

数学培优竞赛讲座

(三年级, 第2版)

朱华伟 编著

清华大学出版社

北京

内 容 简 介

本书以国内外小学数学各种培优竞赛为背景，以《义务教育数学课程标准》的理念和要求为准绳编写，力求与课堂教学同步，在夯实基础的同时，构建通往数学奥林匹克前沿的捷径。本书分培优篇和竞赛篇两大部分，按照专题讲座的形式编写，每讲均设置知识方法述要、例题精讲，并配有同步训练及参考答案，注重数学思想的渗透，通过穿插数学案例、名家名言及独特的解题思路，引导学生发现数学的美妙，从而激发学生学习数学的兴趣。

本书可供小学三年级师生及家长使用，也可供小学生数学竞赛培训机构人员参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签，无标签者不得销售。

版权所有，侵权必究。举报：010-62782989，beiqinquan@tup.tsinghua.edu.cn。

图书在版编目(CIP)数据

数学培优竞赛讲座·三年级 / 朱华伟编著. -- 2 版.

北京 : 清华大学出版社, 2024. 7. -- ISBN 978-7-302

-66661-5

I . G624.503

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2024S6Z795 号

责任编辑：王 定

封面设计：周晓亮

版式设计：思创景点

责任校对：成凤进

责任印制：

出版发行：清华大学出版社

网 址：<https://www.tup.com.cn>, <https://www.wqxuetang.com>

地 址：北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编：100084

社 总 机：010-83470000 邮 购：010-62786544

投稿与读者服务：010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈：010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者：

经 销：全国新华书店

开 本：185mm×260mm 印 张：12 字 数：244 千字

版 次：2021 年 8 月第 1 版 2024 年 8 月第 2 版 印 次：2024 年 8 月第 1 次印刷

定 价：49.80 元

产品编号：106701-01

前　　言

提升基础学科的科研水平，培养世界一流的拔尖创新人才，是推动人类文明进步和世界持续发展的重要动力。培养拔尖创新人才，一定要从娃娃抓起、从基础教育抓起。因此，重视并加强基础教育阶段的数学、物理等教育迫在眉睫，尤其是对于数理拔尖人才的早期识别和培养，给予这些好苗子一个适合的、特殊成长机会及高水平的、有效的学习资源至关重要。

为了给对数学有兴趣的小学生提供一个扩展知识视野、提高解题能力和培养创新精神的平台，我们以国内外小学数学各种培优竞赛为背景，以《义务教育数学课程标准》的理念和要求为准绳，根据多年培训“华罗庚金杯赛”选手和辅导小学数学资优生参加数学考试的经验、体会和素材，编写了这套《数学培优竞赛讲座》（三年级、四年级、五年级、六年级），以及配套的《数学培优竞赛一讲一练》（三年级、四年级、五年级、六年级）。

《数学培优竞赛讲座》每册分培优篇和竞赛篇两大部分。

培优篇 与课堂教学同步，从课内到课外逐步引申扩充，由浅入深，由易到难，循序渐进，是课堂教学的自然延伸；在夯实基础的同时，通过新颖、有趣的数学问题，构建通往数学奥林匹克前沿的捷径；在学生力所能及的范围内扩展知识视野，提高思维能力；在巩固深化小学数学教材知识的同时，拓宽小学数学和竞赛数学的知识。

竞赛篇 以小学数学各种竞赛中的热点、难点问题为载体，介绍竞赛数学中令人耳目一新的解题方法与技巧，激发学生发现与创新的灵感。这些内容是数学奥林匹克竞赛中生动活泼、富于创新性的内容。这类问题的特点是涉及的数学知识较少而包含的技巧较多，理解和解决这类问题往往不需要很多专门的数学知识，而发现解法却相当困难，没有固定的模式可以套用。它要求学生自己去探索、尝试，通过观察、思考，利用归纳、枚举、类比、排序、估计、构造、递推、反证、奇偶分析、染色、赋值、不变量等方法，发现规律，找到解决问题的门径，这恰是数学奥林匹克竞赛试题所应有的风格。这些内容可帮助学生开发智力、提高水平，去参加高层次的竞赛。

《数学培优竞赛讲座》以专题讲座的形式编写，每讲的主要栏目如下。



名人名言欣赏：以名人名言开宗明义，开启每讲的数学学习之旅。

知识方法述要：详细归纳相关的知识、方法与技巧，突出重点、难点和赛点。

例题精讲：主要包含“分析”“解”“分析与解”和“评注”，由基础题、提高题、综合题组成。本书中很多例题的解答之后有评注，评注的作用是对某些问题或解答过程中意犹未尽之处进行阐述分析，以起到画龙点睛之效；对可进一步深入研究的问题予以拓展引申，引导学生去创造；对一题多解的问题提出相关的解法，发现特技与通法之间的联系。总之，评注的目的在于，一方面揭示问题的背景和来源，另一方面启迪学生发现解决问题的思路及通过合理猜测提出新问题的方法，使学生不仅知其然，更知其所以然，以期达到授之以渔的目的。

