

第五章 相交线与平行线

5.1 相交线

5.1.1 相交线

1. (1) 如果两条直线 只有一个 公共点, 我们称这两条直线为 相交线. 相交是同一平面内两条直线的一种 位置 关系.



(2) 相交的三条直线, 也叫做_____.

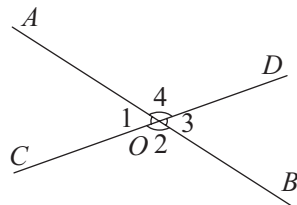
(3) 相交的四条直线, 也叫做_____.

小结

凡是_____的直线, 都叫做相交线.

★邻补角

2. (1) 如图, 任意两条直线 AB , CD 相交产生 4 个角, 这些角有 一个公共顶点.



(2) 观察角的特点: 如 $\angle 1$ 与 $\angle 2$, 除了有一个 公共顶点 O 之外, 还有一条 公共边 OC , $\angle 1$ 的另一边 OA 与 $\angle 2$ 的另一边 OB 互为 反向延长线, 有这两种关系的两个角互为 邻补角, 即 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为 邻补角.

(3) $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 有一个_____, 有一条公共边_____, $\angle 2$ 的另一边 OC 与 $\angle 3$ 的另一边 OD 互为_____, $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 互为_____.

(4) $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 有一个_____, 有一条公共边_____, $\angle 3$ 的另一边 OB 与 $\angle 4$ 的另一边 OA 互为_____, $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 互为_____.

(5) $\angle 4$ 与 $\angle 1$ 有一个_____, 有一条公共边_____, $\angle 4$ 的另一边 OD 与 $\angle 1$ 的另一边 OC 互为_____, $\angle 4$ 与 $\angle 1$ 互为_____.

答案

1.

(2) 相交线

(3) 相交线

相交

2.

(3) 公共顶点 O OB
反向延长线
邻补角

(4) 公共顶点 O OD
反向延长线
邻补角

(5) 公共顶点 O OA
反向延长线
邻补角

小结

两个角有一条公共边，它们的另一条边互为反向延长线，具有这种位置关系的两个角互为邻补角。

3. (1) 在题 2 图中， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为邻补角，则由补角定义， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ 。
 (2) $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 互为邻补角，则由补角定义， $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ 。
 (3) $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 互为邻补角，则由补角定义， $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ 。
 (4) $\angle 4$ 与 $\angle 1$ 互为邻补角，则由补角定义， $\angle 4 + \angle 1 = 180^\circ$ 。

小结

邻补角的性质：邻补角互补，即互为邻补角的两个角的度数之和是180°。

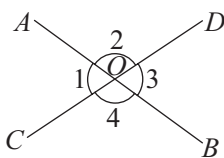
★对顶角

4. (1) 根据题 2 图填空。
 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 有一个公共顶点 O，并且 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 的两条边互为反向延长线，具有这种位置关系的两个角互为对顶角。
 (2) $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 的两边互为反向延长线， $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 互为对顶角。
 (3) 在题 2 图中， $\angle BOD$ 与 $\angle AOC$ 互为对顶角， $\angle BOC$ 与 $\angle AOD$ 互为对顶角。

小结

两个角有一个公共顶点，并且一个角的两边是另一个角的两边的反向延长线，具有这种位置关系的两个角互为对顶角。

5. (1) 如图，已知直线 AB ， CD 相交于点 O 。



根据邻补角的定义：

$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补， $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 互补。

又根据同角的补角相等，可得 $\angle 2 = \angle 4$ 。

而 $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 是对顶角，于是得出对顶角相等，这是对顶角的一个重要性质。

- (2) 如上图，已知直线 AB ， CD 相交于点 O ，说出 $\angle 1 = \angle 3$ 的理由。

解：直线 AB ， CD 相交于点 O ，

因为 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ （邻补角的定义），

$\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ （邻补角的定义），

3.

(2) 邻补角 180°

(3) 邻补角 180°

(4) 邻补角 180°

180°

4.

