

# 绪 论

作为一门应用数学和管理学的交叉学科,运筹学专注于通过系统分析、建立数学模型和寻求最优解来辅助复杂决策过程。它广泛应用于供应链管理、物流管理、军事战略、生产计划、资源管理、投资决策等多个领域,旨在实现资源的最优配置和效率的最大化。运筹学不仅提供了解决现实问题的有效工具,还推动了管理科学和决策科学的发展,是现代管理理论和实践不可或缺的一部分。

## 第一节 运筹学的形成

### 一、中国早期运筹思想萌芽

运筹学强调对资源的合理利用、对局势的精准判断和对目标的明确追求,在中国古代兵法、农业生产等领域有着深厚的思想根基。

#### (一) 中国古代兵法中的运筹思想

##### 1. 知彼知己,百战不殆

“知彼知己”意味着对敌我双方的力量、部署、意图乃至心理状态有清晰的认识。这种认识不仅仅是表面上的信息收集,更在于对信息的深入分析和准确判断,从而揭示出隐藏在表象之下的本质规律。做到“知彼知己”,指挥官能够制定出符合实际情况的战略战术,确保在战场上占据主动,实现“百战不殆”的目标。“百战不殆”则强调了战略执行的连续性和有效性,它要求决策者在面对挑战和变化时,能够迅速调整策略,保持灵活性和适应性。

##### 2. 上下同欲,将帅同心

上下同欲,将帅同心是团队凝聚力和战斗力的源泉,深刻体现了在复杂多变的环境中,通过内部的高度一致性和协作精神来达成目标。上下同欲强调的是团队内部成员之间目标的一致性,意味着从将领到士兵都拥有共同的战斗意志和胜利信念,他们心往一处想、劲往一处使,形成强大的凝聚力和执行力。这种一致性使军队在面对困难和挑战时能够保持坚定的信念和统一的行动,从而克服一切障碍,取得最终的胜利。将帅同心进一步强调了领导层之间的团结协作,意味着军队指挥者在战略决策、战术执行、资源配置等方面能够保持高度一致,形成强大的领导力和战斗力。

##### 3. 兵无常势,水无常形

“兵无常势,水无常形”这一思想源自《孙子兵法》,强调了战争中的不确定性和多变性,要求指挥者必须根据战场形势的瞬息万变,及时调整战略战术,以达到克敌制胜的目的。“兵无常势”意味着战争中没有固定不变的态势和模式,每一场战争都有其独特的环境、条件和背景,因此不能简单地套用过去的经验或固定的战术,指挥者必须根据实际情

况,灵活制定战略,因势利导,随机应变。而“水无常形”则进一步强调了战争的流动性,战争就像水一样没有固定的形态,随时都在变化。战争中的战机稍纵即逝,指挥者必须像水一样灵活多变,适应不同的地形、气候和敌情,不断变换战术和策略,以应对不断变化的战场形势。

## (二) 中国古代农业生产中的运筹思想

### 1. 牛耕和铁农具的推广

春秋后期,牛耕出现,并逐步普及;战国时期,铁农具得到普遍推广。牛耕和铁农具的推广大大提高了农业生产效率,通过改进生产工具,农民能够更有效地利用土地资源,提高单位面积的产量。

### 2. 耕作制度的改进

随着生产工具的进步,耕作制度也不断完善。例如,两汉时期以一年一熟为主,而到了宋朝以后,江南地区逐渐形成了稳定的一年两熟制,甚至有些地方形成了一年三熟制。这种耕作制度的改进,充分利用了土地资源和气候条件,提高了土地的复种指数和总产量。

### 3. 水利灌溉的筹划

中国古代修建了许多著名的水利工程,如战国时期的都江堰,汉朝的漕渠、白渠和龙首渠等。这些工程的建设,不仅解决了农田灌溉问题,还改善了农业生产条件,提高了农作物的产量和质量。

### 4. 粮食调运与存储

中国古代长期以来重视粮食的调运与存储问题。例如,汉宣帝时期推行常平仓制度,通过粮食储备与价格调控缓解了长安的粮食供应压力,间接减少了因长途调粮产生的资源消耗。这种合理的资源配置方式,确保了粮食的稳定供应,减少了运输成本,提高了农业生产经济效益。

## 二、西方早期运筹思想

### (一) 古希腊时期的军事运筹

在西方,运筹思想的产生和运用可以追溯到公元前3世纪。古希腊大数学家阿基米德为叙拉古国王希伦二世设计防御工事,抵御罗马进攻,展示了运筹思想在军事防御中的初步应用。

除了阿基米德以外,在古希腊的同时期,还有其他学者也在运筹学思想的发展中起到了重要作用。例如,欧几里得是古希腊几何学的奠基者,他通过其著作《几何原本》系统化了几何学的基本定理和推导方法,展示了严密的逻辑推理和数学证明的能力。尽管欧几里得的主要贡献在理论数学方面,但他的方法论为后来运筹学的模型化和决策分析提供了基础。

### (二) 文艺复兴时期的科学探索

文艺复兴时期,特别是15—16世纪,不仅是艺术与文化复兴的黄金时代,同时也是科学与数学迅速发展的时期。数学家们开始探索更复杂的代数问题,如尼科洛·丰坦纳·

塔尔塔利亚(Niccolò Fontana Tartaglia)和吉罗拉莫·卡尔达诺(Girolamo Cardano)在16世纪初的解决立方方程的竞争中,展示了数学方法和技术的优势。他们的研究不仅在学术上产生了影响,也对后来的运筹学和现代数学产生了深远的影响。

文艺复兴时期的工程技术和城市规划也为运筹学的发展提供了实际场景。安德烈亚·帕拉第奥(Andrea Palladio)作为一位杰出的建筑师,不仅在建筑设计中运用了几何学原理和比例法则,还通过优化建筑结构和空间布局,为后来运筹学理论的发展提供了重要实践案例。帕拉第奥的作品展示了如何通过数学和几何学的应用,改善建筑的功能性和美学效果,这对现代建筑和城市规划的理论与实践都具有指导意义。