同步训练：含选择题、填空题、解答题，遵循因材施教原则，同步训练题的设置兼顾多个层次的学习需求，分为A, B, C三层，便于分层教学，师生在实际教学中可按需取舍。例如，对于数学基础较好的学生，可以在完成A组和B组习题的基础上努力尝试完成C组习题；对于数学基础较弱的学生，可以在完成A组习题的前提下努力尝试完成B组习题。为方便自学，在书后每题均给出了详细解答过程。

《数学培优竞赛一讲一练》是《数学培优竞赛讲座》的配套练习册，可以为使用者提供自我检测。书后附有详细解答，可以检验使用者对数学知识的理解水平和掌握程度。《数学培优竞赛一讲一练》与《数学培优竞赛讲座》配套使用，能达到更好的学习效果。

通过对本书的学习，学生能够发现数学的美丽和魅力，体会数学的思想和方法，感受数学的智慧和创新，体验经过不懈的探索而获得成功的兴奋和快乐，进而激发学习数学的兴趣。

本书是小学生参加数学竞赛的宝典，是冲刺重点中学、破解数学考试压轴题的利器，是小学数学教师进行数学竞赛辅导、进修的益友。

在本书的编写过程中，笔者参考并引用了有关资料中的优秀题目，力求简明，书中未一一注明出处，在此，谨向原题编者表示感谢。由于笔者水平有限，书中难免会有疏漏之处，诚挚欢迎读者批评与指正。

2024年5月

目 录

培 优 篇/1

第 1 讲 智巧趣题	1
第 2 讲 高斯的故事	5
第 3 讲 从图形排列中找规律	11
第 4 讲 从数字排列中找规律	19
第 5 讲 从数表排列中找规律	25
第 6 讲 加减法的巧算	31
第 7 讲 竖式加减填空格	37
第 8 讲 竖式乘法填空格	44
第 9 讲 加减法数字谜	51
第 10 讲 奇妙的幻方	58
第 11 讲 和差问题	65
第 12 讲 和倍问题	71
第 13 讲 差倍问题	76
第 14 讲 年龄问题	81
第 15 讲 植树问题	85
第 16 讲 数线段	90
第 17 讲 火柴游戏	96
第 18 讲 巧求周长	103

竞 赛 篇/109

第 19 讲 有趣的一笔画	109
---------------------	-----



第 20 讲 图形的分割	118
第 21 讲 图形的切拼	124
第 22 讲 时间与日期	131
第 23 讲 观察与归纳	135
第 24 讲 体育比赛中的数学问题	141
同步训练参考答案	145



第1讲 智巧趣题

数学是打开科学大门的钥匙.

——培根



知识方法述要

在日常生活中,我们会遇到一些趣味性很强且带有智力测验性质的问题.对于这类问题,首先要读懂题意,然后要经过周密的思考,这样问题才能得以解决.



例题精讲

【例 1-1】 公共汽车上没有售票员,仅有一个投币箱,每位乘客应支付 5 戈比的乘车费. 甲、乙、丙三位小学生上车后发现每人都只有一些面值为 10 戈比和 15 戈比的硬币,但他们还是设法付清了每人 5 戈比的乘车费. 试问: 他们是怎样做到的?

解 乙和丙各给甲一枚 15 戈比的硬币, 甲分别找给他们 10 戈比, 然后甲将一枚 15 戈比的硬币投入投币箱.

【例 1-2】 已知两个两位数的乘积等于 2000, 它们的个位数都是 0, 请问: 这两个两位数的和是多少?

解 若将这两个两位数都除以 10, 则它们都是一位数, 而它们的乘积是 $20 = 4 \times 5$, 故这两个两位数的和是 $40 + 50 = 90$.

【例 1-3】 三个聪明人一起乘火车旅行, 火车突然驶入一条隧道. 等火车驶出隧道后, 每个人都发现自己的旅伴脸上被从窗外刮来的煤烟熏黑了. 于是三人开



始取笑自己的旅伴.这时,其中最机灵的一个人突然猜到自己的脸也被熏黑了.试问:他是怎样猜到的?

解 他是这样想的:“如果我的脸上没有煤烟,那么另一个聪明人看到第三个聪明人在笑,便会想到是在笑自己,因此便会停止哄笑.可是他没有停止哄笑,可见我的脸上也有煤烟.”

【例 1-4】 自助餐厅门口挂着如图 1-1 所示的公告牌.如果 4 个大人和 3 个 12 岁以下的小孩一起去吃自助餐,那么他们最少需要花()钱.

