

# 第 1 章 引 言

## 1.1 研究背景及意义

自然对流作为一种无施加外力驱动（如泵或风机等驱动装置）、仅依靠流体内部温度梯度产生密度梯度、进而由浮力驱动形成流体运动的流动方式，在自然现象、工业生产和日常生活中十分常见，如大气对流形成不同的天气形式<sup>[1]</sup>、海洋中的热盐对流<sup>[2]</sup>、金属生产工艺中的对流<sup>[3]</sup>、电子元器件的对流冷却<sup>[4]</sup>及冬季取暖装置形成室内冷暖空气的对流等。在所有对流传热方式中，自然对流的局限性在于其传热效率相对较低，但是自然对流具备诸多固有优点——可自发产生（仅凭流体自身的温度梯度驱动）、安全性强、经济性高及不需要额外引入泵或风机等机械运动部件（因此可避免系统中产生不必要的机械震荡、装置部件疲劳损伤和工业噪声等），故自然对流的传热方式仍然被广泛应用于日常生活、能源领域和涉及加热/冷却设备（如生化、核能和工艺工程等领域）的多种工业技术之中。

当自然对流和相变边界条件进行耦合，复杂的热量输运和质量在不同相态之间的再分配现象就会增加额外的复杂性和挑战性。下面以一个标准大气压下的液态水为基本相态，对水的气-液相变和固-液相变进行具体说明。

一方面，当水温达到该气压下的饱和温度，继续升高温度，液态水发生沸腾，产生蒸气泡，此时为气-液相互作用，沸腾过程中巨大的汽化潜热通常和高效的热量输运相关<sup>[5]</sup>。气-液相互作用在自然界和工业生产中十分常见。例如，化学实验中通过蒸馏的方法实现互溶液体间的相分离<sup>[6]</sup>，工业生产中的蒸气发生器<sup>[7]</sup>，甚至日常烧开水的过程也离不开沸

腾。上述物理过程均涉及热量输运，而其中的关键问题即是如何提高现有封闭换热系统中自然对流的热输运效率，以达到高效、节能的效果。

另一方面，当液态水的温度降低到该气压下的凝固温度后继续降温，液态水凝固成冰，此时为液-固相互作用。经历融化或凝固等相变过程的对流流体可以催生出丰富的流体流动形态和固-液相变界面形貌特征，这在地球物理研究领域具有重大意义。例如，火山学中岩浆的凝固过程<sup>[8-10]</sup>、行星学中的岩浆海洋<sup>[11]</sup>、地貌学和冰川学中高纬度地区的冻湖<sup>[12]</sup>、同大陆架相连接的冰架及冰架崩解后形成的漂浮在海洋中的冰山<sup>[13-17]</sup>、冰川动力学及其所承受的流动侵蚀作用<sup>[18]</sup>，以及在海洋科学中预测北极海冰年变化周期<sup>[19]</sup>等。在工业应用方面，对流驱动与相变耦合系统在金属冶炼<sup>[20-21]</sup>、物质净化<sup>[22]</sup>和相变储能<sup>[23]</sup>等热门领域发挥着关键作用。根据所处的具体环境，发生液-固相变作用的工质成分及流变性等复杂程度存在差异，涵盖了从单组分液体（如化工过程中所使用的净化液体）到非均质复杂组分（如非均质熔融岩浆、泥水或海水等）的宽广范围。作为最常见的工作流体，水是较为理想的研究对象。然而水也具有特殊性质：密度反转特性，即水在凝固点温度（液固相变温度  $T_{\phi} = 0^{\circ}\text{C}$ ）以上时，其密度随温度呈现非单调变化，进而导致水体在温度梯度作用下存在非单调变化的浮力强度。从研究物理机理的角度而言，与上述过程相关的问题是：处于层流或湍流状态的流体如何决定冰水界面的形貌特征，其决定因素是否可以利用单一、通用的某种机制进行解释。例如，能否设想一个流动和相变耦合现象的流体力学理论模型，在不需要考虑耦合问题描述中所涉及的热力学和流体动力学方程复杂性的基础上，对冰水界面形貌特征进行预测性论证。

