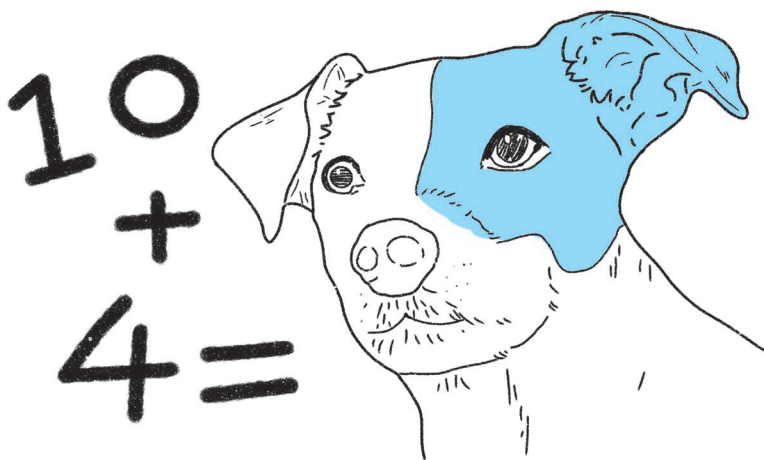


一、记数奇闻

1. 其实狗狗不识数



我们在电视里常常会看到马戏团的狗狗识数表演,会认为这些狗狗真聪明,竟然会做加法。其实这主要是训练的结果,狗狗可能并不识数。

日本数学家小平邦彦,是菲尔茨奖(数学没有诺贝尔奖,菲尔茨奖是数学界的最高奖)得主。数学家啊,就是与众不同,不是说他们有多聪明,而是他们的思维习惯与众不同,他们观察事物的着眼点就不同于常人,他们对有些事物特别感兴趣,有敏锐的观察力,而且喜欢问为什么。

小平邦彦在小学五年级的时候,家里饲养的母狗生了6条小狗。小平邦彦就开始观察,看看狗狗是不是识数。他发现如果把6条小狗全部藏起来,母狗

会四处寻找，急得像热锅上的蚂蚁；但如果只把 5 条藏起来，留下 1 条在它身边的话，母狗却心平气和，仿佛孩子们都在它身边，完全不会发现有什么不对劲。

于是小平邦彦得出“狗可能没有数量的概念”的结论。你看，他多么善于观察，善于思考。

狗狗是这样的，那么别的动物怎么样呢？

有位数学史家叫丹齐格，在 1930 年做了一次实验。

有一个农民想抓住在屋子里做窝的乌鸦，但是乌鸦太聪明了，农民就是拿它没办法。每当他走进屋子里企图靠近它，它就飞出去，躲在附近的一棵大树上，远远地望着他。直到农民离开这间屋子，它才悄悄地又飞进来了。实在奈何它不得！

后来，这个农民想了一个计策。他让两位朋友走进这间屋子，然后，一个人走出来。乌鸦远远地望着，“嘿嘿，还有一个人躲在屋子里，我才不上当呢”。

接着，主人安排了三个人走进屋子，出来两个，乌鸦还是不上当。

然后是四个人，出来三个，乌鸦仍然不上当。真是一场智斗。

直到进去五个人，出来四个时，乌鸦头脑发晕了。

“大概都出来了吧？”于是乌鸦悄悄地飞进屋子。

这下上当了，农民逮住了它。

丹齐格认为，乌鸦可能认识 1~4，但不认识 5 和 5 以上的数。

这两个实验可能不很精确，因此实验结果也未必正确，但是，这种钻研精神值得我们学习。

2. 古波斯酋长的皮绳

古时候，亚洲西部有个波斯部落，一度十分强盛。为了不断地扩张疆土，波斯酋长经常率兵侵略其他部落。

有一次，酋长又准备出征打仗了，临走前，他逐一安排了留守部队的任务。最后，他对留守将士说：“我走了以后，你们必须在 60 天内全力守卫城桥，不得有误！”

“是！”将士们齐声回答：“可是，可是……”



“可是什么?”