- A. 155 元 B. 160 元 C. 165 元
D. 180 元 E. 195 元

大人	30 元
小孩(12 岁以下)	25 元
家庭套餐 A(1 大人、1 小孩)	45 元
家庭套餐 B(2 大人、1 小孩)	70 元

图 1-1

解 4 个大人和 3 个 12 岁以下的小孩吃自助餐,要使他们花费最少,那么尽可能选择套餐:

- (1) 选择 2 个家庭套餐 A 和 1 个家庭套餐 B,费用为 $45 \times 2 + 70 \times 1 = 160$ (元);
 - (2) 选择 2 个家庭套餐 B 和 1 个小孩餐,费用为 $70 \times 2 + 25 = 165$ (元);
 - (3) 选择 3 个家庭套餐 A 和 1 个大人餐,费用为 $45 \times 3 + 30 = 165$ (元);
- 其他的选择方式都会比以上 3 种选择方式花费更多,因此选 B.

同步训练

A 组

1. 如图 1-2 所示,有两只小虫子爬楼,甲虫从楼梯由 A 点爬到 C 点,乙虫沿墙根先由 A 点爬到 B 点,再顺着墙往上爬到 C 点,甲、乙两虫都说自己走的路最近,你认为谁正确?

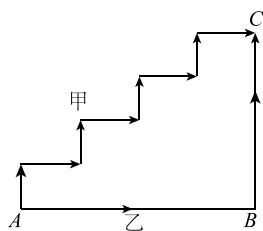


图 1-2

2. 公园里有一排彩旗,按3面黄旗、2面红旗、4面粉旗的顺序排列,小红看到这排彩旗的尽头是一面粉旗.已知这排彩旗不超过200面,那么这排彩旗最多有_____面.

3. 一个出纳员手中有许多张票面为2元和5元的人民币,在100元的范围内,他能支付出_____种钱数(简单说明思考过程).

4. 食堂每天需要两位学生帮厨,共有四位学生报名参加,如果要求每两位学生合作一天,那么至多可安排_____天劳动.

5. 每个茶杯的价格分别是9元、8元、6元、4元和3元,每个茶盘的价格分别是7元、5元和2元.如果一个茶杯配一个茶盘,一共可以配成_____种不同价格的茶具.

6. 请把你15个苹果分装在四个盒子里,使得无论要拿几个苹果都不用再打开盒子,只要把其中一个或几个盒子拿走就可以了.那么,这四个盒子中,装得最多的盒子里有_____个苹果.

7. 把一块正方体形状的橡皮泥块,用刀切成64块大小一样的小正方体,不移动重叠至少要切_____刀.

8. 如图1-3(a)所示,10个圆球在桌子上排成了一个三角形,为将它们摆放成如图1-3(b)所示的形状,最少需要移动_____个圆球.

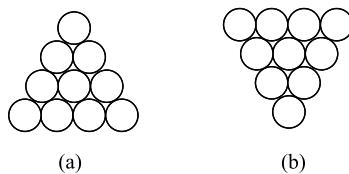


图 1-3

B 组

9. 你的口袋里有一元、二元、五元、十元、五十元、一百元的纸币各一张.如果每次取出5张计算它们的钱数,共有_____种不同的钱数.

10. 已知有五张卡片,每张上面写着三个数字.如图1-4摆放,按从左到右的顺序可以读出三个五位数:49271,97645,86839.调换卡片的位置,可以得到三个新的五位数,那么这三个数的和最大是_____.

4	9	2	7	1
9	7	6	4	5
8	6	8	3	9

图 1-4



11. 某教授的父亲的儿子正同该教授的儿子的父亲交谈,但教授本人却不在其中,试问:这可能吗?说明原因.

12. 怎样将127枚面值为1元的硬币分开装入7个纸包中,使得不用打开纸包即可付1至127元之间的任何整数数额的款?

C组

13. 操场上练体操的学生恰好站成8行8列的方阵,若去掉其中的3行3列,请问:这个方阵会减少多少人?

14. 奇迹园中种有摇钱树,上面长有金币(不同树上的金币数目可能不同).每天夜里每棵树上都长出一块新的金币.3月1日时,这些树上共长有1000块金币.3月里的某一天,小诺又新种了一棵摇钱树,到3月31日时,所有的树上一共长有1993块金币.试问:小诺是在哪一天种的树?请论证你的答案.