文艺复兴时期的战术和战略也开始引入数学的元素。尼可罗·马基雅维利(Niccolò Machiavelli)在其著作《战争艺术》中,探讨了战争策略的数学原理和优化方法。马基雅维利的理论不仅影响了当时的军事思想,也为后来运筹学在军事应用方面的发展奠定了基础。

### 三、运筹学的形成与发展

#### (一) 第二次世界大战的推动

第二次世界大战期间,英国皇家空军为了正确运用新研制的雷达系统应对德国飞机的空袭,组织了一批科学家进行新战术实验和战术效率的研究。这些科学家组成的小组被称为空军部运筹学小组,他们的工作被称为“Operational Research”(运筹学),这就是OR这个名词的起源。对探测、信息传递、作战指挥战斗机与防空火力协调等研究取得成功,大大提高了英国本土的防空能力,不久以后在对抗德国对英伦三岛的狂轰滥炸中,该研究发挥了极大的作用。1939—1940年,该项研究扩大到海军和陆军,并出现对未来的战斗进行预测,以供决策之用。鉴于其在战争中发挥的重要作用,后来发展到每一个英军指挥部都成立运筹学小组。1942年美国和加拿大也都相继成立运筹学小组,研究并解决战争提出的运筹学课题。这些小组在确定扩建舰队规模、开展反潜艇战的侦察和组织有效的对敌轰炸等方面,做了大量研究,为取得反法西斯战争的胜利及运筹学有关分支的建立作出了贡献。其中最出色的工作之一是美国协助英国打破了德国对英吉利海峡的海上封锁。研究所提出的两条重要建议是:将反潜攻击由反潜艇投掷水雷改为飞机投掷深水炸弹,起爆深度由100米改为25米左右,即当德方潜艇刚下潜时进行攻击;运送物资的船队及护航舰艇的编队由小规模、多批次改为大规模、少批次,且在受敌机攻击时,采取大船急转向和小船慢转向的逃避方法,结果,德国潜艇被摧毁的数量增加到400%,运输船只中弹的数量由47%下降到29%,从而打破了德国的封锁,并且重创了德国潜艇部队。第二次世界大战结束时,英、美及加拿大军队中的运筹学工作者已超过了700人。

英国战斗机中队援法决策是第二次世界大战期间的一个著名战例。当时,第二次世界大战开始不久,德军突破马其诺防线,法军节节败退,英国参与抗德,派遣十几个战斗机中队在法国国土上空与德国空军作战,指挥与维护均在法国进行。由于战斗损失惨重,法国总理要求增援10个中队,时任英国首相的丘吉尔准备同意该请求。英国运筹学学者的快速研究结果表明:在当时的环境下,当损失率、补充率为现行水平时,只要两周时间,英国的援法战斗机就一架都不存在了。运筹学学者以简明的图表、明确的分析结果说服了

丘吉尔,最后丘吉尔决定:不再增换新的战斗机中队,还将在法的英国战斗机大部分撤回本土,并以本土为基地继续抗德,使局面出现了很大改观。

## (二) 第二次世界大战后的扩展

第二次世界大战后,随着工业的复苏和科技的进步,运筹学开始向更广泛的应用领域扩展。管理科学的概念逐渐形成,运筹学作为其核心组成部分之一,得到了进一步的发展和认可。在这个阶段,运筹学方法开始在工业管理、生产调度、库存管理、运输网络优化等方面得到广泛应用。特别是线性规划和动态规划等方法的发展,使复杂的生产系统可以通过数学模型进行优化和控制,从而提高生产效率和资源利用率。此外,运筹学在交通运输、城市规划和公共服务管理等领域的应用也逐渐扩展。例如,交通流量优化、航空航线规划、公共交通调度等问题,都成为运筹学研究和实践的重要内容。

(1) 学科体系的建立:第二次世界大战后,运筹学逐渐从军事领域扩展到工业和商业领域,学者们开始将数学模型和优化方法应用于解决生产调度、库存管理、运输规划等实际问题。运筹学逐渐形成了独立的学科体系,涵盖了线性规划、动态规划、排队论、模拟等诸多分支。

(2) 重要理论与方法的发展:线性规划是运筹学最重要的一个分支,由乔治·B.丹齐格(George B. Dantzig)在1947年提出,其还给出了至今仍被广泛应用的单纯形法(Simplex Method)。其他如整数规划、动态规划等理论也相继发展,为运筹学的广泛应用提供了坚实的理论基础。排队论、存储论、对策论等分支也逐渐形成并应用于各个领域。

(3) 学术组织与期刊的兴起:随着运筹学的发展,专业学术团体迅速增多,更多的期刊创办,运筹学书籍也大量出版。这些学术组织和期刊为运筹学的研究者提供了交流和分享的平台,促进了运筹学的学术繁荣和进步。

## (三) 普及与迅速发展

(1) 应用领域的拓展:20世纪50年代以来,运筹学的应用领域得到了进一步拓展,除了传统的军事、工业和商业领域外,其还开始应用于城市交通、环境保护、国民经济计划等更加广泛的领域。这些领域的应用不仅提高了相关领域的运营效率和管理水平,也为运筹学的发展提供了更多的实践机会和数据支持。

(2) 技术创新的推动:计算机技术的快速发展和普及为运筹学的研究和应用提供了新的机遇。第三代电子数字计算机的出现使运筹学能够用来研究一些大的复杂的系统。大数据、云计算、人工智能等新技术的发展也为运筹学提供了新的研究工具和方法,推动了运筹学的技术创新和进步。

(3) 国际交流与合作:运筹学的国际交流与合作也日益频繁。通过与国际同行的交流与合作,运筹学研究者能够吸收借鉴国际先进经验和科技成果,推动自身的创新与发展。同时,国际交流也促进了运筹学在全球范围内的普及和应用,提高了运筹学的国际影响力和竞争力。