(2) 互为反向延长线 对顶角

(3) $\angle AOC$
 $\angle AOD$

5. (1)

互补

对顶角 相等

(2)

邻补角的定义

所以 $\angle 1 = \angle 3$ ().

小结

对顶角的性质：对顶角相等.

★邻补角与对顶角的计算

6.(1) 如图, 直线 a, b 相交, $\angle 1 = 40^\circ$, 求 $\angle 2, \angle 3$ 与 $\angle 4$ 的度数.

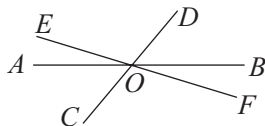
解: 由邻补角的定义, 可得

$$\begin{aligned}\angle 2 &= 180^\circ - \angle 1 \\ &= 180^\circ - 40^\circ \\ &= \end{aligned}$$

由对顶角的性质, 可得

$$\begin{aligned}\angle 3 &= \angle 1 = , \\ \angle 4 &= \angle 2 = .\end{aligned}$$

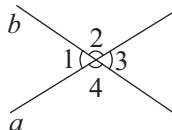
(2) 如图, 直线 AB, CD, EF 相交于点 O .



① 写出 $\angle AOC$, $\angle BOE$ 的邻补角.

② 写出 $\angle DOA$, $\angle EOC$ 的对顶角.

③ 如果 $\angle AOC = 50^\circ$, 求 $\angle BOD$, $\angle BOC$ 的度数.



6.(1)

140°

40°

140°

(2)

① $\angle AOC$ 的邻补角为 $\angle BOC$ 与 $\angle AOD$; $\angle BOE$ 的邻补角为 $\angle AOE$ 与 $\angle BOF$.

② $\angle DOA$ 的对顶角为 $\angle BOC$; $\angle EOC$ 的对顶角为 $\angle FOD$.

③ $\angle BOD = \angle AOC = 50^\circ$,
 $\angle BOC = 180^\circ - \angle AOC$
 $= 180^\circ - 50^\circ$
 $= 130^\circ$.

小结

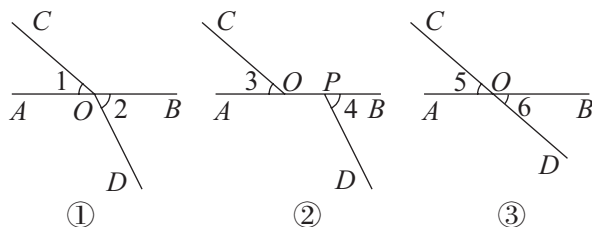
角	图形	顶点	边的关系	相关性质
对顶角	 $\angle 1$ 与 $\angle 2$	有公共顶点	$\angle 1$ 的两边与 $\angle 2$ 的两边互为反向延长线	对顶角相等, 即 $\angle 1 = \angle 2$
邻补角	 $\angle 3$ 与 $\angle 4$	有公共顶点	$\angle 3$ 与 $\angle 4$ 有一条公共边, 另一边互为反向延长线	邻补角互补, 即 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$

7. 现有下列说法：①互补的两个角一定是邻补角；②有公共顶点且互补的两个角一定是邻补角；③有公共顶点以及一条公共边且互补的两个角一定是邻补角；④有公共顶点且有一条公共边，另一边互为反向延长线的两个角一定是邻补角. 其中正确说法的个数是 ().

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

8. 如果 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 互为邻补角，则有 $\angle\alpha + \angle\beta = 180^\circ$ ；反之，如果 $\angle\alpha + \angle\beta = 180^\circ$ ，则 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ _____ 互为邻补角. (填“一定”或“不一定”)

9. (1) 如图①中，点 A, O, B 在一条直线上，点 C, O, D 不在一条直线上， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角吗？为什么？



答：不是，因为 $\angle 1$ 的边 OC 不是 $\angle 2$ 的边 _____ 的反向延长线.

(2) 图②中， O, P 是直线 AB 上的两点， $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是不是对顶角？为什么？

(3) 图③中，直线 AB, CD 相交于点 O ， $\angle 5$ 和 $\angle 6$ 是对顶角吗？为什么？

小结

两个角有一个 _____，并且一个角的两边是另一个角的两边的 _____，具有这种位置关系的两个角互为 对顶角.