第 2 讲 高斯的故事

给我最大快乐的，不是已懂得的知识，而是不断地学习；不是已有的东西，而是不断地获取；不是已达到的高度，而是继续不断地攀登。

——高斯



知识方法述要

德国大数学家高斯上小学时，数学老师出了这样一道加法计算题让同学们计算：

$$1+2+3+\cdots+99+100=?$$

老师一出完题，同学们就纷纷拿起笔，埋头苦算。然而，一向喜欢动脑筋的小高斯看到题后，却并不像其他同学那样急于直接相加求和，而是仔细观察这串加数的规律，想了一下，就举手发言说他已算出结果了！老师问：“你算出得数是多少了吗？”高斯答：“得数是 5050！”这使同学们大吃一惊，他们正忙于把 100 个数一一相加，这时，老师也愣住了。

老师惊讶地问小高斯：“你是怎样算出来的呢？”

亲爱的同学，请你仔细听听，小高斯是怎样说的。小高斯有条有理地说：“我用 1 和 100 相加得 101，2 和 99 相加得 101，这样，一共有 50 个 101，结果就是 50 个 101 的和，也就是 5050！”

小高斯的巧妙算法，博得了老师和同学们的热烈掌声。

这就是说，要想求出 $1, 2, 3, \dots, 99, 100$ 这串数的和，我们只要用第一个数 1 与最后一个数 100 相加，再乘以这串数的个数 100，然后除以 2 就行了。即

$$\begin{aligned}1+2+3+\cdots+99+100 &= (1+100) \times 100 \div 2 \\&= 101 \times 100 \div 2 \\&= 5050.\end{aligned}$$



实际上,上面的这道题就是求等差数列 $1, 2, 3, \dots, 99, 100$ 的和. 那么,什么叫等差数列呢?

按一定次序排列的一串数叫作数列. 数列里的每一个数叫作数列的项, 从左起第一个数叫作第一项, 也叫首项; 第二个数叫作第二项; ……最后一个数叫作末项. 数列里项的个数叫作项数.

$1, 2, 3, \dots, 99, 100$ 这个数列, 有如下特点:

$$2-1=1, 3-2=1, 4-3=1, \dots, 99-98=1, 100-99=1.$$

也就是说, 这个数列前后两个相邻的数的差都相等, 这个相等的差叫作公差. 具有这种特点的数列, 我们就把它叫作等差数列.

这样, 我们把小高斯所列的算式推广到一般情况, 就得到了等差数列的求和公式:

$$\text{等差数列的和} = (\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数} \div 2.$$

由等差数列的求和公式知, 当已知一个等差数列的首项、末项和项数时, 就可以代入公式求出这个等差数列的和.

例题精讲

【例 2-1】 计算: $1+2+3+\dots+1998+1999$.

分析 这是求一个公差为 1 的等差数列的和, 它共有 1999 项. 我们把这个和用 S 表示, 即 $S=1+2+3+\dots+1998+1999$.

根据加法交换律和结合律, 把各加数按从大到小的顺序排列, 和不变, 也就是 $S=1999+1998+\dots+3+2+1$.

把这两个式子相加, 左边等于 $2S$, 右边对应项相加, 得到

$1+1999=2+1998=3+1997=\dots=1997+3=1998+2=1999+1=2000$, 共 1999 个 2000, 所以

$$2S=(1+1999) \times 1999,$$

$$S=(1+1999) \times 1999 \div 2.$$

经过上面的分析和推理, 我们再一次得到

$$\text{等差数列的和} = (\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数} \div 2.$$

对任意一个等差数列来说, 都能用本例的思路来解, 但为了简便, 可以直接用等差数列的求和公式计算.

$$\text{解 } 1+2+3+\dots+1998+1999$$

$$=(1+1999) \times 1999 \div 2$$

$$= 2000 \times 1999 \div 2$$

$$= 1999000.$$

评注 求一个数列的和,首先要判断题目所给的是什么数列,如果是等差数列,再用等差数列求和公式求和.

【例 2-2】 计算: $5+10+15+\cdots+1990+1995+2000$.

分析 由于首项是 5,末项是 2000,可见相邻两项的差都是 $10-5=15-10=5$. 只要求出项数,就可以用等差数列求和公式计算了. 那么,项数是几呢?

末项是 10 时,项数是 2;

末项是 15 时,项数是 3;

末项是 20 时,项数是 4;

末项是 25 时,项数一定是 $(25-5) \div 5 + 1 = 5$;

所以,末项是 2000 时,项数是 $(2000-5) \div 5 + 1 = 400$.

由此,我们又得到一个公式:

$$\text{项数} = (\text{末项} - \text{首项}) \div \text{公差} + 1.$$

$$\text{解} \quad \text{项数} = (2000-5) \div 5 + 1$$

$$= 1995 \div 5 + 1$$

$$= 400.$$

$$\text{等差数列的和} = (5+2000) \times 400 \div 2$$

$$= 2005 \times 400 \div 2$$

$$= 401000.$$

评注 通过例 2-2 我们得出,在等差数列中,如果已知首项、公差、末项,求和时,应先求出项数,然后再利用等差数列求和公式求和.