运筹学经历了从早期思想萌芽到第二次世界大战期间的快速发展,再到战后的广泛应用和与现代技术的融合,成为一个跨学科、多领域的重要学科。

## 第二节 运筹学的核心思想与理论

### 一、运筹学的定义

运筹学直译为运作研究,是一门应用科学,主要运用现有的科学技术知识和数学方法,对经济管理、工程技术、国防安全等领域中的复杂问题进行定量分析,为决策者提供最优或次优的决策方案,以实现资源的有效配置和系统的最优运行。运筹学广泛应用于生产、管理、经济、军事、物流、建筑、能源等多个领域。

运筹学作为一门不断发展的学科,其研究内容和应用范围在不断扩展,至今没有一个统一且确切的定义。英国运筹学会认为运筹学是运用科学的方法,解决工业、商业、政府和国防事业中,由人、机器、材料、资金等构成的大型系统管理中所出现的复杂问题的一门学科。它的一个显著特点是科学地建立系统模型和机会与风险的评价体系去预测和比较不同的决策与控制方法的结果。美国运筹学先驱 P. M. 莫尔斯(P. M. Morse)等对其定义为:运筹学是一种向行政领导提供定量材料,使他们能对所负责的行动作出最好决策的科学方法。后来,这一定义逐渐演变为“运筹学是一种适用于系统运行的方法和工具,它是一种科学方法,它能为运行管理人员的问题提供最合适的解答”。我国学者许国志认为运筹学是研究事物活动规律的科学,即研究如何把事情做好,亦称“事理学”,强调事物的活动有其规律可进行研究,这些规律统称为“事理”。《辞海》(1979年版)对运筹学的释义为:运筹学主要研究经济活动与军事活动中能用数量来表达的有关应用、筹划与管理方面的问题。它根据问题的要求,通过数学的分析与运算,作出综合性的合理安排,以达到较经济、较有效地使用人力和物力。现代管理学视角认为运筹学是现代管理学的一门重要专业基础课,其主要目的是在决策时为管理人员提供科学依据,是实现有效管理、正确决策和现代化管理的重要方法之一。它利用统计学、数学模型和算法等方法,去寻找复杂问题中的最佳或近似最佳的解答。

综合以上多种定义,可以将运筹学概括为:运筹学是一门应用科学,它广泛运用现有的科学技术知识和数学方法,对经济管理、工程技术、国防安全等领域中的复杂问题进行建模、分析和优化,为决策者提供定量依据和最优或次优的决策方案。其目标是实现资源的有效配置和系统的最优运行,提高决策的科学性和管理的效率。

运筹学的研究对象是人参与的系统,方法是科学,目标是最优化。在实际应用中,运筹学强调多学科交叉和定量分析,但同时也需要综合考虑定性因素。它通过建立数学模型和进行定量分析,帮助决策者更好地理解问题、预测结果和制定决策,以实现系统的整体优化。

### 二、运筹学的理论及分支

运筹学通过数学方法和现代计算技术来解决优化问题,即在给定的约束条件下,从所有可行的方案中寻求最优解(或满意解)。它是应用数学和形式科学的跨学科结合,利用统计学、数学模型和算法等方法,对人力、物力、财力等资源进行统筹安排,以期实现最高

效率、最低成本或最大效益等目标。具体来说,运筹学的理论及分支包括以下几个方面。

### (一) 系统化思考和系统优化

系统化思考和系统优化是运筹学的核心之一,强调在决策过程中将问题视为一个整体系统来分析和优化。这一原则体现了运筹学的独特之处,其不仅仅关注单一部分的优化,而是考虑各种因素之间的复杂关系和相互影响。在实际应用中,系统化思考意味着从宏观的角度审视问题,而不是仅仅关注局部的细节或单一的指标。这种全局的视角能够帮助决策者理解问题的全貌,确保所制定的决策不仅仅在局部范围内有效,更在整体系统中实现最佳化的目标。

首先,系统化思考要求深入分析问题的结构和组成部分。运筹学家会探索问题背后的各种因素和变量,理解它们如何相互作用和影响。例如,在生产调度问题中,除了考虑单个生产线的效率,还需考虑不同生产线之间的协调和资源共享,以最大化整体生产效率。其次,系统化思考强调综合性的决策制定。这意味着决策者需要权衡不同的目标和约束条件,以找到一个全局上最为优化的解决方案。举例来说,在供应链管理中,决策者需要平衡库存成本、运输成本、客户服务水平等多个因素,以确保整体供应链的效率和竞争力。此外,系统化思考还强调对系统动态变化的响应能力。现实世界中的环境和条件经常变化,运筹学的方法论要求决策者能够及时调整和优化决策,以适应新的情况和挑战。例如,在市场营销中,需根据市场反馈和竞争动态调整产品定价和促销策略,以最大限度地满足消费者需求并提升市场份额。最后,系统化思考还强调长期效果和可持续发展。运筹学家在考虑问题时不仅要解决当前的挑战,还要预见未来可能出现的问题,并通过长远规划和策略来保证系统的可持续性和稳定性。

### (二) 数学建模

数学建模是运筹学的核心技术之一,其在解决复杂问题时发挥着至关重要的作用。数学建模的基本思想是将现实世界中的问题抽象成数学形式,以便利用数学方法和工具进行分析和解决。这种抽象过程包括确定问题的目标、明确约束条件以及定义决策变量等步骤,通过这些步骤建立的数学模型能够准确地描述问题的本质和复杂性。

在数学建模中,常用的技术和方法包括线性规划、整数规划、动态规划、排队论等。这些方法不仅能够帮助运筹学家量化问题的各个方面,还能够为问题的优化和决策提供数学支持。例如,线性规划适用于那些目标和约束条件具有线性关系的问题,而整数规划扩展到变量必须是整数的情况,动态规划则专注于具有重叠子问题和最优子结构特征的问题,等等。

数学建模的过程不仅仅是简单的数学表达,更是对问题深入理解和分析的体现。通过数学建模,运筹学家能够在面对复杂、多变的实际问题时,利用数学的力量找到最佳的解决方案。因此,数学建模作为运筹学的核心技术之一,对于提升问题解决能力和决策质量具有重要意义。