判断对顶角的两个条件：一是有公共顶点，二是两边互为反向延长线.

7.

A

提示：有公共顶点、公共边的两个角可能在同一侧，不一定是邻补角.

8.

不一定

9. (1)

OD

(2)

不是，因为 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 没有公共顶点.

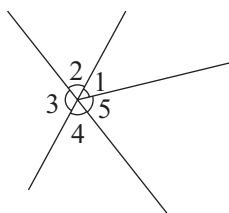
(3)

是，因为 $\angle 5$ 和 $\angle 6$ 有公共顶点，并且 $\angle 5$ 的两边 OA, OC 分别是 $\angle 6$ 的两边 OB, OD 的反向延长线.

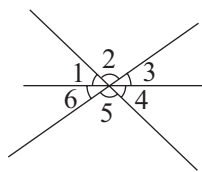
公共顶点

反向延长线

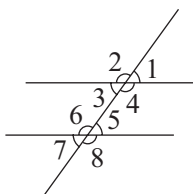
10. 写出图①②③中所标的各角哪些是对顶角.



①



②



③

(1) 图①中, 标出的各角中有_____对对顶角, 它们是_____.

(2) 图②中, 标出的各角中有_____对对顶角, 它们是_____.

(3) 图③中, 标出的各角中有_____对对顶角, 它们是_____.

11. 判断正误, 若错误请说出理由.

(1) 有公共顶点的两个角是对顶角. ()

理由:

(2) 对顶角相等. ()

理由:

(3) 一个角有两个邻补角. ()

理由:

(4) 互为邻补角的两个角一定有一个是钝角. ()

理由:

(5) 相等的角是对顶角. ()

理由:

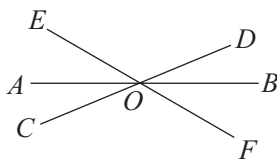
12. 如图, 直线 AB , CD , EF 相交于点 O ,

$\angle BOE$ 的对顶角是_____ , $\angle COF$ 的

邻补角是_____ , 若 $\angle AOE =$

30° , 那么 $\angle BOE =$ _____ =_____ ,

$\angle BOF =$ _____ =_____ .



10.

(1) 1

$\angle 2$ 与 $\angle 4$

(2) 3 $\angle 1$ 与 $\angle 4$, $\angle 2$ 与 $\angle 5$, $\angle 3$

与 $\angle 6$

(3) 4 $\angle 1$ 与 $\angle 3$, $\angle 2$ 与 $\angle 4$,

$\angle 5$ 与 $\angle 7$, $\angle 6$ 与 $\angle 8$

11.

(1) $\times$

两个角有一个公共顶点, 并且一个角的两边是另一个角的两边的反向延长线, 具有这种位置关系的两个角互为对顶角.

(2) $\checkmark$

(3) $\checkmark$

(4) $\times$

互为邻补角的两个角有可能是两个直角.

(5) $\times$

两个角有一个公共顶点, 并且一个角的两边是另一个角的两边的反向延长线, 具有这种位置关系的两个角互为对顶角.

12.

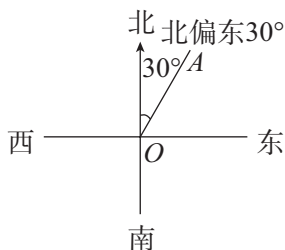
$\angle AOF$

$\angle COE$ 与 $\angle DOF$

$180^\circ - \angle AOE = 150^\circ$

$\angle AOE = 30^\circ$

- *13. 如图, OA 是北偏东 30° 方向的一条射线, OA 与正西方向的夹角度数是_____, 其邻补角的度数是_____.



请你画出北偏西 60° 的射线 OB , 算出它与正东方向的夹角, 并算出这个角的邻补角的度数.

*13.

