

$$H(X, Y) = |O(X, Y) + R(X, Y)|^2$$

$$\begin{aligned}
 &= [O(X, Y) + R(X, Y)][O(X, Y) + R(X, Y)]^* \\
 &= |O(X, Y)|^2 + |R(X, Y)|^2 + O^*(X, Y)R(X, Y) + \\
 &\quad O(X, Y)R^*(X, Y)
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

其中 $*$ 表示共轭。将 $O(X, Y)$ 和 $R(X, Y)$ 的表达式代入(1.1)式并化简, 可以进一步得到:

$$H = |a_o|^2 + |a_r|^2 + a_o a_r \exp[i(\varphi_o - \varphi_r)] + a_o a_r \exp[i(\varphi_r - \varphi_o)] \tag{1.2}$$

为了简洁将坐标 $(X, Y)$ 略去(下同)。仔细观察(1.2)式可以发现: 第一项 $|a_o|^2$ 是物光波的自相关项, 第二项 $|a_r|^2$ 是参考光波的自相关项, 这两项都是零级, 因为 $|a_r|^2$ 是均匀的, 故在本书中如无特殊说明, 当说到零级时只关心 $|a_o|^2$ ; 第三项和第四项互为复共轭。以上四项中, 只有第三项中含有重建物体图像所需要的 $U = a_o \exp(i\varphi_o)$ , 因此需要将第三项提取出来。常见的做法是用一束倾斜平面波作为参考光波, 如图 1-5 所示。倾斜平面波的作用是提供一个载频, 也就是一个倾斜相位 $\varphi_r = k(X \sin\alpha + Y \sin\beta)$ , 其中 $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$ 是波长。

若将(1.2)式中的干涉图样进行傅里叶变换, 前两项将分布在空间频率域的中间部分, 第三项和第四项将对称地分布在空间频率域的两侧。当第三项不受前两项和第四项的干扰时, 通过频域滤波的方法便可以将其滤出, 得到 $H_3 = a_o a_r \exp[i(\varphi_o - \varphi_r)]$ 。然后再将 $H_3$ 乘以参考光波, 得到:

$$H_3 R = a_o a_r \exp[i(\varphi_o - \varphi_r)] a_r \exp(i\varphi_r) = a_r^2 [a_o \exp(i\varphi_o)] = a_r^2 O \tag{1.3}$$

至此, 已经得到了 $(X, Y)$ 平面上物光波的复振幅 $O(X, Y)$ , 只是多了一个系数 $a_r^2$ , 因为参考光波是平面波, 所以 $a_r$ 是一个与坐标 $(X, Y)$ 无关的常数, 其对重建物体图像并无实质影响。

得到了物光波在 $(X, Y)$ 平面上的复振幅分布之后, 将其逆向传播距离 $d$ 到物体平面, 便可以重建出清晰的图像, 得到最终的数字全息重建像。值得注意的是, 因为数字全息图是经过采样后的离散数字信号, 因此数字全息图的重建是在计算机上通过数值衍射算法完成的, 这一部分将在 1.2.2 节中介绍。

### 1.2.1 数字全息光学干涉记录模式

为了获得物光波在探测平面上的复振幅分布, 常用的干涉记录模式有

同轴、离轴与相移。

### 1.2.1.1 同轴数字全息

如图 1-6 所示,同轴数字全息只需要一束光,被物体干扰的部分当作物光波,没有被物体干扰而直接透射的部分当作参考光波,这二者发生干涉。因此,物体不能是致密的,不能将所有的光都干扰了,所以同轴全息对成像的物体有要求,其适用于一些稀疏分布或者相对于照明区域而言尺寸较小的弱散射物体。

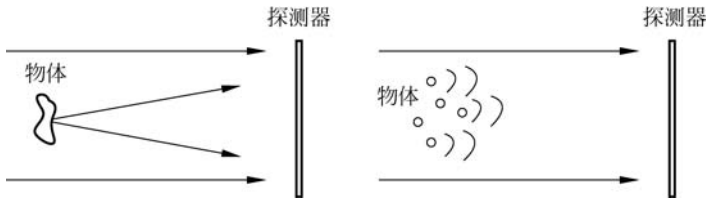


图 1-6 同轴数字全息的原理

在使用平面波照明的同轴全息中,(1.2)式中的  $\varphi_r$  是一个均匀相位,简单起见可假设  $\varphi_r = 0$ 。因此,第三项并不能与其他几项分离,这使得重建图像受到噪声干扰,其中主要的干扰来自于第一项  $|a_o|^2$  和第四项  $a_o a_r \exp[i(\varphi_r - \varphi_o)]$ 。因为第四项与第三项互为复共轭,所以第四项造成的噪声一般称为“孪生像”。解决孪生像问题一直是同轴数字全息中一个重要的研究方向。

### 1.2.1.2 离轴数字全息

在介绍数字全息成像原理时已经引入了“离轴”的概念,即引入一束单独的、传播方向与物光波有一定夹角的参考光波与之干涉,这便是离轴数字全息,在满足一定的条件时,(1.2)式中的第三项便可以与其他几项分离。此处的条件就是物光波和参考光波之间的夹角需在一定的范围内,如果太小,则意味着参考光的载频太小,在空间频率域中的频移不足以将第三项与其他几项分开;如果太大,则形成的干涉条纹太密,超出了数字探测器的采样能力,会出现混叠。