### (三) 优化理论

优化理论是运筹学的重要分支,它致力于寻找最优解或接近最优解的方法。优化问题广泛存在于各个领域,如生产调度、资源分配、交通规划等。在这些问题中,通常存在多

个决策变量和复杂的约束条件,运筹学家的任务是设计出一种有效的方法来优化目标函数的值。

优化理论涵盖了多种数学优化技术和算法,每种技术都有其适用的场景和特点。例如,线性规划适用于线性关系的优化问题,非线性规划适用于目标函数或约束条件存在非线性关系的问题,动态规划适用于具有最优子结构的问题,贪婪算法适用于求解部分优化问题,等等。这些技术不仅能够帮助找到最优解决方案,还能够在实际应用中提高资源利用率、降低成本、提升效率等。

优化理论的发展和不断推动着运筹学在各个领域的应用和影响。通过优化理论,运筹学家能够在处理复杂问题时,系统地评估和比较不同的解决方案,从而选择出最适合的方案。因此,优化理论作为运筹学的重要组成部分,为解决现实世界中的各种复杂问题提供了坚实的理论基础和实际操作指导。

#### (四) 决策分析

决策分析是运筹学的一个重要分支,旨在帮助决策者在不确定和复杂的环境中作出最佳决策。在现实生活中,决策往往伴随着各种风险和不确定性,这就需要决策者运用科学方法和工具来评估和分析决策的后果及其可能的影响。

决策分析涉及多种技术和方法,包括风险分析、灵敏度分析(sensitivity analysis)、决策树分析等。这些技术和方法能够帮助决策者识别潜在的风险因素,评估不同决策选择的潜在结果,并量化决策的概率性和影响性。例如,风险分析可以帮助决策者理解各种决策方案可能面临的风险和机会,从而有针对性地制定应对策略。

决策分析的目的在于提供决策支持,还在于帮助决策者厘清复杂问题的逻辑结构和关键因素。通过决策分析,运筹学家能够为决策者提供客观、科学的数据支持,降低决策中的主观性和盲目性,从而提升决策的质量和效果。

综上所述,决策分析不仅关注问题的量化分析和科学评估,还能够复杂和不确定的环境中为决策者提供有效的决策支持,从而帮助其作出更明智和有效的决策。

### 三、运筹学的特点

#### (一) 综合性与多学科

运筹学通常涉及多个学科领域的知识和技术,如数学、工程学、经济学、计算机科学等。这种跨学科的特性使运筹学能够综合运用不同学科的方法和工具,以解决复杂问题并优化决策。

在实际应用中,综合性与多学科的特点能够帮助运筹学家应对现实世界中的复杂性和挑战。例如,在制造业中,运筹学家可能需要结合工程学的生产流程知识、经济学的成本效益分析、计算机科学的优化算法等,来优化生产计划和资源利用。在交通运输领域,运筹学家则可以利用地理信息系统、交通流理论、数学优化方法等,来优化交通流量和减少拥堵。综合性与多学科的特点使得运筹学不仅仅是一门理论学科,更是一种实践导向的方法论。通过综合运用不同学科的知识和技术,运筹学家能够开发出创新的解决方案,应对不同领域中的具体问题,并在实践中不断优化和改进这些解决方案。此外,运筹学的

发展也促进了不同学科的交叉互动和合作。例如,运筹学家与工程师、经济学家、计算机科学家等专家密切合作,解决复杂的现实问题,推动了相关领域的进步和创新。综合来看,运筹学作为一门综合性和多学科的学科,通过系统化思考和系统优化、数学建模、优化理论和决策分析等方法,不仅能够帮助理解和解决复杂的现实世界问题,还能够促进各个学科之间的交流与合作,为社会经济发展提供有力支持和智力引导。

## (二) 实时性和动态性

在运筹学中,实时性和动态性是解决现实世界复杂问题的关键因素之一。这两个概念强调了对信息的及时获取和对环境变化的快速响应能力。

实时性指的是能够即时获取和处理最新的数据和信息。在运筹学中,实时数据的使用使决策者能够基于当前的状态和趋势作出更精确和有效的决策。例如,制造业中的生产调度可以根据实时生产线数据来调整工序和资源分配,以最大化效率和降低成本。实时性的应用不仅限于数据的获取,还包括决策模型和算法的实时更新和调整。这种能力使运筹学家能够在动态和不确定的环境中进行快速优化和反应,确保决策的准确性和有效性。

动态性强调了问题和环境的变化性。现实世界中的许多问题都是动态的,受到多种因素影响并随时间变化。运筹学家需要建立灵活的模型和策略,以应对这种变化并进行动态调整。例如,在交通运输管理中,交通流量和道路条件会随时间和事件的变化而变化。运筹学家利用动态规划和实时数据分析来优化交通流量,及时调整路线和信号控制,以应对交通拥堵和事故影响。

实时性和动态性在运筹学的应用中常常是密不可分的。通过结合实时数据的获取和分析能力,以及动态问题建模和优化算法,运筹学家能够在复杂和变化的环境中作出更为精确和高效的决策。总体而言,对实时性和动态性的强调使得运筹学不仅仅是静态问题的解决方案提供者,更是适应和应对动态变化的有效工具。这种能力不仅提高了决策的响应速度和准确性,还为各行业带来了更强大的竞争优势和持续的改进潜力。

## 第三节 运筹学的工作步骤

运筹学的工作步骤是一个系统而严谨的过程,旨在通过数学方法和工具解决复杂的实际问题,提供最优的决策方案,其可以归纳为以下几个阶段。

### 一、提出和形成问题

运筹学工作的第一步——提出和形成问题。这是一个至关重要的阶段,它奠定了整个运筹分析过程的基础。这一过程不仅要求清晰、明确地界定问题的本质和目标,还需要全面、深入地收集和分析与问题相关的所有信息,以确保后续建模和求解工作的准确性和有效性。