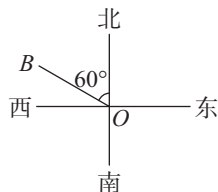
120°

60°

它与正东方向的夹角为

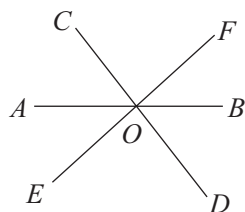
150° ; 这个角

的邻补角为 30° .



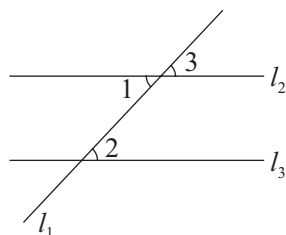
课堂测验一

1. 如图, AB , CD , EF 是经过点 O 的三条直线, 写出 $\angle AOC$, $\angle FOB$ 的对顶角, 以及 $\angle AOF$ 的邻补角.



2. 已知 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为邻补角, 并且 $\angle 1$ 比 $\angle 2$ 大 20° , 求 $\angle 1$, $\angle 2$ 的度数.

3. 已知直线 l_2 , l_3 被直线 l_1 所截 (如图), 且 $\angle 1 = \angle 2$. 证明: $\angle 2 = \angle 3$.

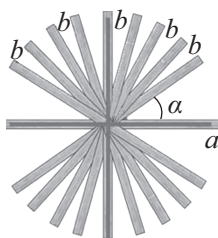


5.1.2 垂线

5.1.2.1 垂线的基础知识

★垂线的定义

1. (1) 如图, 在相交线的模型中, 固定木条 a , 转动木条 b , 当 b 的位置变化时, a , b 所成的 $\angle \alpha$ 也会发生变化.



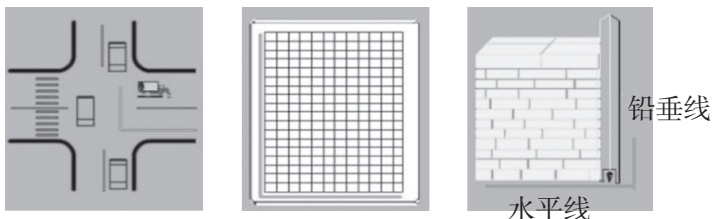
1.

当 $\alpha = 90^\circ$ 时, a 与 b 相互 垂直;

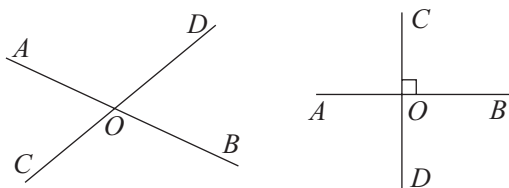
当 $\alpha \neq 90^\circ$ 时, a 与 b 不垂直.

(2) 垂直是相交的一种特殊情形, 两条直线互相垂直, 其中的一条直线叫做另一条直线的 垂线.

(3) 日常生活中, 两条直线互相垂直的情形很常见, 如下图所示, 你能再举出其他例子吗?



(4) 如图, 两条直线相交, 观察所形成的角, 可以是_____角, 也可以是_____角, 还可以是_____角.



(5) 如上图, AB 与 CD 相交于点 O , 当 $\angle AOD$ 是直角 (即 $\angle AOD = 90^\circ$) 时, 我们就说 AB 垂直于 CD , 它们的交点 O 叫做 垂足.

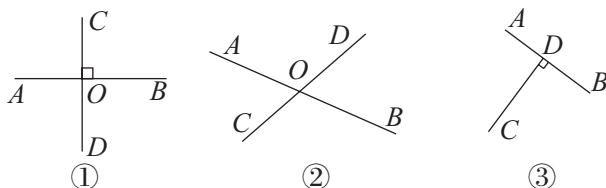
因为 $\angle AOD$ 与 $\angle BOC$ 是对顶角, 所以 $\angle BOC$ 是_____. 因为 $\angle AOD$ 与 $\angle AOC$ 是_____, 所以 $\angle AOC$ 是_____, 同样, $\angle BOD$ 也是_____.

即两条直线相交, 有一个角是_____时, 其余三个角都是_____.