综上所述，针对相变和湍流的耦合系统，可以凝练出如下几个关键的科学问题：①给定封闭换热系统，如何大幅度提升湍流换热效率，突破自然对流传热极限；②如何理清移动固-液相变界面演化与周围湍流流动的定量依赖关系；③如何探明处于稳定状态的固-液界面复杂形貌特征与界面周围流动特性的耦合作用机制。

为了解决上述问题，需要在保留自然现象和工业应用场景中必要的物理复杂性和丰富现象的基础上，基于充分简化且可控的系统进行研究。合理选择研究系统，对实验研究和直接数值模拟的可操作性，对得出结

论和物理解释的广义性和普适性,对研究流程的简化、研究内容核心化等方面均具有十分重要的意义。据此,本书选择的研究对象为瑞利-贝纳尔(Rayleigh-Bénard, RB)热对流系统,希望通过对此系统的相关探索,理解热湍流和相变耦合过程的复杂物理机理,并针对上述三个核心问题给出定性与定量的解释。

RB 对流系统是流体动力学中一个经过充分研究且常用的研究自然对流的模型,作为一种封闭湍流系统,其内充满工作液体,在底部加热(温度为  $T_b$ )、顶部冷却(温度为  $T_t$ )时,系统温度梯度和重力方向平行,并在侧面设置绝热边界条件。该系统的控制参数和响应参数具有明确的对应关系,并且可以实现精确可控的实验研究,而且相关的研究已经详细探索了 RB 对流系统中的热不稳定性、对流起始条件、流动分叉特性、湍流状态及其标度律、大尺度环流的性质等关键问题<sup>[24-46]</sup>,这使得 RB 对流系统成为一个可以研究相变现象的复杂性及其与热对流的耦合问题的理想研究系统。当系统的温度梯度和重力方向呈现不同的夹角,此时的构型为倾斜对流系统<sup>[47]</sup>,其中的一种特殊情况为系统的温度梯度和重力方向垂直,此时的构型为垂直对流(vertical convection, VC)<sup>[48-51]</sup>。

一方面,关于增强自然对流传热,近年来许多国内外学者利用实验研究和数值模拟等手段尝试了不同的思路,以提高 RB 热对流系统的对流传热效率<sup>[5,50,52-77]</sup>,但是获得的传热增强程度有限,且在实际应用上存在一些局限性,如无法适用于封闭对流系统、需要额外能量消耗、需要重新设计换热装置的结构等;而且当涉及气-液相变与湍流的耦合过程,无论是通过实验手段还是数值模拟手段,均具有一定的难度和挑战,如研究的参数范围有限、实验可控性差、实验精度难以保证、数值方法难以有效模拟真实气-液相变过程等,因此在满足换热器设计要求的前提下有效增强封闭湍流系统传热效率的手段仍需进一步探索。另一方面,在包含液-固相变的热对流系统内,凝固的动力学特性及固-液界面面貌的模式选择等与固-液相变相关的问题也受到越来越多的关注和探讨<sup>[8-11,18-19,78-93]</sup>,特别是在气候变化的背景下,理清固-液相变动力学演化特性对正确预测气候系统的行为具有重要意义<sup>[94]</sup>。但是大部分研究忽略了水的密度反转这一重要特性(大气压条件下的水在  $4^{\circ}\text{C}$  左右时密度达到最大值,升高温度或降低温度均会导致水的密度下降),进而也会忽略由密度反转特性所导