“我们不知道怎样才算过了 60 天。”

原来,当时的波斯人还不会记大的数,而且对许多人来说,60 是一个很大的、无法想象的数。于是聪明的酋长吩咐卫士取来一根长长的皮绳,让卫士在上面打了 60 个结,然后交给受命守桥的将士,说:“从我走的那天起,你们每过一天,解开一个绳结。什么时候绳结解完了,60 天就过完了,你们的任务也就完成了。”

留守的官兵再笨,一天解一个结,总还是会的。就这样,他们完成了任务。

这种用绳结记数的方法,是历史上最早出现的记数方法之一,在许多古老的民族中流行过。古代秘鲁的印加人,每收进一捆庄稼,就在绳子上打一个结,用来记录收获的多少。印加人的绳结有 10 种不同位置,利用绳结位置和颜色的变化,他们不仅能记录整数,还能记录分数和几何图形,进行简单的算术运算与逻辑推理,甚至还记录了许多流传在民间的历史奇闻和美丽动人的神话故事。

3. 别具一格的关节记数

在一个特殊的农副产品交易市场里,一个渔夫正在用捕捞来的鱼和山民换

取果子。他先试探性地伸出左手的大拇指，然而山民坚决地摇了摇头，使劲地用右手肘撞击左手掌。渔夫迟疑了一下，用手点了点自己的左肩，山民却用手指着右侧锁骨。最后渔夫指着自已咽喉，山民终于点头答应，买卖成交了。

这是怎么一回事呢？

原来，他们比比画画是在讨价还价呢！

讨价还价怎么用这种动作？这得从记数方法说起。

古时候记数方法很多，有绳结记数、刻痕记数等，但最奇特有趣的是一种用关节记数的方法。上面所说的正是用关节记数的民族——居住在大洋洲某些岛屿上的土著人，他们在做买卖时使用这样一种记数方法。据说，这种方法一直沿用至今。

把这段哑谜翻译出来就是：

“我用 5 条鱼和你换果子，行吗？”渔夫问。

“不行！得 15 条！”山民不答应。

“那么，9 条鱼够了吧！”渔夫添了 4 条。

“出 12 条，你就拿去。”山民也做了让步。

“11 条。再多一条也不换了。”

“好吧，11 条就 11 条。实在便宜你了。”

具体地说，他们的记数方法是这样的：

用左手小指表示 1，用左手无名指表示 2，……，用左手大拇指表示 5；接着，左手腕表示 6，左手肘表示 7，左腋表示 8，左肩表示 9，左侧锁骨的凹陷表示 10，咽喉表示 11；再接着对称地向右数下去，到右手腕表示 16，最后直至右手小指表示 21；然后再从左脚的小足趾开始数脚趾，一共可以数到 31。

这些土著人为什么要用这么麻烦的动作来表示数呢？

据猜测，大概和他们的数字有关吧。他们只有两个数字 1（乌拉勃）和 2（阿柯扎），3 是“阿柯扎——乌拉勃”，4 是“阿柯扎——阿柯扎”。你别说他们落后，到今天，这可是一种先进的“二进制记数法”。

用来表示大一点的数目时，得用一串长长的数字才行。比如 8 要读成“阿柯扎——阿柯扎——阿柯扎——阿柯扎”。这对土著人来讲实在过于困难了，难怪他们觉得还是用动作表示更简单易懂。所以实际上，他们的记数系统是二进制和关节记数两者并用。

4. 大西岛之谜

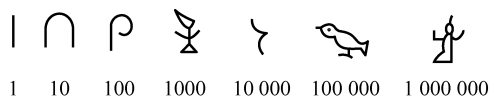
20 世纪八九十年代,曾经上映过一部名叫《大西洋底来的人》的美国电视连续剧。由于当时刚改革开放不久,这部电视剧让人感到很新鲜,所以到了晚上人们都在家里观看此剧。