提出和形成问题首先意味着要精确界定问题的核心目标和期望达成的效果。这通常涉及对问题背景的深入理解,包括其历史背景、现状以及未来可能的发展趋势。

接下来,需要广泛收集与问题相关的各种信息,包括但不限于资源状况、市场需求、技

术条件、政策法规等。这些信息是构建数学模型和制订解决方案的重要基础。在收集信息的过程中,需要注意信息的准确性和完整性,避免因信息缺失或错误而导致后续工作的偏差。同时,还需要对信息进行筛选和整理,剔除冗余和无关的信息,提炼出对问题解决有实质性帮助的关键要素。

在确定了问题的目标和收集了足够的信息之后,进一步需要识别并确定问题的约束条件。这些约束条件可能是资源的限制(如原材料、设备、人力等)、技术的要求(如生产工艺、质量标准等)、市场的需求(如产品种类、数量、交货期等)以及政策法规的约束(如环保标准、安全生产规定等)。识别并确定这些约束条件对于构建符合实际情况的数学模型至关重要。在此过程中,需要特别注意约束条件的全面性和准确性,确保没有遗漏任何重要的约束条件,并且对每个约束条件都有清晰、明确的描述和界定。

此外,在提出和形成问题的过程中,还需要识别出问题中的可控变量和参数。这些变量和参数是后续数学建模和求解过程中的关键元素,它们的取值将直接影响解决方案的优劣。因此,在识别这些变量和参数时,需要充分考虑其在实际问题中的重要性和可操作性,并尽可能减少冗余和不必要的变量,以降低模型的复杂度。

## 二、问题建模

运筹学工作的第二步——问题建模。这是将实际问题抽象化、数学化的关键环节。它要求我们将第一步中收集到的信息、明确的目标和约束条件转化为一个或多个数学模型,以便通过数学方法进行分析和求解。这一过程不仅考验我们对问题本质的把握能力,还考验我们的数学素养和建模技巧。

问题建模首先需要深入理解问题的内在逻辑和关键要素,对实际问题的复杂性和多样性进行简化和抽象。这包括识别出问题中的核心变量、参数以及它们之间的关系,这些关系可能是线性的、非线性的、离散的或连续的。同时,还需要考虑如何将问题的目标和约束条件转化为数学表达式或不等式,以便在模型中体现。

在建模过程中,选择合适的数学方法和工具至关重要。根据问题的性质和特点,我们可以选择线性规划、整数规划、动态规划、网络流、图论、排队论等多种数学方法和工具。每种方法和工具都有其独特的优势和适用范围,因此我们需要根据问题的具体情况进行权衡和选择。例如,在资源分配问题中,线性规划可能是一个合适的选择;而在路径规划或网络设计问题中,图论和网络流方法可能更为有效。

在建立模型时,我们还需要注意模型的假设和简化。由于实际问题的复杂性,我们往往无法直接建立一个完全精确的数学模型。因此,在建模过程中,我们需要对问题进行适当的假设和简化,以便模型更加易于处理和理解。然而,这些假设和简化必须基于合理的依据和充分的理由,不能随意或过度简化,以免模型失去其实际意义和应用价值。

此外,在建立模型时,我们还需要注意模型的灵活性和可扩展性。由于实际问题的复杂性和多变性,我们建立的模型可能需要不断进行调整和优化。因此,我们需要确保模型具有一定的灵活性和可扩展性,以便在后续的分析 and 求解过程中方便地添加新的变量、参数或约束条件,或者修改现有的模型结构和参数设置。

### 三、模型求解

运筹学工作的第三步——模型求解。这是将数学模型转化为实际解决方案的关键步骤。在这一阶段,需要运用数学算法、计算机技术或专业软件来求解已建立的数学模型,以找到满足问题目标和约束条件的最优解或满意解。模型求解不仅要求具备扎实的数学基础和计算能力,还需要掌握先进的求解技术和方法,以应对复杂多变的实际问题。

求解阶段首先需要根据数学模型的特点和求解目标选择合适的求解算法。对于线性规划问题,可以采用单纯形法、内点法(Interior Point Methods)等经典算法;对于整数规划问题,则可能需要用到分支定界法(Branch and Bound)、割平面法或启发式算法等。此外,随着计算机技术的不断发展,许多专业的运筹学软件如 CPLEX、Gurobi、LINGO 等也应运而生,它们提供了丰富的求解算法和友好的用户界面,极大地简化了求解过程。

在求解过程中,需要注意算法的选择和参数的调整。不同的算法对同一问题的求解效果可能大相径庭,需要根据问题的具体情况和求解目标进行权衡和选择。同时,算法的性能还受到参数设置的影响,如收敛精度、迭代次数等,合理的参数设置可以显著提高求解效率和质量。

除了算法和参数的选择外,求解过程中还需要注意数据的输入和预处理。数据是求解的基础,其准确性和完整性直接影响到求解结果的可靠性。因此,在输入数据之前,需要对数据进行仔细的检查和清洗,确保数据的准确性和一致性。此外,对于大规模或复杂的数据集,还需要进行适当的预处理,如数据压缩、降维等,以提高求解效率。

在求解过程中,还需要关注求解结果的验证和评估。求解结果必须满足问题的所有约束条件,并尽可能接近或达到问题的目标。因此,在得到求解结果后,我们需要进行验证和评估,检查其是否满足问题的要求和期望。如果求解结果不符合要求或存在误差,我们需要对算法、参数或数据等进行调整和优化,以重新进行求解。

### 四、解的检验与评估

运筹学工作的第四步——解的检验与评估。这是至关重要的步骤,它直接关系到求得解的可靠性、有效性和实用性。解的检验与评估不仅仅是对求解过程和结果的简单复核,更是对模型与现实问题契合度的一次深度考察。

