第1篇

力学

世界是物质的，物质是运动的，整个世界就是永恒运动着的物质世界。物质的运动形式多种多样，有机械运动、分子热运动、电磁运动、原子和原子核运动以及其他微观粒子的运动等，其中最简单、最普遍的运动形式是机械运动（mechanical motion）。在物理学中，把物体之间或同一物体各部分之间的相对位置随时间的变化称为机械运动。力学（mechanics）就是研究机械运动及其规律的物理学分支。

按照研究内容的不同，力学可分为运动学（kinematics）、动力学（dynamics）和静力学（statics）。运动学研究物体运动的规律（本书第 1 章），动力学研究引起物体运动的原因（本书第 2 章和第 3 章），而静力学研究物体平衡时的规律（在理论力学中重点讨论，本书不作详细讨论）。

本书的第 1～3 章属于质点力学，其研究对象为质点；第 4 章属于刚体力学，其研究对象为刚体。

第1章　质点运动学

运动学的主要任务是研究物体的位置随时间变化的规律，并不涉及引起运动变化的原因。

本章的主要内容涉及三个概念（质点 、参考系、坐标系）、四个物理量（位置矢量、位移、速度、加速度）以及三种运动（直线运动、曲线运动、圆周运动），进而阐述运动描述的相对性。

1.1　质点　参考系　坐标系

【思考 1-1】

（1）为什么引入质点？什么情况下可将物体视为质点？如果物体不能视为质点，如何研究其运动规律？

（2）如何解释诗句“卧看满天云不动，不知云与我俱东”和“坐地日行八万里，巡天遥看一千河”中的物理现象？

（3）为什么引入参考系？什么是坐标系？坐标系和参考系有什么联系？

（4）你知道哪些坐标系？你了解它们吗？

1.1.1　质点

任何物体都有一定的大小和形状。当物体运动时，其各部分的位置变化一般是不同的，物体的运动情况非常复杂。

一般来说，在研究物体的运动时，如果物体的大小远小于研究问题的范围，物体的大小、形状对运动无影响或影响可以忽略，那么这时的物体可以视为只有质量、没有形状和大小的几何点，称为质点（particle）。或者，当物体的各部分具有相同的运动规律时，物体也可以简化为质点。

2019 年 1 月 3 日，中国嫦娥四号月球探测器顺利着陆在月球背面，成为人类首颗成功软着陆月球背面的探测器，并通过鹊桥中继星传回了世界第一张近距离拍摄的月背影像图。探测器在空中的姿态不断被调整，但对远离它的观察者来说，因为探测器离观察者的距离远大于探测器本身的大小，所以在讨论其飞行轨道时，可忽略其大小和形状。图 1-1-1 为将嫦娥四号月球探测器视为质点的飞行轨道示意图（此飞行轨道的参考系是地球吗？请读者思考）。

同样地，地球半径约为 6.373×10^3 km，日地间距约为 1.53×10^8 km。当讨论地球绕太阳的运动时，地球上的各点相对于太阳的运动可以看成是相同的，此时的地球可视为大小和形状均可忽略的质点，如图 1-1-2 所示。但是，当讨论地球的自转时，由于地球的各个不同部分在转动过程中具有不同的轨道，因此这时的地球不可视为质点。

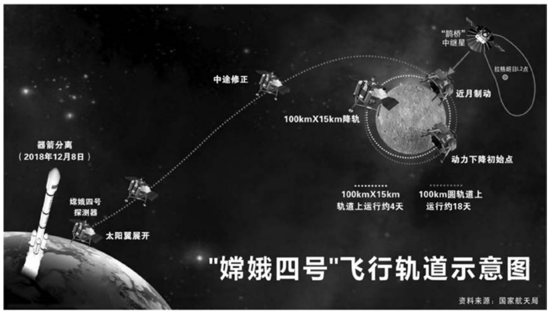

图 1-1-1

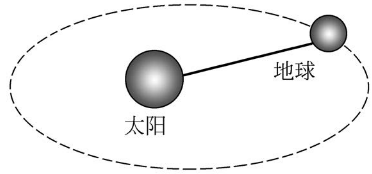

图 1-1-2

一个物体能否当作质点，与其大小无关，而是取决于研究问题的性质。

当一个物体不能视为质点时，可将其看成由许多质点构成的集合——质点系。如果了解了其中每一个质点的运动规律及其运动合成规律，从理论上讲，该质点系的规律就可循。前面提到的刚体则是一个特殊的质点系，在外力作用下，刚体产生的形变可以忽略（即刚体内的任意两质点间的距离保持不变）。第 4 章将专门讨论刚体运动的具体规律。