【例 2-3】 有一列数按如下规律排列: 6, 10, 14, 18, …, 这个数列中前 100 个数的和是多少?

分析 已知首项是 6, 公差是 4, 项数是 100. 要想求出这 100 个数的和, 必须先求出末项. 怎样求出这个末项呢?

我们从数列中可以看到: 第 2 项是 $6+4\times 1$; 第 3 项是 $6+4\times 2$; 第 4 项是 $6+4\times 3$, ……, 依此类推, 第 100 项是 $6+4\times(100-1)=402$. 式中 6 是首项, 4 是公差, 100 是项数.

这样,就可以归纳出求末项的公式:

$$\text{末项} = \text{首项} + \text{公差} \times (\text{项数}-1).$$



$$\begin{aligned} \text{解} \quad \text{末项} &= 6 + 4 \times (100 - 1) \\ &= 6 + 396 \\ &= 402. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{等差数列的和} &= (6 + 402) \times 100 \div 2 \\ &= 408 \times 100 \div 2 \\ &= 20400. \end{aligned}$$

答:这个数列中前 100 个数的和是 20400.

评注 通过例 2-3 我们看到,在等差数列中,如果已知首项、公差、项数,求和时,应先求出末项,然后再利用等差数列求和公式求和.

【例 2-4】 有从小到大排列的一列数,共有 100 项,末项是 400,公差是 2. 求这个数列的和.

分析 已知项数、公差和末项,但不知道首项,我们应怎样求出首项呢? 可以这样想:

第 100 项是 400,那么第 99 项就是 $400 - 2 \times 1$,第 98 项就是 $400 - 2 \times 2$,第 97 项(倒数第 4 项)就是 $400 - 2 \times 3$,第 96 项(倒数第 5 项)就是 $400 - 2 \times 4$,...,依此类推,首项(倒数第 100 项)为 $400 - 2 \times (100 - 1) = 202$. 式中 400 是末项,2 是公差,100 是项数. 这样就得出求首项的公式:

$$\text{首项} = \text{末项} - \text{公差} \times (\text{项数} - 1).$$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \text{首项} &= 400 - 2 \times (100 - 1) \\ &= 400 - 198 \\ &= 202. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{等差数列的和} &= (202 + 400) \times 100 \div 2 \\ &= 30100. \end{aligned}$$

答:这个数列的和是 30100.

评注 通过例 2-4 我们看到,在等差数列中,如果已知公差、末项、项数,求和时,应先求出首项,然后再利用等差数列求和公式求和.

综合上面例 2-2~例 2-4 这三个例题,我们可以看出:在等差数列中,只要知道首项、末项、项数、公差这四个量中的任意三个量,就可以利用项数公式、末项公式或首项公式与求和公式求等差数列的和.

实际上,项数公式、首项公式及末项公式,它们之间是相互联系和互为转化的. 如

$$\text{项数} = (\text{末项} - \text{首项}) \div \text{公差} + 1.$$

此公式为等差数列的项数公式,进行如下转化,即

$$\text{项数} - 1 = (\text{末项} - \text{首项}) \div \text{公差}.$$

$$\text{末项} - \text{首项} = (\text{项数} - 1) \times \text{公差}.$$

也就是

$$\text{末项} = \text{首项} + (\text{项数} - 1) \times \text{公差}.$$

这就是等差数列的末项公式,也叫作等差数列的通项公式.

$$\text{首项} = \text{末项} - (\text{项数} - 1) \times \text{公差}.$$

另外,等差数列可以是有限项的,如例2-1、例2-2,也可以是无限项的,如例2-3.当一个等差数列有奇数项时,有

$$\text{总和} = \text{中间项} \times \text{项数}.$$

同步训练

A组

1. 在等差数列 $1, 5, 9, 13, 17, \dots, 401$ 中, 401 是第 _____ 项.

2. 计算: $2+4+6+\dots+1998+2000=$ _____.

3. 计算: $(2+4+6+\dots+1998+2000)-(1+3+5+\dots+1997+1999)=$ _____.

4. 从小到大排列的数列,共有 100 项,末项是 1800 ,公差是 5 .这个数列的和是 _____.

5. 计算: $1 \div 1999 + 2 \div 1999 + 3 \div 1999 + \dots + 1998 \div 1999 + 1999 \div 1999 =$ _____.

6. 计算: $1+5+5\times2+5\times3+\dots+5\times1999=$ _____.

7. 计算: $100-99+98+97-96+95+\dots+4-3+2+1=$ _____.

8. 计算: $1-2+3-4+\dots+1997-1998+1999=$ _____.

B组

9. 在 $1949, 1950, 1951, \dots, 1997, 1998, 1999, 2000$ 这 52 个自然数中,所有偶数之和比所有奇数之和多 _____.