在检验与评估过程中,我们需要从多个维度对解进行审视。首先,要确保求解步骤和程序的正确性,这包括检查算法的选择是否恰当、参数的设定是否合理、计算过程是否无误等。其次,要验证解是否满足模型的所有约束条件,确保解在数学逻辑上的正确性。更重要的是,要评估解是否符合问题的实际情况和需求,包括解的合理性、经济性和可行性等方面。最后,也需要从精确度、可靠性、实用性等多个角度评估解的质量。评估解的质量有助于判断解是否满足实际需求,并为后续步骤提供决策支持。

在解的检验与评估阶段,还需要注意以下几点。

- (1) 全面性: 在检验过程中,要全面考虑问题的各个方面,避免遗漏重要信息或约束条件。
- (2) 客观性: 保持客观公正的态度,不受主观偏见或预设结论的影响。

(3) 灵活性：根据实际情况和需要，灵活调整检验方法和标准，确保检验的有效性和针对性。

(4) 反馈机制：建立有效的反馈机制，及时将检验结果和问题反馈给相关人员和部门，以便进行后续的处理和改进。

通过以上步骤和注意事项的严格执行，可以大大提高解的检验质量，确保得到的解是可靠、有效且符合实际问题需求的。

## 五、解的控制

运筹学工作的第五步——解的控制。这是确保求解结果在实际应用中的稳定性和有效性的重要环节。一旦通过解的检验与评估，确认其满足问题的约束条件和目标要求，就需要对解进行持续的控制，以应对实际应用中可能出现的各种变化和挑战。

解的控制主要包括两个方面：一是监控解的稳定性，即观察解在外部环境或内部条件发生变化时是否仍能保持其有效性；二是调整解的适应性，即根据实际需要或新的信息对解进行必要的修改和优化。为了有效实施解的控制，可以采取以下措施。

(1) 建立监控体系：构建一套完善的监控体系，对解的应用过程进行实时跟踪和记录，及时发现并识别潜在的问题和风险。

(2) 设定预警机制：设定合理的预警指标和阈值，当解的性能或效果偏离预期时，能够自动触发预警信号，提醒相关人员采取应对措施。

(3) 定期评估：定期对解的应用效果进行评估，与预期目标进行对比分析，评估解的适应性和有效性。

(4) 灵活调整：根据评估结果和实际情况，灵活调整解的参数、结构或策略，以适应新的需求和环境变化。

## 六、解的实施

运筹学工作的第六步——解的实施。这是将运筹学求解结果转化为实际行动或决策的关键步骤。在这一阶段，需要将解的具体内容转化为可操作的方案或计划，并付诸实施。

解的实施包括以下几个步骤：①制订实施计划：根据解的内容和要求，制订详细的实施计划，明确实施的目标、步骤、时间表和资源需求等。②组织资源：根据实施计划的要求，组织必要的人力、物力、财力和技术资源，为实施工作提供有力保障。③执行实施计划：按照实施计划的要求和步骤，有序地执行各项工作任务，确保实施过程的顺利进行。④监控实施效果：对实施过程进行实时监控和评估，及时发现并解决问题，确保实施效果符合预期目标。⑤总结反馈：在实施结束后，对实施过程和实施效果进行总结和反馈，提炼经验教训，为今后的工作提供参考和借鉴。

在解的实施阶段，还需要注意以下几点。

(1) 明确性和可操作性：实施计划要具有明确性和可操作性，确保相关人员能够清晰地了解各自的职责和任务。

(2) 协调性：实施过程中要加强各部门和人员之间的协调配合，确保各项工作的顺

利衔接和推进。

(3) 灵活性: 面对实施过程中可能出现的问题和变化, 要保持灵活应变的能力, 及时调整实施计划和策略。

(4) 效果评估: 实施结束后要对实施效果进行全面评估, 以客观评价解的实际效果和价值。

(5) 持续改进: 根据实施效果和反馈意见, 不断总结经验教训, 对解和实施过程进行持续改进和优化。

## 第四节 运筹学的研究内容

运筹学作为一门应用数学领域的学科, 其研究内容广泛且深入, 主要关注如何通过数学模型和优化方法来解决实际问题, 以达到资源的最优配置和效益的最大化。

### 一、规划论

规划论是运筹学的核心部分, 主要研究在给定条件下如何寻求最优解的问题。根据条件和目标函数的不同, 规划论可以分为以下几种类型。

(1) 线性规划: 研究如何在一系列线性等式或不等式约束条件下, 找到线性目标函数的最大值或最小值。线性规划问题在生产计划、库存管理、交通调度等领域有广泛应用。

(2) 非线性规划: 当目标函数或约束条件为非线性时, 使用非线性规划来求最优解。非线性规划问题通常比线性规划问题复杂, 解决这类问题常常需要使用到特殊的算法和数值方法。

(3) 整数规划: 研究在决策变量必须是整数(如人数、机器数等)的情况下, 如何找到最优解。整数规划问题在制造业、电力系统、网络优化等领域有重要应用。

(4) 动态规划: 处理多阶段决策过程, 在每个阶段都需要作出选择, 并考虑到之前阶段的选择对当前阶段的影响。动态规划常用于资源分配、存货控制等领域。

### 二、排队论与库存管理

(1) 排队论: 研究排队系统中顾客到达、服务时间、队列长度等问题, 以提高系统的效率和客户满意度。排队论在交通运输、医院、银行等领域有广泛应用。通过排队论, 可以优化服务流程、减少等待时间、提高服务效率。

(2) 库存管理: 研究如何在库存成本和缺货成本之间作出平衡, 以达到最优的库存管理效果。库存管理理论包括经济订货量模型、安全库存等概念。通过库存管理, 可以降低库存成本, 减少缺货风险, 提高供应链的整体效率。

### 三、网络优化与图论

(1) 网络优化: 研究如何在网络中分配资源以最小化成本或最大化效益, 如最短路径问题、最小生成树问题等。网络优化在物流管理、交通调度、电力系统等领域有重要应

用。通过网络优化,可以优化资源配置、降低运输成本、提高系统整体效益。

(2) 图论:研究如何通过图模型来解决实际问题,如最短路径、最小生成树、网络流等问题。图论为许多实际问题提供了有效的解决工具,如路径规划、网络设计、社交网络分析等。