男主人公麦克是一个从大西洋底下冒出来的水陆两栖人。什么?大西洋底冒出来的?这件事听起来荒唐,却事出有因。

在欧洲人的传说中,大西洋里原来有个大西岛,后来不知为何突然从洋面上消失,人们猜测是沉到海底去了。电视剧编剧想象大西岛沉没以后,岛上的人在海底下仍然生存繁衍,麦克就是海底大西岛人,于是衍生出这个故事。

与此有关的还有一个传说:古希腊政治家和诗人梭伦,生活在公元前 600 年前后,一生游历过许多地方。当他来到埃及的时候,听许多博学的埃及祭司说:从前地中海上有一个大西岛,后来一场巨大的灾难从天而降,汹涌咆哮的海水冲上了大西岛,这个岛连同它的全体居民都沉到了海底。

埃及祭司利用埃及数码,把岛的面积、灾难降临的日期告诉了梭伦。这些数码是非常有趣的:



最有意思的是,用一个“感到吃惊的人”来表示 1 000 000 这个数字。这个人好像在说:“这个数多大啊!”

梭伦根据当时对古埃及数字的翻译方法,把岛的面积读成 80 万平方英里(1 英里=1.609 千米),日期读成 9000 年前。可是这样一来,这个传说就显得出入太大了,因为连整个地中海也无法容纳这么大的岛。这使许多古代学者感到迷惑不解,于是这个美妙的传说便成了千古之谜。

过了很多年,古希腊学者柏拉图对此事进行了一些考证。最后,他认为大西岛应该在与地中海毗连的大洋里,这个大洋后来就叫作大西洋。

那么,大西岛究竟在什么地方呢?说它在大西洋里,无论从地质或人类历史上来看,都没有足够的依据。是不是在长期的地壳变化中,地中海变小了呢?

也不是。地质研究结果表明,尽管大西洋一直在扩展,地中海一直在收缩,但变化速度极缓慢,几个世纪中不可能出现那么大的改变。

这到底是怎么回事呢?直到近代这个千古之谜才被解开。科学家对地中海海底进行的地质考察表明,古代地中海曾经发生过一场强烈的火山爆发,使米诺斯文化毁于一旦,但时间是在梭伦之前 900 年,沉入海底的岛的面积也只有 8 万平方英里。不仅如此,地中海中还静卧着一个克里特岛,岛上的梅萨拉平原的长和宽,都只有当时记载数据的 $1/10$ 。于是有人大胆猜测,这个使许多学者迷惑不解的大西岛之谜,可能是读错了古埃及的数字而产生的。这种读法把位值提高了一位,也就是扩大了 10 倍。经过反复核实,这个观点已被大多数学者所接受。

你看,一位之差,竟使几个世纪以来众多学者绞尽脑汁。同学们,如果你们有粗枝大叶的毛病的话,该不该改一改呢?

5. 笑与哭告诉你数目——玛雅文化之谜

古时候,中美洲生活着玛雅人,他们曾经建立了极高的文明。他们的数学和天文学知识,甚至使现代科学家都感到吃惊。比如,玛雅人计算出一年为 365.2420 天等。

16 世纪中叶,西班牙殖民者顺着哥伦布的足迹,来到了玛雅人居住的地方,西班牙主教被高度发展的玛雅文化惊呆了,认为这是“魔鬼干的事”,下令焚毁玛雅城邦。由于殖民文化的入侵、同化,玛雅文化也逐渐消亡。

19 世纪,年轻的美国外交官斯蒂文游历了中美洲,写了一本旅行纪实,激起了人们研究玛雅文化的热情。有人根据地球上的某些迹象,大胆猜测玛雅人的下落,甚至断言他们与天外来客有关;而另一些更为实际的人,却试图借助最先进的技术手段来解开玛雅文化之谜。