致的热分层及其他各种复杂因素的耦合效应（如液体层中不同程度的热分层现象、固-液相变、湍流热对流及复杂固-液界面形貌特征等的耦合效应），这会导致相关研究的结果无法用于定性或定量解释水的相变过程所涉及的现象；部分研究工作是在不考虑相变的条件下，研究水的密度反转特性对流动结构、热输运特性、液体层内重力波的产生等现象的影响；此外，有少量研究工作是针对包含水密度反转特性的固-液相变和热湍流耦合系统的实验研究，但由于实验精度不高、实验可控性较差且可视化手段有限、数据采集及分析不到位等局限性，相关的研究工作仅在定性层面进行了一定的描述，缺乏对现象背后的定量物理机制的充分揭示。因此有必要开展可控的高精度实验研究，并开发可还原实验现象的直接数值模拟手段，辅以理论建模方法对相关现象的物理机制进行合理解释和预测，从而加深对具有固-液相变的湍流热对流系统的热输运特性、固-液界面形貌特征及其物理机制等关键问题的理解，进而对相关的工业生产和自然现象的理解等提供理论支撑。接下来，1.2节将对这两个方面的研究现状进行详细论述。

## 1.2 研究现状

本节将主要围绕两个方面对研究现状进行总结：①包含气-液相变的热对流系统内，如何最大限度地增强传热、突破自然对流的热输运极限；②探究在包含液-固相变的热对流系统内，水凝固的动力学特性决定因素，以及在湍流热对流和水相变耦合系统内正确理解液-固界面的复杂形貌特征及其物理作用机制。

### 1.2.1 增强自然对流传热效率

热湍流是许多自然和工业过程中能源交换的主要推动力<sup>[27,95-99]</sup>。传统热湍流的主要热载体是冷羽流和热羽流等湍流相干结构<sup>[27,96-97]</sup>，它们构成了海洋洋流<sup>[100-101]</sup>、大气对流和地幔对流<sup>[102]</sup>、火山喷发<sup>[103]</sup>、生化及燃烧反应<sup>[104]</sup>中的关键环节，并作为维持宇宙中热核反应等现象的关键因素<sup>[105-106]</sup>。这些湍流相干结构的显著特性是它们能够在很宽范围的空间尺度和时间尺度上混合系统内的不同组分，从而产生极高效的被动

标量输运特性，通常比单纯利用分子扩散所能达到的混合速率高几个数量级<sup>[107-110]</sup>。

从根本上看，对于任何加热或冷却装置而言，核心问题是建立施加在系统的温差（流体流动的驱动力）及所能产生的热通量之间的可靠关系。对于热湍流而言，这一关系即表示热量传输效率的无量纲努塞尔数（Nusselt number,  $Nu$ ）和衡量热浮力驱动力的无量纲瑞利数（Rayleigh number,  $Ra$ ）间有效的幂律关系<sup>[27,95-97,111-112]</sup>： $Nu \propto Ra^a$ 。其中： $Nu = Q/(\lambda\Delta T/h)$ ； $Ra = g\gamma\Delta Th^3/(\nu\kappa)$ ； $Q$  是测得的每单位时间通过对流系统的底板进入系统的热量； $\lambda$  是工作流体的导热系数； $\Delta T$  是温度差； $h$  是工作流体层的厚度； $g$  是重力加速度； $\gamma$  是等压热膨胀系数； $\nu$  是运动黏度； $\kappa$  是热扩散系数； $a$  是有效的幂指数。这种幂律的依赖性关系是由于对流主体区的湍流流动和边界层的相互作用导致的<sup>[27]</sup>。在传统的 RB 对流中， $Nu$  和  $Ra$  的幂律关系指数满足  $a \leq 1/3$ <sup>[27,96-97]</sup>，这是理解周围大量自然现象和设计工程过程的理论基础，这种较弱的幂律关系从很大程度上限制了给定的加热和冷却设备的换热效率，相关的加热和冷却设备涵盖了化学、生物反应器技术、电子、动力工程等广泛的应用场景。