## 四、决策分析与对策论

(1) 决策分析:通过构建决策树等工具来分析决策过程中的各种可能性和结果,帮助决策者作出更好的选择。决策分析在企业管理、金融投资等领域有广泛应用。通过决策分析,可以评估不同决策方案的风险和收益,选择最优的决策方案。

(2) 对策论(博弈论):研究在多个决策者互相竞争或合作的情况下,如何作出最优决策。对策论在经济学、政治学、生物学等多个领域都有应用。通过对策论,可以分析不同决策者的行为模式和策略选择,预测市场趋势和决策效果。

## 五、其他领域

除了上述主要领域外,运筹学还涉及可靠性理论、模拟与仿真、质量控制等多个方面。这些领域的研究为运筹学提供了更广泛的应用场景和更深入的理论支持。

# 第五节 运筹学的应用

早期运筹学集中应用在军事领域,第二次世界大战之后,运筹学的应用广泛且深入,涵盖了多个领域。

## 一、供应链管理

运筹学在供应链网络设计与优化中发挥着核心作用。它运用数学模型和算法,综合考虑供应链中的各个环节,如供应商、制造商、分销商和最终用户,以及物流、信息流和资金流等因素,进行整体规划和优化。通过构建供应链网络设计模型,企业可以评估不同供应链结构对成本、响应时间和灵活性的影响,从而选择最佳的供应链网络布局。此外,运筹学还可以帮助企业在供应链网络中进行资源分配和风险管理,确保供应链的稳健性和可持续性。

库存管理是供应链管理中的重要环节,也是运筹学研究的重点之一。运筹学通过构建库存管理模型,如经济订货量模型、报童模型等,帮助企业确定最佳的库存水平和再订货点,以平衡库存成本和缺货风险。同时,运筹学还可以结合需求预测、供应不确定性和库存策略等因素,对库存进行动态调整和优化。此外,随着电子商务和大数据技术的发展,运筹学在库存管理中还涉及更复杂的场景,如多品种、多批次、多仓库的库存优化问题。

运输与物流是供应链中连接各个环节的关键环节,也是运筹学在供应链管理中研究的重要内容。运筹学通过构建运输路径优化模型、车辆调度模型等,帮助企业确定最佳的运输路线和物流方案,以降低成本、缩短运输时间和提高客户满意度。在运输与物流优化中,运筹学还需要考虑多种因素,如交通状况、货物特性、车辆载重限制和运输成本等。此

外,随着物联网、人工智能等技术的发展,运筹学在运输与物流优化中还可以实现更智能化的决策支持,如实时跟踪、智能调度和预测分析等。

## 二、生产计划

在生产计划的制订过程中,运筹学通过线性规划与整数规划等数学方法,为企业提供了精准的资源分配与优化方案。这些方法不仅帮助企业充分考虑生产能力、库存水平、交货期等约束条件,还通过求解算法得出最优的资源配置策略,确保在满足市场需求的同时,最大化利润并最小化成本。通过运筹学的应用,企业能够高效利用有限资源,提升整体运营效率。

运筹学在生产调度与排程中发挥着关键作用。通过构建网络流模型等复杂系统,运筹学能够优化生产过程中的工序流程,确保产品在工厂内的顺畅流动。此外,启发式算法如遗传算法、模拟退火等的应用,使生产调度问题得以有效解决,帮助企业找到接近最优的生产排程方案。这些智能化手段不仅缩短了生产周期,还提高了生产灵活性和响应速度,为企业赢得了市场竞争的先机。

## 三、市场营销

在市场营销中,运筹学通过数理统计和决策分析等方法,为企业提供了精准的市场需求预测和定价策略支持。利用回归分析、时间序列分析等技术,企业可以基于历史销售数据,对未来的市场需求进行准确预测,从而制订合理的生产计划和库存策略,避免需求缺口和滞销风险。同时,运筹学中的边际成本定价法通过分析产品的边际成本和市场需求弹性,帮助企业制定最优价格策略,实现利润最大化与市场竞争力的平衡。这些应用不仅提升了市场营销的决策效率,还增强了企业的市场竞争力。

运筹学在市场营销中还广泛应用于广告和促销策略的优化。通过营销响应模型,企业可以分析不同广告渠道的效果和投入成本,找到最具性价比的广告策略,最大化广告的影响力。在促销策略方面,运筹学方法能够优化促销时机、幅度和方式,提升销售效果。例如,在媒体选择问题上,企业可以利用线性规划模型,将有限的广告预算分配到各种广告媒体上,以实现宣传范围、频率和质量的最大化。这种基于运筹学的优化方法,使得企业的市场营销活动更加高效、精准,有助于提升品牌形象和市场占有率。

## 四、金融行业

面对复杂多变的金融市场,金融机构需要精准地评估和管理各类风险,如市场风险、信用风险和操作风险等。运筹学通过构建风险评估模型,运用量化分析技术,如蒙特卡罗模拟、随机模型等,对风险进行精确测量和预测。这些模型不仅考虑了历史数据和市场趋势,还融入了复杂的数学算法和统计方法,帮助金融机构制定出科学合理的风险管理策略,有效降低潜在损失,保障资产安全。

在资产配置和投资组合优化方面,运筹学通过构建多目标规划模型,综合考虑投资者的风险偏好、收益目标和市场约束条件,制订出最优的投资组合方案。这些方案不仅能够保证一定风险水平的前提下实现收益最大化,还能够通过动态调整投资组合的构成,及

时应对市场变化,提升整体投资绩效。同时,运筹学还广泛应用于金融衍生品定价和交易策略设计中,通过复杂的数学模型和算法,对金融产品的内在价值和 market 走势进行精准预测,为金融机构和投资者提供有力的决策支持。