小结

当两条直线相交所成的四个角中, 有一个角是_____时, 就说这两条直线互相垂直, 其中一条直线叫做另一条直线的垂线, 它们的交点叫做 垂足.

(6) 请指出下图中表示 AB 垂直于 CD 的是_____, 它们的垂足分别是_____.



(3)

门框与地板、长方形两条邻边等.

(4) 锐

钝 直

(5)

直角

邻补角 直角

直角

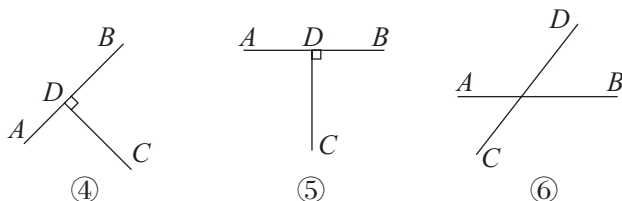
直角

直角

直角

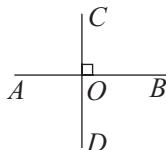
(6) ①③④⑤

O, D, D, D



★垂线的表示法

2.(1) 如图, 如果 $\angle BOC = 90^\circ$, 那么 AB 与 CD _____ . 其中 AB 是 CD 的 垂线, CD 也是 _____ 的垂线.



记作 $AB \perp CD$, 或 $CD \perp AB$, 垂足为 O , 符号 “ $\perp$ ” 读作 “垂直于”. $AB \perp CD$, 读作 “ AB 垂直于 CD ”.

(2) 如图, 如果 $\angle BOD = 90^\circ$, 那么 _____ 与 _____ 垂直, AB 是 _____ 的垂线, CD 也是 AB 的 _____, 记作 _____, 垂足是 _____.

(3) 如图, 如果 $\angle BOC = 90^\circ$, 根据两条直线互相垂直的定义, 可以得出 $AB \perp CD$.

(4) 如图, 如果 $\angle AOC = 90^\circ$, 根据 _____, 可以得出 _____.

2.(1)
互相垂直
 AB

(2) AB CD
 CD 垂线 $AB \perp CD$
 O

(4) 两条直线互相垂直的定义
 $AB \perp CD$

小结

直线 a , b 互相垂直, 垂足为 O , 记为 $a \perp b$ 或 $b \perp a$.
若要强化垂足, 则记为 $a \perp b$, 垂足为 O .

★垂直的书写形式

3. 两条直线互相垂直的定义, 一般可以写成如下推理形式.

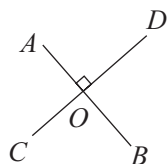
(1) 如图, 当直线 AB 与 CD 相交于点 O , $\angle BOC = 90^\circ$ 时, $AB \perp CD$, 垂足为 O .

书写形式:

$\because \angle BOC = 90^\circ$ (已知),
 $\therefore AB \perp CD$ (垂直的定义).

反过来:

$\because AB \perp CD$ (已知),
 $\therefore \angle BOC = 90^\circ$ (垂直的定义).



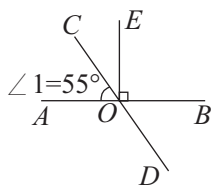
(2) 如图, 直线 AB 与 CD 相交于点 O , $OE \perp AB$, $\angle 1 = 55^\circ$, 求 $\angle EOD$ 的度数.

解: $\because AB \perp OE$ (已知),

3.

(2)

$\therefore \angle BOE = 90^\circ$ (垂直的定义).
 $\therefore \angle BOD = \angle 1 = 55^\circ$ (_____),
 $\therefore \angle EOD = \angle BOE + \angle BOD$
 $= 90^\circ + 55^\circ$
 $=$ _____ .



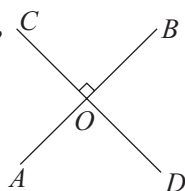
对顶角相等

145°

小结

用符号表示推理过程，“因为”用符号_____表示，“所以”用_____表示.