10. 39 个连续奇数的和是 1989 ,其中最大的一个奇数是 _____.

11. 下面的算式是按一定规律排列的:

$$5+3, 7+6, 9+9, 11+12, \dots$$

它的第 1999 个算式的结果是多少?

12. 小聪的家在一条短胡同里,这条胡同的门牌号从 1 号开始, 2 号、



3号、……、依次编下去。如果除小聪家外,其余各家的门牌号相加的和减去小聪家的门牌号,恰好等于100,那么小聪家门牌号是几号?全胡同有几家?

..... C 组

13. 盒子里放有3个乒乓球,一位魔术师第一次从盒子里拿出1个球,将它变成3个球后放回盒子里;第二次又从盒子里拿出2个球,将每个球各变成3个球后放回盒子里;……;第十次从盒子里拿出10个球,将每个球各变成3个球后放回到盒子里。这时盒子里共有多少个乒乓球?

14. 7位小同学围成一圈做游戏,要求按顺时针报数,每个同学报的都比前一个同学大,而且大的数量相同,这样报数3圈。已知小明最先报,小华最后一个报,小明三次报数的总和为63,小亮三次报数的总和为99,请问:小明和小华第一次报数分别是多少?

第3讲 从图形排列中找规律

数学如同音乐或诗一样,显然地确实具有美学价值.

——雅可比



知识方法述要

本讲我们将学习如何从图形的排列中找规律.

怎样从图形的排列中找出规律呢? 我们可以从图形的形状、位置、方向、颜色、数量、大小等方面入手, 从中找出规律. 具体地讲, 要做到“看一看、想一想、算一算、画一画”.

看一看, 就是要看图形中所包含的内容有哪些, 它们之间有哪些相同点, 哪些不同点, 有怎样的内在联系. 既要看到整体特征, 又要观察各部分的特点. 特别要注意的一点, 就是要掌握观察的顺序, 要按照从上到下、从左到右、由近到远、由里到外的顺序认真观察各部分图形的特点及整体的形状.

想一想, 就是在看的基础上, 想一想图形各部分之间有哪些联系并认真地进行比较与分析, 从中找出图形排列的规律.

算一算与画一画, 就是在想一想的同时, 把抽象的数量关系通过画图具体表示出来, 并进行分析与计算, 使问题得到解答.

看、想、算、画, 它们密切联系, 融为一体. 看是基础, 想是关键, 算与画是解答问题的方法. 只有看、想、算、画互相结合, 才能正确、迅速地解答问题.

例题精讲

【例 3-1】 按顺序观察所给出的图形(见图 3-1)的变化, 依照这种变化规律, 在虚线格内填上合适的图形.

分析与解 本题所给的八个图形, 其形状都是箭, 所以, 我们可以肯定地说, 虚线格内的图形也是箭.

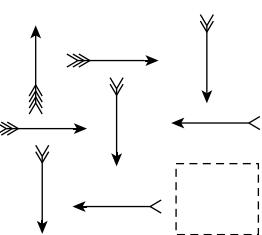


图 3-1



从图形箭头的方向上看,每一行图形从左至右,每一列图形从上到下都按顺时针方向旋转 90° 后,变为下一个图形箭头的方向。依照这样的规律,第三列第三个图形的箭头应朝上。

从图形的数量变化上看,主要体现在箭尾处。即在同一列中,每旋转 90° ,箭尾上的“羽毛”就减少一对,依照这个规律,虚线格内的箭,其箭尾的“羽毛”没有了,成了光秃秃的一支,如图3-2所示。



图3-2

【例3-2】图3-3中的6个图形,有两个是不能配成对的,它们是哪两个?

分析与解:仔细观察整组图形,我们可以发现,图3-3(a)按顺时针方向或逆时针方向旋转 180° ,就是图3-3(e)。图3-3(c)按顺时针方向或逆时针方向旋转 180° ,就是图3-3(f)。而图3-3(b)无论旋转多少度,也不是图3-3(d),并且它们的黑白色彩也不同。它们不符合配对图形之间的内在联系,所以,图3-3(b)与(d)不能配成对。

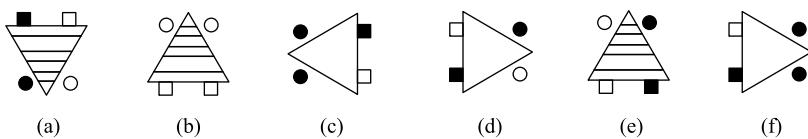


图3-3

【例3-3】下面是由几何图形组成的帆船图形(见图3-4),请按照一定的规律,在标序号处画出符合规律的小帆船。

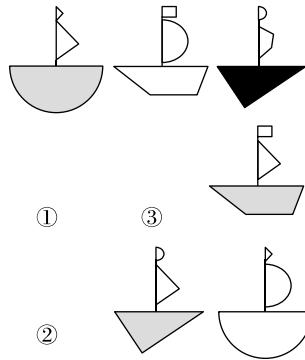


图3-4

分析与解:每一只小帆船都由三部分组成:船体、帆和小旗。这三部分都是变化的,另外船体颜色也是变化的。下面我们逐一来分析。

1. 船体的形状。

帆船的船体都由半圆形、梯形、三角形组成,并且每一横行(或竖列)都没有重

复. 按照这一规律, 我们可以确定船体的形状.