力学的研究思路是：

$$\text{质点}\xrightarrow{\text{集合}}\text{质点系}\xrightarrow{\text{特例}}\text{刚体}$$

【物理研究方法——理想化方法】

自然界发生的一切物理现象和物理过程一般都是比较复杂的，如果不分主次地考虑一切因素，不仅会增加研究的难度，而且也不能得出精确的结果，因此在物理研究中产生了理想化方法①。理想化方法在自然科学研究中占有重要地位，在科技史上多次被一些著名科学家运用，是一种重要的科学研究方法。

在物理学中，理想化方法主要表现为以下三种形式：理想模型、理想过程和理想实验。

所谓理想模型，是指在原型（物理实体、物理系统、物理过程）的基础上，经过科学抽象而建立起来的一种研究客体。它忽略了原型的次要因素，集中突出了原型中起主导作用的因素；摒弃了次要矛盾，突出了主要矛盾。质点的概念就是在研究物体复杂运动时，考虑主要因素，忽略次要因素而引入的一个理想化的力学模型。物理学中有很多这样的理想模型，除了质点，还有刚体 、理想流体、理想气体 、弹簧振子、点电荷、电流元、黑体等。

所谓理想过程，是指在研究物体的运动过程中忽略次要因素，只保留主要因素，将物体状态与运动的过程理想化。如匀速直线运动、自由落体运动、简谐振动、简谐波、完全弹性碰撞，以及理想气体状态变化的等温过程、等压过程、等容过程、绝热过程和卡诺循环等。

所谓"理想实验"，又叫作"假想实验""抽象的实验""思想实验"或"思维实验"，它是人们在思想中塑造的理想过程，是一种逻辑推理的思维过程和理论研究的重要方法。如伽利略

① 冯杰. 大学物理专题研究[M]. 北京：北京大学出版社，2011：12-20.

的惯性实验、爱因斯坦的理想火车等。

1.1.2 参考系

所有的物体都在不停地运动,没有绝对不动的物体,有诗云:“坐地日行八万里,巡天遥看一千河”。运动是绝对的,但是对运动的描述是相对的。要想描述物体如何运动,必须事先选定一个作为参考的物体。用来描述物体运动而选作参考的物体称为参考系(reference system)。选定的参考系不同,对同一物体运动的描述可能有不同的结果。也就是说,运动的描述是相对的。

需要强调的是:第一,在描述物体的运动时,必须指明参考系,不同参考系对物体运动的描述不同;第二,在运动学中,参考系的选择是任意的,主要根据问题的性质和研究方便而定;第三,常用参考系有太阳参考系、地心参考系、地面参考系、质心参考系等。若不指明参考系,则认为以地面为参考系。

1.1.3 坐标系

为了定量描述物体的运动,在选定的参考系上建立的带有标尺的数学坐标称为坐标系(coordinate system)。坐标系是固结于参考系上的一个数学抽象,是量化(具有大小和方向)的参考系。

常见的坐标系有时间坐标系(只含时间轴的坐标系)和空间坐标系(如笛卡儿坐标系,即直角坐标系、平面极坐标系、柱面坐标系、球面坐标系、自然坐标系等)。

坐标系的选择是任意的,主要根据研究问题的方便程度而定。坐标系的选择不同,描述物体运动的方程一般是不同的。

【练习 1-1】

1-1-1 在大学物理课程中,常用的空间坐标系为直角坐标系和平面极坐标系。在你的数学课程中,它们的坐标轴以及坐标是如何规定的?在什么情形下使用它们更方便?