近年来，旨在提高湍流自然对流热交换能力的研究迅猛发展，相关的技术手段可以分为以下几种。

### 1. 引入壁面粗糙结构

在系统的冷、热板表面添加粗糙结构可以达到增强系统传热效率的效果，该粗糙结构可以分为对称结构（如金字塔形阵列<sup>[52-53,113]</sup>、方形截面阵列<sup>[54-55]</sup>、纳米柱阵列<sup>[56]</sup>）和不对称的棘齿结构<sup>[50,57]</sup>。粗糙结构直接调制了边界层特性，增强了冷板和热板产生的冷羽流和热羽流的脱落效率，从而使传热增强。然而最近 Zhang 等<sup>[58]</sup>发现，粗糙结构并不总是导致传热的增强，他们观察到当粗糙结构的高度较小时，与光滑壁面系统的传热效率相比，粗糙系统的传热效率反而降低，而在较大的粗糙结构高度时传热增加。这主要是因为粗糙结构的高度较小时，粗糙元之间的空穴（或空腔）中会夹带热流体或冷流体，从而导致热边界层厚度增加，进而阻碍了系统热量的传递，导致热输运效率相较于光滑壁面系统降低。此外，他们还发现当工作流体的普朗特数（Prandtl number,  $Pr$ ，衡量动量扩散速度和热量扩散速度的相对强度）或系统的热驱动力强度发生

改变时, 试图通过引入粗糙结构来实现传热增强需要额外的限制: 对于很高的  $Pr$  或很小的热驱动力强度的情况, 粗糙结构的有效高度需要设置得很高, 才能实现传热的增强效果, 然而由于对流槽的高度限制, 粗糙结构的高度可能无法达到增强热传输的参数区间。王<sup>[114]</sup> 也同样发现了粗糙表面对热对流输运效率的削弱影响。因此, 一方面选择使用粗糙结构来增强系统对流换热效率的方法在实际操作中需要格外小心, 应综合考虑系统工作流体的性质、系统热驱动力强度及对流槽设计限制等; 另一方面, 在系统内引入粗糙结构即意味着需要改变现有换热装置的结构, 这无疑会带来额外的设计、制作和加工成本。上述局限性给通过引入粗糙结构来达到传热增强效果的方法的进一步推广和应用带来了阻碍。

## 2. 旋转 RB 对流系统

Stevens 等<sup>[63]</sup> 使用直接数值模拟的方法证明, 当旋转 RB 对流系统的无量纲角速度 (即罗斯贝数的倒数,  $1/Ro$ ) 达到临界值时, 系统可以实现增强传热的效果, 传热增强的原因是厄克曼螺旋的形成: 厄克曼螺旋垂直排列并从下部 (上部) 边界层吸取热 (冷) 流体, 从而有利于热量的传输; Chong 等<sup>[64]</sup> 也报道了旋转 RB 对流系统的传热增强特性, 他们认为传热增强为系统内部流动结构向有组织性的结构演化的结果; Lu 等<sup>[115]</sup> 通过实验和数值模拟手段研究了不同宽高比的旋转 RB 系统内的传热特性, 发现在侧壁附近形成的边界流可以引起  $Nu$  的显著增强; 适度的旋转可以增强旋转 RB 对流系统中的热传输, 但是强烈的旋转会使对流热传输受到抑制<sup>[116]</sup>, 因此需要选择合适的参数区间以达到传热增强的效果。

## 3. 改变工作液体的性质

可以在工作液体中添加高分子聚合物、纳米颗粒、热响应颗粒等<sup>[65-69, 117-118]</sup> 以改变工作液体性质从而达到增强传热的效果。Kim 等<sup>[119]</sup> 通过对流稳定性分析发现当工作流体为纳米颗粒悬浮液时容易发生对流运动, 而纳米颗粒不同物理性质的组合效应有助于提高热输运效率。Hu 等<sup>[120]</sup> 在湍流 RB 对流系统中添加厘米级热响应 (高热膨胀系数) 惯性棒状颗粒, 研究发现在较高的  $Ra$  区间, 系统呈现传热增强的效果, 但是在较低的  $Ra$  区间, 系统的传热效率反而降低; 传热增强的原因在于棒状