## 五、交通运输

通过运用运筹学中的算法和模型,交通运输公司能够计算出最优的送货路线,从而节省时间和成本。例如,货运公司可以利用运筹学算法规划出最经济的运输路径,降低空驶率和燃油消耗。同时,在城市交通管理中,运筹学也发挥着重要作用。通过建立交通流模型,交通管理部门可以预测交通流量,提出并实施优化交通流的措施,如分时段限行、交通信号灯同步控制等,以缓解交通拥堵,提高道路通行效率。这些应用不仅提升了交通运输的效率和安全性,还促进了城市交通的可持续发展。

在购票优化方面,航空公司等交通运输企业可以利用运筹学算法来制定最佳的票价和座位分配策略,以最大化收益并提升客户满意度。通过精细化的市场分析和预测,企业能够更准确地把握市场需求,制定出更具竞争力的票价策略。在车队管理方面,运筹学帮助运输公司优化车辆调度和装载规划,降低车辆空驶率,提高车辆利用率。通过实时监控车辆运行状况和数据分析,企业能够更高效地管理车队,减少运营成本,提升整体运营效率。这些应用不仅为企业带来了经济效益,还提升了交通运输行业的整体服务水平。

## 六、人力资源管理

在人力资源规划中,运筹学通过运用时间序列分析、回归分析等数学方法,精准预测组织未来的人力资源需求,并结合内部供给分析,确保供需平衡。它帮助管理者制订出科学合理的招聘、培训和退休计划,以优化人力资源配置,为组织的长远发展奠定坚实基础。

面对复杂的招聘市场和多样化的岗位需求,运筹学为招聘与配置提供了科学指导。通过决策树、随机过程等模型,优化招聘渠道和策略,降低招聘成本的同时提高招聘效率。此外,针对组织内部岗位需求,运用线性规划等运筹学方法,实现人员的最优配置,确保每个岗位都能得到最适合的人才,提升组织整体效能。

培训与开发是提升员工能力和组织竞争力的重要途径。运筹学在培训需求分析中发挥作用,通过数据分析识别员工的培训需求,确保培训内容与员工发展及组织目标相契合。同时,在培训效果评估中,运用模糊综合评价、数据包络分析等方法,科学评估培训成效,为持续改进培训方案提供有力支持。

## 七、能源领域

运筹学通过构建精细的数学模型和优化算法,深入研究能源系统的各个环节。从产能规划到能源供应链优化,再到电网布局与分配,运筹学不仅帮助能源企业提高生产效率、降低成本,还确保了能源供应的稳定性和经济性。其强大的数据分析和决策支持能力,为能源行业的可持续发展奠定了坚实基础。

面对新能源的快速发展和环保需求的日益增长,运筹学在新能源开发与利用方面也展现出独特的优势。通过建立新能源规划模型,运筹学能够精准评估新能源资源的潜力

和开发条件,为新能源项目的布局提供科学依据。同时,在新能源并网与优化方面,运筹学通过优化并网策略和调度方案,确保了新能源的高效并网和稳定运行,推动了能源结构的转型和升级。这些研究内容不仅促进了新能源产业的健康发展,也为实现全球能源低碳转型贡献了力量。

## 八、物流管理

运筹学在物流管理中的应用极为广泛,显著提升了物流效率并降低了运营成本。在物流网络优化方面,运筹学通过建立数学模型,综合考虑市场需求、交通条件、成本效益等因素,帮助企业确定最佳的设施选址和布局方案,从而最小化运输距离,优化供应链效率。例如,某物流公司通过运筹学分析,重新规划了仓库和配送中心的位置,使得整体物流网络更加紧凑高效,显著降低了运输成本。在路径规划方面,运筹学运用线性规划、整数规划、遗传算法等方法,为车辆规划出最优的行驶路线,确保在满足时间窗口、车辆容量等约束条件的前提下,实现运输成本的最小化或运输时间的最短化。比如,某快递公司利用运筹学算法,对每日的货物配送路线进行动态优化,有效避开了交通拥堵路段,大幅提高了配送效率。在运输调度方面,通过运筹学模型,物流企业可以建立科学的运输调度系统,优化车辆调度规划、装卸等流程,降低物流成本。例如,某大型物流公司采用运筹学算法,实现了对运输车辆的智能调度,不仅降低了车辆空驶率,还提高了整体运输效率。在仓储设施布局方面,运筹学帮助仓储管理人员分析货物种类、数量、流量等因素,结合仓库大小、形状等限制条件,优化仓库布局和储存策略,提高仓库的存储能力和操作效率。例如,某电商公司利用运筹学技术重新规划仓库布局,使得货物存取更加便捷,有效缩短了库存周转时间。

此外,运筹学在库存管理中也发挥着重要作用。通过建立库存控制模型,如经济批量模型、ABC分类法等,运筹学帮助企业确定合理的库存水平和再订货点,平衡库存成本和服务水平。同时,运筹学还提供了多种需求预测模型,如时间序列模型、回归模型等,帮助企业准确预测未来需求,降低库存积压和缺货风险。

## 本章小结

本章主要对中国古代兵法与农业生产中的运筹思想、西方早期运筹思想以及运筹学的定义、特点、工作步骤、研究内容、应用领域等进行了介绍。运筹学作为一门综合性和多学科的学科,通过系统化思考和系统优化、数学建模、优化理论和决策分析等方法,不仅能够帮助理解和解决复杂的现实世界问题,还能够促进各个学科的交流与合作,为社会经济发展提供有力支持和智力引导。

## 本章习题

1. 运筹学的形成经历了哪些主要的历史阶段?
2. 简述中国古代兵法中的运筹思想,并列举至少两个具体策略。

3. 运筹学如何在中国古代农业生产中得到应用？举例说明。
4. 第二次世界大战对运筹学的形成有何推动作用？
5. 简述运筹学的概念与特点。
6. 运筹学的研究对象和方法是什么？它们如何帮助解决实际问题？
7. 运筹学的核心思想是什么？
8. 运筹学中的“系统化思考”具体指什么？它为何重要？
9. 说明运筹学的工作步骤。
10. 运筹学的主要研究内容和分支有哪些？
11. 查阅相关资料,说明运筹学在物流设施建设项目方面的应用。

## 即测即练