作为玛雅文化的一部分——玛雅数系,可以说是世界上最奇特的数字体系。尽管他们和不少习惯于打赤脚的古代部落一样采用二十进制,但与众不同的是,他们仅采用 3 个数码: $\bullet$ 、一、。据数学史家猜测,它们分别是石子、小棒和贝壳的形象。 $\bullet$ 表示数 1; 一表示数 5; 在表示数的符号下方画上一个 , 则

表示把这个数扩大为 20 倍。

为了便于记日期，玛雅人巧妙地规定：在表示数的符号下方添上第二个 ，这个数不再乘以 20，而是乘以 18。这样， 不是表示 400，而是表示 360。

•	• •	• • •	• • • •	—	•	• •	• • •	• • • •	—
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
≡	≡	≡	≡	≡	•	• •	• • •	• • • •	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
									
									100

数系中符号 0 的发明和使用，对整个人类文化起到了重要的推动作用。研究玛雅文化的学者认为，至少在公元前 3 世纪，玛雅已经有了 0 的概念，在他们的文字中，符号 0 好像一个半闭的眼睛。

更有趣的是，玛雅人还用人的表情来表示数字：数码 2 仿佛按捺不住高兴的心情，正在偷偷地笑；数码 3 显得很安详；数码 4 却满脸不高兴；数码 6 简直在大声吼叫了。



这种用表情表示的数，专门刻在一些石柱上，用来记录流逝的日期。既然玛雅人能用点、横、贝壳这 3 个简单的符号来表示任何一个自然数，那为什么还要采用这种世界上最繁杂的人面形数字呢？真是一个奇怪的谜。

6. “芝麻，芝麻，开门吧！”——从“堆砌”记数到位值记数

不知从何时起，生活在西亚大沙漠的阿拉伯人之间，流传起一个令人神往的神话：阿里巴巴得到了一个密语，当他向着大山说声“芝麻，芝麻，开门吧”时，沉重的石门就自动打开，各种灿烂夺目的珍宝便呈现在眼前。

数学家也在寻找开启宝库的密语。在公元 6 世纪之前，古希腊人在几何方面已有很高的造诣，但总的来说人类在算术和代数方面的知识还极其贫乏。问

数学天方夜谭：数的龙门阵

题的症结在于记数的方法不合理，从而严重阻碍着计算技术的提高。

让我们看一看当时的几种记数方法吧。

前面已经说过，古埃及人用象形文字记数，表示一个具体数字时，就把这些符号堆砌起来，例如 122 表示成



即一个 100，两个 10，两个 1，堆在一起。

古希腊人借用希腊字母表的字母和增添的几个符号表示数，为了把数和字母区别开，在数的上面画一条横线。字母表中的前 9 个字母是第一级，分别表示 1, 2, ..., 9；第二级，分别表示 10, 20, 30, ..., 90；然后是第三级，第 19 个字母表示 100，第 20 个字母表示 200，……。

$\overline{\alpha}$	$\overline{\beta}$	$\overline{\gamma}$	$\overline{\delta}$	$\overline{\epsilon}$	$\overline{\varsigma}$	$\overline{\zeta}$	$\overline{\eta}$	$\overline{\theta}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\overline{\iota}$	$\overline{\kappa}$	$\overline{\lambda}$	$\overline{\mu}$	$\overline{\nu}$	$\overline{\xi}$	$\overline{\upsilon}$	$\overline{\pi}$	$\overline{\sigma}$
10	20	30	40	50	60	70	80	90
$\overline{\rho}$	$\overline{\sigma}$	$\overline{\tau}$	$\overline{\upsilon}$	$\overline{\phi}$	$\overline{\chi}$	$\overline{\psi}$	$\overline{\omega}$	$\overline{\vartheta}$
100	200	300	400	500	600	700	800	900