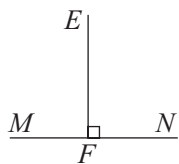
(3) 如图, 已知 $\angle BOC = 90^\circ$, 根据垂直的定义, 可得_____. 可写成如下推理形式:



$\therefore \angle BOC = 90^\circ$ (已知),
 $\therefore AB \perp CD$ (垂直的定义).

(3)
 $AB \perp CD$

(4) 如图, 已知 $EF \perp MN$, 根据垂直的定义, 可得_____. 可写成如下推理形式:



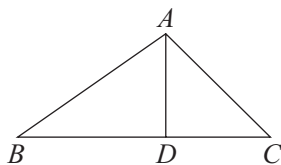
$\therefore$ _____ (_____),
 $\therefore$ _____ (_____).

(4) $\angle EFN = 90^\circ$

$EF \perp NM$ 已知

$\angle EFN = 90^\circ$ 垂直的定义

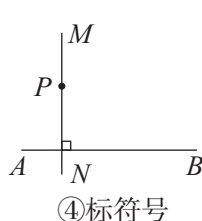
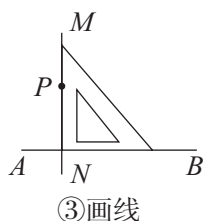
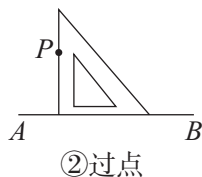
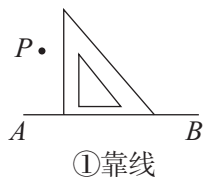
(5) 如图, 已知 $\angle ADC = 90^\circ$, 根据_____, 可得_____, 垂足是_____, 写成推理形式:



(5) 垂直的定义
 $AD \perp BC$ D
 $\therefore \angle ADC = 90^\circ$ (已知),
 $\therefore AD \perp BC$ (垂直的定义).

★垂线的画法 (用三角板画图)

4.(1) 已知直线 AB 及 AB 外一点 P , 过点 P 画 AB 的垂线, 过程如下.



步骤如下.

① 靠线: 把三角板的一条直角边靠在已知直线 AB 上.

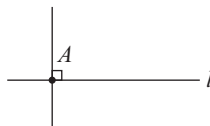
② 过点：使三角板的另一条直角边过点 P 。

③ 画线：沿过点 P 的直角边画直线。

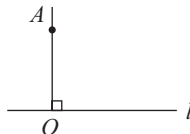
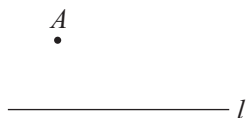
④ 标符号：在两线相交处标直角符号。

直线 MN 即为所要求的过点 P 垂直于 AB 的直线。

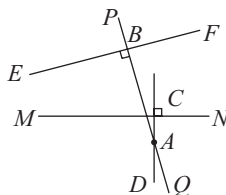
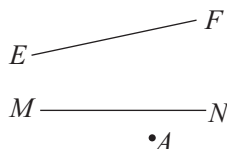
(2) 按上述画法，过已知直线 l 上一点 A ，画已知直线 l 的垂线。



(3) 过已知直线 l 外一点 A ，画已知直线 l 的垂线。

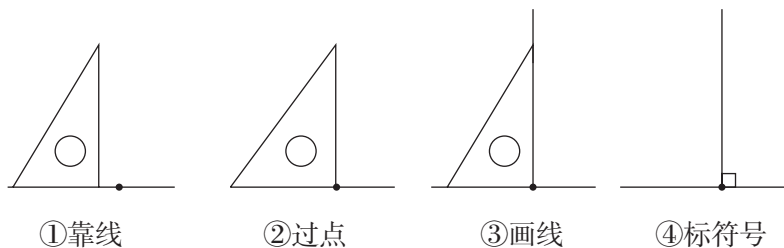


(4) 按要求画图：如图，过点 A 作 $CD \perp MN$ 于点 C ，过点 A 作 $PQ \perp EF$ 于点 B 。



小结

过已知直线外（或直线上）一点，画已知直线的垂线，步骤可概括为一靠、二过、三画、四标。



(5) 在下面各图中，分别过点 P 画直线 AB 的垂线。