因为①所在位置的横行、竖列都只有1个图形, 所以不能确定, 可以先确定②或③.

②所在的横行, 船体形状有三角形和半圆, 缺梯形, 所以②的船体形状应为梯形.

①所在的竖列, 船体形状有半圆形和梯形, 缺三角形, 所以①的船体形状为三角形.

③所在的竖列, 船体形状有梯形和三角形, 缺半圆形, 所以③的船体形状为半圆形.

2. 船体的颜色.

每一横行(或竖列)都由阴影、黑色、白色三种组成, 并且在同行同列中没有重复颜色. 根据这一规律, 确定出①号船体为白色, ②号船体为黑色, ③号船体为黑色.

3. 帆的形状.

确定方法和上面一样.

4. 小旗的形状.

确定方法和上面一样.

最后的答案如图3-5所示.

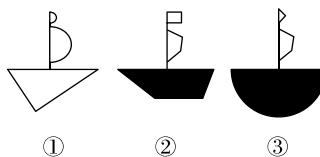


图 3-5

【例3-4】 将80个三角形排成一行, 然后依照如图3-6所示的规律涂上黑色或白色, 请问:

- (1) 第31个三角形是什么颜色?
- (2) 黑色三角形总共比白色三角形多几个?

▲▲▲△△▲▲▲▲△△▲▲▲▲△△……

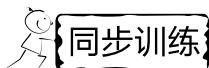
图 3-6

解 (1) 由图3-6可知, 从第一个三角形开始, 每5个三角形为一组, 每组有3个黑色三角形与2个白色三角形, 按▲▲▲△△重复出现. 由于 $31 \div 5 = 6 \cdots \cdots 1$,



重复出现6次后,第7组的第一个三角形即第31个三角形,是黑色三角形.

(2) 由(1)知,每一组中黑色三角形比白色三角形多1个,80个三角形共有16组,所以黑色三角形比白色三角形总共多16个.



----- A 组 -----

1. 观察图3-7中图形的变化规律,然后在虚线格中填画上所缺的图形.

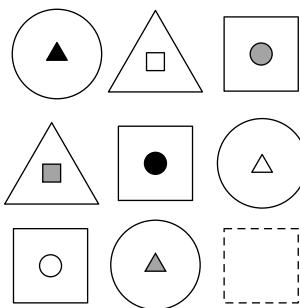


图 3-7

2. 图3-8是按照一定规律排列的图形,请按这一规律在空格内画出适当的图形.



图 3-8

3. 在图3-9的四个空格内,分别画出适当的图形.

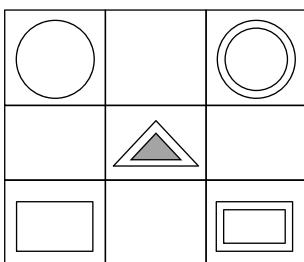


图 3-9

4. 依照图3-10中图形的变化规律,在虚线格中填图.

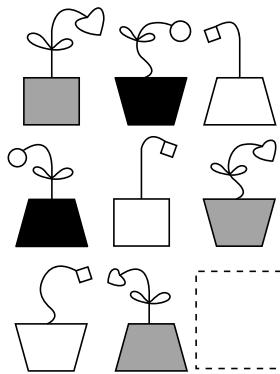


图 3-10

5. 观察图 3-11 与图 3-12, 把图 3-12 中合适的图的序号填入图 3-11 的空格内.

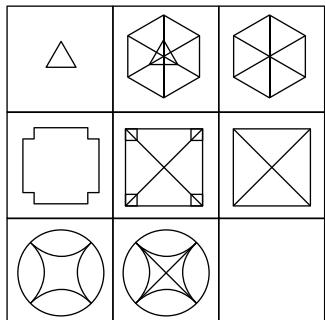


图 3-11

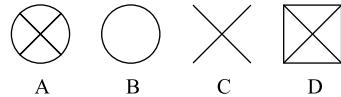


图 3-12

6. 观察图 3-13(a)(b)(c)(d), 它们之间存在某种规律, 请按照这种规律填出图 3-13(e).