颗粒与边界层的相互作用：颗粒充当了边界层上流场和温度场的“主动”混合器，但是当加入的棒状颗粒体积分数较高时，颗粒很可能被困在对流槽的角落区域，并形成多孔层覆盖加热或冷却板，使得棒状颗粒和工作液体的混合物不再是可移动的悬浮液，进而使传热增强的趋势变缓。

当所添加的微米或毫米级颗粒和背景流体的密度不匹配时，颗粒可能会从流体中沉淀出来而无法形成稳定的悬浮液；而且当加入颗粒的体积分数超过一个临界数值，系统的动力学特性和沉降颗粒的悬浮特性会发生改变<sup>[121]</sup>，所加入的颗粒一旦发生沉降，就可能形成多孔层，从而降低热输运效率<sup>[122]</sup>。另外也有相关研究发现传热抑制的效果，Hwang 等<sup>[70]</sup>使用以水为背景液体的纳米流体探究浮力驱动对流系统的传热性能，研究发现随着纳米颗粒体积浓度的增加，传热呈减弱的趋势；Putra 等<sup>[71]</sup>的实验也显示相似的结果。Ahlers 和 Nikolaenko<sup>[72]</sup>通过实验研究了聚合物添加剂对湍流 RB 对流系统传热的影响，其  $Ra$  范围为  $5 \times 10^9 \sim 7 \times 10^{10}$ ，研究发现同纯水相比，传热降低了 10%；Wei 等<sup>[123]</sup>揭示了聚合物添加剂能够使热边界层稳定，减少热羽流的排放，从而降低热输运效率；Xie 等<sup>[124]</sup>通过实验研究发现少量的聚合物添加剂可以增强热羽流的相干性从而显著增强湍流热对流体的热传输，但是聚合物浓度存在一个阈值，只有在该阈值以上，才能观察到羽流相干特性的显著改变和局部热流的增强。

综上所述，通过加入颗粒物改变工作液体的性质以实现传热增强的效果需要合理选取所添加颗粒物的物理性质（如尺寸、密度等），还要兼顾所添加颗粒物的体积分数及对流所处的  $Ra$  作用区间等因素。通过改变工作液体的性质来改变系统的传热性能，需要探索合理的参数区间，否则可能会达到相反的效果。

#### 4. 使用多相流：通入气泡/沸腾工作液体

通过对流系统中引入气泡或蒸气泡的手段以达到提高热输运效率的效果，即在系统内通入空气泡<sup>[125]</sup>，或者提高加热板的温度到超过工作液体沸点从而使工作液体沸腾产生蒸气泡。对通入空气泡的对流系统的早期研究表明<sup>[126-127]</sup>，气泡的存在调整了系统内的温度分布特性，当加热板附近的气体体积分数较高时会带来传热增强。Dabiri 等<sup>[128]</sup>利用直接数值模拟探究了两恒定热流平行板之间的气泡流传热特性，研究发现气