假设物体的带宽为  $B$ ,则(1.2)式中第一项的带宽为  $2B$ (自相关将带宽展宽一倍);第二项带宽为  $0$ (任何单一方向平面波的自相关带宽都为  $0$ );第三项带宽为  $B$ ,但是有一个大小为  $\sin\alpha/\lambda$  的频移(以一维方向为例);第四项带宽为  $B$ ,也有一个大小为  $\sin\alpha/\lambda$  的频移,但是方向与第三项中的频

移相反。将得到的数字全息图进行傅里叶变换,空间频率域中的频谱分布如图 1-7 所示,为了将第三项分离,需满足:

$$\frac{3}{2}B \leq \frac{\sin\alpha}{\lambda} \quad (1.4)$$

因此

$$\sin\alpha \geq \frac{3}{2}\lambda B \quad (1.5)$$

这就是夹角的最小值。

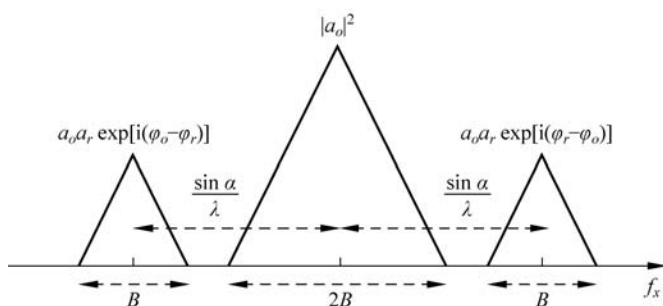


图 1-7 离轴数字全息频谱分布

同时,夹角为  $\theta$  的两束光的干涉条纹的周期需大于数字探测器的采样周期  $2\Delta$  ( $\Delta$  是探测器的像素尺寸),即

$$\frac{\lambda}{\sin\theta} \geq 2\Delta \quad (1.6)$$

这里有一点需要注意,参考光是沿着单一的方向进行传播的,但是物光波有一定的角度范围,因为物体的带宽为  $B$ ,假设其频谱分布比较对称,则在波长是  $\lambda$  的平面波照明下,物光波的角度范围近似为  $[-\lambda B/2, \lambda B/2]$ ,因此参考光与物光最大夹角为  $(\lambda B/2) + \alpha$ ,将  $\theta = (\lambda B/2) + \alpha$  代入(1.6)式并整理可得:

$$\alpha \leq \arcsin\left(\frac{\lambda}{2\Delta}\right) - \frac{\lambda B}{2} \quad (1.7)$$

一般波长比探测器的像素尺寸小一个数量级,且物体带宽要远小于  $1/\lambda$ ,因此(1.7)式可以近似写为

$$\sin\alpha \leq \frac{\lambda}{2\Delta} - \frac{\lambda B}{2} \quad (1.8)$$

这就是夹角的最大值。(1.6)式中干涉条纹周期的计算式用到了一个近似,

当角度比较小时,  $2\sin(\theta/2) \approx \sin\theta$ 。

结合(1.5)式和(1.8)式,可以得到夹角的范围:

$$\frac{3}{2}\lambda B \leq \sin\alpha \leq \frac{\lambda}{2\Delta} - \frac{\lambda B}{2} \quad (1.9)$$

从(1.9)式中可以得到:

$$2\lambda B \leq \frac{\lambda}{2\Delta} \quad (1.10)$$

因此,对于一个像素尺寸为  $\Delta$  的探测器来说,其可以记录的物光波的带宽范围是

$$B \leq \frac{1}{4\Delta} \quad (1.11)$$

这是探测器本身带宽(像素尺寸的倒数,即  $1/\Delta$ )的  $1/4$ 。以上推导是沿着  $x$  或者  $y$  方向得出的结论,若是沿着对角方向,可以记录的物光波的带宽则稍大,是(1.11)式的  $\sqrt{2}$  倍,这是因为对角方向上的探测器采样周期缩小为  $x$  或者  $y$  方向的  $1/\sqrt{2}$ 。可以看到,离轴数字全息中探测器的带宽不能得到充分的利用。这一问题在相移数字全息中得到了解决。

### 1.2.1.3 相移数字全息

与离轴数字全息不同,相移数字全息通过牺牲时间分辨率的方法来消除(1.2)式中其他项对第三项的干扰,通过改变参考光波的相位,拍摄多幅同轴全息图,并经过简单的处理便可以得到物光波在探测平面上的复振幅分布。参考光波相位的改变可以由压电陶瓷驱动反射镜实现,也可由相位型空间光调制器实现。这里,以四步相移为例介绍其数学原理。假设四幅全息图对应的参考光波的相位分别为  $0, \pi/2, \pi$  和  $3\pi/2$ , 代入(1.2)式得到四幅全息图的表达式:

$$\begin{cases} H_1 = |a_o|^2 + |a_r|^2 + a_o a_r \exp[i(\varphi_o - 0)] + a_o a_r \exp[i(0 - \varphi_o)] \\ H_2 = |a_o|^2 + |a_r|^2 + a_o a_r \exp\left[i\left(\varphi_o - \frac{\pi}{2}\right)\right] + a_o a_r \exp\left[i\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_o\right)\right] \\ H_3 = |a_o|^2 + |a_r|^2 + a_o a_r \exp[i(\varphi_o - \pi)] + a_o a_r \exp[i(\pi - \varphi_o)] \\ H_4 = |a_o|^2 + |a_r|^2 + a_o a_r \exp\left[i\left(\varphi_o - \frac{3\pi}{2}\right)\right] + a_o a_r \exp\left[i\left(\frac{3\pi}{2} - \varphi_o\right)\right] \end{cases} \quad (1.12)$$

利用欧拉公式  $\exp(i\varphi) = \cos\varphi + i\sin\varphi$ , 从(1.12)式中的四幅全息图中