1-1-2 什么叫矢量?矢量的加法、减法和乘法的法则各是怎样的?在直角坐标系中如何表示矢量及其运算法则?查看相关的参考书,熟悉矢量的有关知识,这将对学习大学物理非常有帮助。

1-1-3 为了更好地理解矢量,研究以下问题:

(1) 求两个矢量相加的最大值和最小值,并用图表示出来。

(2) 如果三个矢量 $\boldsymbol{a}_1$、$\boldsymbol{a}_2$ 和 $\boldsymbol{a}_3$ 的大小相等,三者方向的夹角依次为 120°,求这三个矢量的和。

(3) 在直角坐标系中,取 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别为 Ox 轴、Oy 轴、Oz 轴的单位矢量,a_x、a_y、a_z 分别为 $\boldsymbol{a}$ 在 Ox 轴、Oy 轴、Oz 轴的分量大小,b_x、b_y、b_z 分别为 $\boldsymbol{b}$ 在 Ox 轴、Oy 轴、Oz 轴的分量大小,利用矢量运算的定义推导下列各表达式:

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(a_x+b_x)\boldsymbol{i}+(a_y+b_y)\boldsymbol{j}+(a_z+b_z)\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(a_x-b_x)\boldsymbol{i}+(a_y-b_y)\boldsymbol{j}+(a_z-b_z)\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$$

$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=(a_yb_z-b_ya_z)\boldsymbol{i}+(a_zb_x-b_za_x)\boldsymbol{j}+(a_xb_y-b_xa_y)\boldsymbol{k}$$

(4) 将长度分别为 a 与 b 的两矢量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的尾对尾放在一起时，它们相交成 θ 角。证明这两个矢量的和的大小满足余弦定理，即 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{a^2+b^2+2ab\cos\theta}$。

(5) 证明 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{a})$ 为零对任何矢量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 成立。

1-1-4 除了“卧看满天云不动，不知云与我俱东”和“坐地日行八万里，巡天遥看一千河”之外，中国有很多描述运动相对性的诗词歌赋，你还知道哪些？

1.2 描述质点运动的物理量

【思考 1-2】

为了保证飞行安全和飞行效率，空中交通管制部门利用技术手段和设备对飞机在空中飞行的情况进行监视和管理，必须能够时时确定空中每一架飞机的空间位置、运动快慢、运动方向以及运动变化情况。同样，高速火车的指挥调度中心也必须时时确定每一列火车在铁轨上的空间位置、运动快慢、运动方向以及运动变化情况。讨论用哪些物理量能够描述空中的飞机、海洋上的轮船以及轨道上的机车的运动，并填写表 1-2-1。

表 1-2-1 描述对象及其对应的物理量

描 述 对 象	物理量	定义	表达式	矢量性	物理意义	直角坐标系中的表达式
位置						
位置变化						
位置变化快慢(率)						
速度变化快慢(率)						
运动路径						

1.2.1 描述质点在某时刻位置的矢量——位置矢量

要确定一个质点的位置，首先需要明确一个参考系，并在该参考系上确定一个坐标系(通常是直角坐标系，见图 1-2-1)。根据从坐标原点 O 到质点所在位置 P 点的有向线段 $\boldsymbol{r}$，可以确定质点相对坐标原点的位置，称 $\boldsymbol{r}$ 为位置矢量(position vector)，简称位矢。

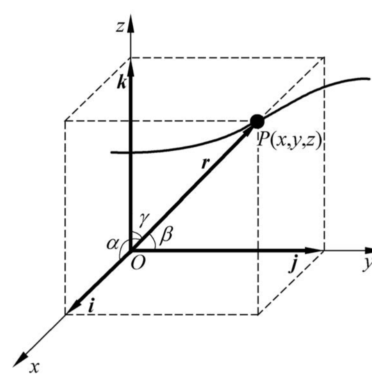

图 1-2-1

在直角坐标系中，质点的位置 P 点也可以用其唯一的坐标 (x,y,z) 表示。如取 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别为 Ox 轴、Oy 轴、Oz 轴的单位矢量，则位矢 $\boldsymbol{r}$ 的矢量表达式为