同埃及人一样，在表示具体数字时，也用这些符号堆砌起来。但因为数的符号很多，所以避免了同一符号的重复堆砌，例如 122 可表示为：



这种记数方法还影响了古代俄罗斯人。

罗马人创造的数字现在还能在一些钟表的表盘上看到。他们是这样记数的：

I	V	X	L	C	M
1	5	10	50	100	1000

数字 203 他们表示成



即两个 100，三个 1 组合起来。

数字 68 则表示成

LXVIII

即一个 50, 一个 10(合起来 60), 一个 5, 三个 1(合起来是 8)组合起来。

可以看出, 他们基本上也用堆砌的方法记数, 但是他们又有独到之处, 有时他们也用“减法法则”, 例如把“1”放在“5”的右面表示“ $5+1$ ”, 即 6; 把“1”放在“5”的左面时, 则表示“ $5-1$ ”, 即 4。同样, 把“1”放在“10”的左边, 表示“ $10-1$ ”, 即 9。

VI	IV	IX
6	4	9

纵观这些记数方法, 尽管进制不一定相同, 但都有一个共同的特征, 就是用几个基本符号作为数码, 在表示一个较复杂的数的时候就重复使用这些符号, 也就是将它们“堆砌”起来, 结果是越来越复杂。

不堆砌能不能记数呢? 我们中华民族走的就是另一条道路。据甲骨文和钟鼎文记载, 在殷商时期就比较系统地采用一种竹棍(算筹)记数的方法, 这种方法对从 1 到 9 的每个数都规定了纵、横两种格式, 0 用空格表示:

纵式						⊥	⊥⊥	⊥⊥⊥	⊥⊥⊥⊥
横式	—	==	===	====	=====	⊥	⊥	⊥	⊥
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

例如 6451 表示成

⊥ ||| ≡ |

可以看出个位用纵式, 十位用横式, 百位用纵式, ……如此交错使用。与埃及人不同, 不给 10, 100 等规定新符号, 更不给 20, 30 等规定新符号。那怎么表示 10, 100 呢? 原来我国的记数方法用的是“位值制”, 即同样一个数码“1”, 放在不同的位置上可以分别表示 1, 10, 100, 1000, 等等。这样, 仅仅 9 个数码再加上一个空格就能表示任意的数, 并且能直接对它们进行运算, 大大减轻了人脑的负担。

位值制比起堆砌制来说, 优越性是十分明显的, 可以毫不夸张地说, 这好像是打开数学宝库的一套密语。从此, 人类走进了装满奇珍异宝的数学宝库。

7. 名不副实的阿拉伯数字



我们现在采用的数字 1, 2, 3, ... 通常叫阿拉伯数字。可是你知道吗, 发明阿拉伯数字的不是阿拉伯人, 而是印度人。什么? 竟然张冠李戴, 不知道版权吗? 哈哈, 当时哪来什么版权法啊。

古时候, 印度人把一些横刻在石板上表示数, 一横表示 1, 两横表示 2……后来, 他们改用棕榈树叶作为书写材料, 就把笔画连了起来, 比如把 2 写成乙, 把 3 写成之。经过近千年的变化, 这些数字才逐渐接近今天的阿拉伯数字的模样。

印度数系和中国数系一样, 也是采用十进位的位值制。用这种数系, 只用 10 个数字就能表示任何一个数, 使记数和计算变得十分简便。

公元 8 世纪, 印度一位叫堪克的数学家, 携带数学书籍和天文图表, 随着商人的驼队, 来到巴格达城。他拜访了阿拔斯王朝的君主, 哈里发 (即阿拉伯国家的最高统治者的称呼) 对他带来的书籍和图表很感兴趣, 下令把它们全部翻译成阿拉伯文。阿拉伯人本来只有数的名称而没有记数的方法, 用起来很不方便, 因此印度数字很快在阿拉伯半岛上流行开来。这时候, 中国的造纸术正好