泡搅动了壁面处附着的黏性层，从而减小了壁面附近热传导区域的范围，使得传热增强。在自然对流系统中，气泡注入对传热影响的研究主要是在靠近加热壁的位置注入微米级气泡<sup>[129-130]</sup>和亚毫米级气泡<sup>[131]</sup>。Kitagawa 和 Murai<sup>[131]</sup>在垂直加热板处注入微米级气泡以探究其对自然对流传热效率的影响，研究发现不管是在层流区间还是在过渡流动区间，气泡的注入均会带来传热的显著增强，其原因在于：当系统处于层流区间时，气泡的注入会增强流体的有效掺混；而在过渡区间时，气泡的注入则会加速流动向湍流的过渡。Gvozdic 等<sup>[73-74]</sup>实验研究了在垂直 RB 对流系统内均匀或不均匀地注入毫米级空气泡时系统的传热性能，研究发现通入空气泡可以大幅增强系统的传热效率，这是由快速运动的气泡引起的液体掺混所主导的；Deckwer<sup>[132]</sup>通过实验的手段证明向流体中注入气泡可导致相较于单相流体传热量近一百倍的传热增强。但是通入空气泡以增强对流换热效率的方法要求对流系统具有良好的气体通入和排出通道，即仅适用于开口系统，对于工业应用中常用的封闭换热系统，可能会引发局部气体聚集而导致传热恶化，故此方法并不适用。除直接向流体中注入气泡外，还可以直接使工作液体沸腾从而引入蒸气泡。Zhong 等<sup>[75]</sup>实验研究了一种两相 RB 对流系统，系统的上板（冷却）和下板（加热）之间施加的温差跨越了液-气相变线，系统内同时存在冷凝和沸腾过程，因此气-液相变过程的潜热提供了额外的热量传递机制，可以达到增强系统热量传递的效果；类似地，通过实验或数值模拟已经证明沸腾是促进热量传递极其有效的方法<sup>[5,76]</sup>。使工作液体沸腾的方式对系统的高温耐受性要求较高，且较高的工作温度本身会带来安全隐患。另外，通过结合加热/冷却壁面的壁面处理手段，Liu 等<sup>[133]</sup>提出使用亲油壁来显著增强多组分工作流体（油和水的分层流体）湍流热对流中的热传输。

## 5. 研究现状总结

在提高湍流热对流传热交换能力方面，虽然前文所述的增强对流传热效率的方法和思路已从实验和数值模拟的角度被证明具有可行性，且有些手段已在各种技术和工业应用中采用，但它们对既定的热交换器的适用性，以及在需要更高热交换潜力的情况下可能会受到一定限制。例如，针对既定的热交换器，通过引入壁面粗糙结构、旋转 RB 对流系统、改变工作液体的性质或在系统内通入空气泡的方法和思路都不可行。在对流

系统边界处加入粗糙结构, 或者使用纳米流体或高分子聚合物的流体作为工作液体的方法在不同的参数条件下可能会得到传热增强或传热降低的效果, 所以需要综合考虑所有因素选取合适的参数区间才能得到传热增强; 在系统内通入空气泡的方法虽然可以达到很高的传热增强, 但是这种方法只适用于开放式竖直传热系统 (通入的气体能够逸出), 而且通入空气泡也会额外消耗能量; 对于以水为工作液体的换热系统, 通过引起气-液相变循环来增强传热, 需要将加热板温度升高到工作液体的沸点, 这会使系统工作在极限的温度条件下, 通常会引发设备的损坏等安全问题; 此外, 上述方法需要对现有换热装置的结构进行改造, 这无疑会给换热系统的设计和布置增添额外的成本、难度和挑战。

### 1.2.2 结冰或融冰动力学特性、输运特性及固-液界面形貌特征

许多与地球物理相关的地形和地貌是由于流体运动与固相边界之间的动力学相互作用而产生的。通常, 移动的固体边界是由于相变或腐蚀 (发生化学反应或流水侵蚀等) 引起的, 相关的过程涉及由于海洋流动而形成的冰川、冰架、因冰架崩解形成的漂浮的冰山、池塘或湖泊中形成的浮冰、诸多地质地形<sup>[18]</sup>、天体地貌<sup>[134]</sup> 及日常生活和许多工业生产过程<sup>[21,135]</sup>。