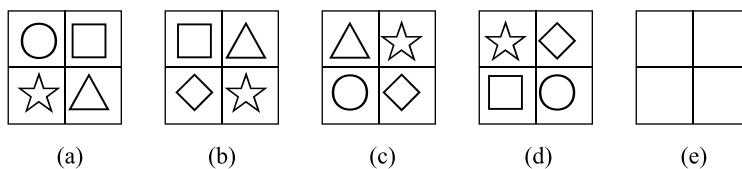


图 3-13

7. 观察图 3-14 所示这组图形的变化规律, 在标序号处画出相应的图形.

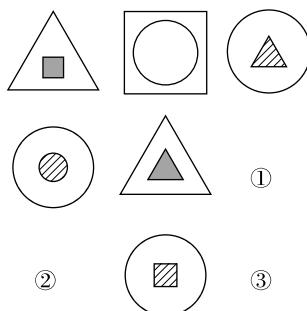


图 3-14

8. 图 3-15 是用几何图形组成的小房子. 请你根据组成的规律, 在标序号处画出相应的图形.

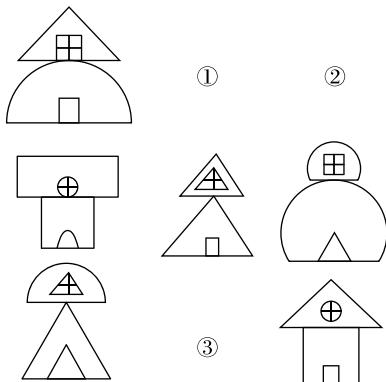


图 3-15

B 组

9. 第一次操作将图 3-16(a)左下角的正方形分为四个小正方形, 见图 3-16(b); 第二次操作再将图 3-16(b)左下角的小正方形分为四个更小的正方形, 见图 3-16(c); 这样继续下去, 当完成第十次操作时, 得到的图形中共有 _____ 个正方形.

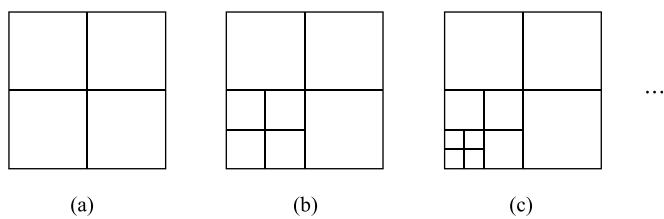


图 3-16

10. 按如图 3-17 所示摆法摆 80 个三角形, 第 27 个三角形是_____色, 有_____个白色三角形.



图 3-17

11. 图 3-18 所示图形的排列有一定的规律.

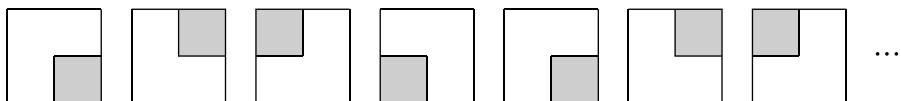


图 3-18

按照这个规律, 第 2011 个图形与第_____个图形相同.

12. 四组连动的齿轮如图 3-19 所示, 当一个齿轮转动时, 同组的其他齿轮也都随着转动的是哪一组?

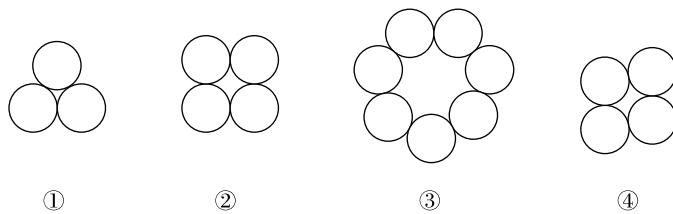


图 3-19

C 组

13. 一个正方体的六个面分别涂有红、黄、蓝、绿、黑、白六种颜色, 经随意旋转翻转这个正方体, 出现如图 3-20 所示的两种情况. 请问: 与绿色面相对的面是什么颜色?

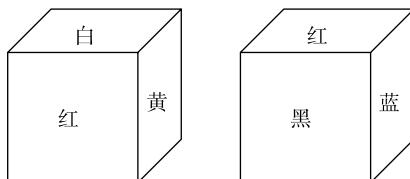


图 3-20

14. 如图 3-21 所示, 已知每一个正方形的边长都是 2 厘米. 现有一只蚂蚁从两个正方形的公共顶点 O 出发, 沿着“O—A—B—C—O—D—E—F—O—A—B—C—O—D—E—F—O—A…”的路径连续爬行 2020 厘米. 请问: 这只蚂蚁最



终会停在哪一个点上?

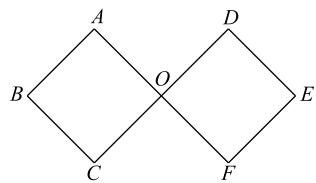


图 3-21