通常情况下, 水温度较高时密度小, 因此会上浮; 而冷水密度较大, 因此会下沉。但是, 一旦水温达到  $4^{\circ}\text{C}$  左右 (在标准大气压条件下), 情况变得更加复杂: 水的密度在约  $4^{\circ}\text{C}$  时达到最大, 当水温低于  $4^{\circ}\text{C}$  时水就会膨胀, 这也是水体环境中冰首先出现在水面之上的原因。由于水的密度在  $4^{\circ}\text{C}$  附近时的非单调变化特性, 形成了重力稳定分层流体层和不稳定分层流体层的耦合作用<sup>[136-137]</sup>。重力稳定分层流体层即流体的密度沿重力方向增加, 其内不存在流体流动, 只可能受到周围流体流动的扰动; 重力不稳定分层流体层即流体的密度沿重力方向减小, 其内流体在一定的浮力作用下产生对流运动。

基于上述问题, 可以总结出两个关键物理现象: 密度反转和固-液相变。根据不同的系统是否包含这两个关键现象, 可以分为: 当在 RB 对流系统中只考虑密度反转 (无相变), 即穿透对流<sup>[136]</sup> (penetrative convection), 则系统的温度范围包含水密度最大的温度值, 因此重力稳定层和

重力不稳定层共存；当在 RB 对流系统中考虑固-液相变问题，又可以根据工作液体的密度特性分为两种情况，一种是密度随温度线性变化（线性浮力流体）；另一种是密度随温度非单调变化（具有密度反转特性）。接下来将详细阐述专家、学者所进行的相关研究。

### 1. 穿透对流：考虑密度反转特性且无相变

穿透对流指重力不稳定的流体层与重力稳定流体层共存的对流<sup>[136,138]</sup>，其产生的根源在于液体密度随温度的非线性变化特性。不稳定层中流体的运动通常由热源驱动。穿透对流在天体物理和地球物理领域十分常见<sup>[136,139]</sup>，典型例子如恒星中对流区和辐射区之间的相互作用<sup>[140]</sup>、地面的辐射加热<sup>[141-142]</sup>对大气中近地表的稳定分层造成破坏，以及由于表面冷却或海冰的形成而使上层海洋混合层加深<sup>[143]</sup>。

当水作为工作液体，其密度最大值出现在温度  $T_c = 4^\circ\text{C}$ 。如果水层的上表面温度保持在  $T_c$  以下，下表面温度保持在  $T_c$  以上，则温度低于  $T_c$  的流体层处于稳定分层，温度高于  $T_c$  的流体层处于不稳定分层。随着不稳定层  $Ra$  的增加，对流将开始，位于稳定层的流体被不稳定层的流体夹带，从而导致对流区域范围的扩大。

Veronis<sup>[136]</sup>率先开展了对穿透对流的稳定性分析，他的研究模型为下部温度保持在  $0^\circ\text{C}$ 、上部温度保持大于  $4^\circ\text{C}$  的水柱，通过线性稳定性分析，揭示了该液体层的临界  $Ra$  发生变化的原因。Townsend<sup>[144]</sup>首次对穿透对流进行了实验研究，实验中的水层下表面温度为  $0^\circ\text{C}$ 、上表面温度保持在  $25^\circ\text{C}$ ，实验发现温度波动幅度最大的位置发生在稳定层的底部附近，通过将染料释放到稳定层的区域，他发现有一部分染料被带入不稳定层（对流区），Townsend<sup>[144]</sup>认为温度的大幅度波动是由于在稳定区和不稳定区的交界处产生了重力波，这些重力波则来自羽流（产生于水层的下表面）的随机撞击，但是由于实验精度的限制，对流槽侧壁热损失严重，因此无法对系统的传热特性进行定量测量。为了探究对流层厚度的演化动力学特性，Deardorff 等<sup>[141]</sup>以水作为工质，在远离  $T_c$  的温度区间开展研究，他们设定水层的初始条件为稳定分层，通过升高下板温度使系统内逐渐建立对流。通过理论模型分析，他们发现不论下板为恒定热流还是恒定温度条件，对流层厚度的增长模式基本没有差异（均为近似扩散式增长），而这个结论也在 Verzicco 和 Sreenivasan<sup>[145]</sup>对传统 RB 对流系统中热输运的