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{1-2-1}$$

位矢 $\boldsymbol{r}$ 的大小(其模)为

$$r=|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2} \tag{1-2-2}$$

位矢 $\boldsymbol{r}$ 的方向余弦表示为

$$\begin{cases}\cos\alpha=\dfrac{x}{r}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\\ \cos\beta=\dfrac{y}{r}=\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\\ \cos\gamma=\dfrac{z}{r}=\dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\end{cases} \tag{1-2-3}$$

式中，α、β、γ 分别为位矢 $\boldsymbol{r}$ 与 Ox 轴、Oy 轴、Oz 轴的夹角。

1.2.2 运动方程

当质点相对参考系运动时，用来确定质点位置的位矢 $\boldsymbol{r}$ 将随时间 t 变化，且是时间 t 的单值连续函数。记作

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t) \tag{1-2-4a}$$

称之为质点的运动方程(equation of kinematics)。

在直角坐标系中，运动方程的表达式为

$$\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-2-4b}$$

在 Ox 轴、Oy 轴、Oz 轴的分量表达式分别为

$$\begin{cases}x=x(t)\\ y=y(t)\\ z=z(t)\end{cases} \tag{1-2-5}$$

若把式(1-2-5)中的时间参数 t 消去，得到的是只含空间坐标的函数方程 $f(x,y,z)=0$，其对应的空间曲线正是质点的运动轨迹。因此称 $f(x,y,z)=0$ 为质点运动的轨迹方程(equation of trajectory)。

质点运动所描绘的曲线称为质点的运动轨迹。在直角坐标系中，运动轨迹是直线的运动称为直线运动；运动轨迹是曲线的运动称为曲线运动。运动学的重要任务之一就是找出各种具体运动所遵循的运动方程。

【讨论 1-2-1】 写出下列运动在直角坐标系中的运动方程和轨迹方程：

(1) 平抛运动；

(2) 斜抛运动；

(3) 匀速率圆周运动。

【分析】

(1) 取质点的初始位置为直角坐标系的坐标原点，并设水平向右为 Ox 轴的正方向，竖直向下为 Oy 轴的正方向。若质点在初始时刻以初速度 $\boldsymbol{v}_0$ 沿 Ox 轴的正方向水平抛出，则这样的运动称为平抛运动。此种情形下，运动方程的分量表达式为

$$\begin{cases}x=v_0t\\ y=\dfrac{1}{2}gt^2\end{cases}$$

该运动的轨迹方程为

$$y=\frac{g}{2v_0^2}x^2$$

(2) 建立与(1)相类似的坐标系,但是取 Oy 轴的正方向为竖直向上。若质点在初始时刻以初速度$\boldsymbol{v}_0$ 抛出,已知$\boldsymbol{v}_0$ 与 Ox 轴正方向的夹角为 α,则这样的运动称为斜抛运动。此种情形下,运动方程的分量表达式为

$$\begin{cases} x = v_0 t\cos\alpha \\ y = v_0 t\sin\alpha - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

该运动的轨迹方程为

$$y = x\tan\alpha - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2$$

以上四式中的 g 均为重力加速度。以后若遇到类似情况,重力加速度同样用 g 表示,本书不再特别指明。

(3) 若某一质点绕直角坐标系的坐标原点在 xOy 平面内做半径为 R 的圆周运动,且质点在单位时间内转过的圆心角均为 ω(ω 为大于零的常量),则这样的圆周运动称为匀速率圆周运动。若质点在初始时刻的初始位置在 Ox 轴上,则其运动方程的分量表达式可写为

$$\begin{cases} x = R\cos(\omega t) \\ y = R\sin(\omega t) \end{cases}$$

该运动的轨迹方程为

$$x^2 + y^2 = R^2$$

2004 年,中国探月工程立项实施,确定了“绕、落、回”三步走战略规划。九天揽月星河阔,十六春秋绕落回。2007 年嫦娥一号首次实现中国自主研制的卫星进入月球轨道并获得全月图。2020 年嫦娥五号首次完成月球样品自动取样返回探测。图 1-1-1 所示为 2019 年发射的嫦娥四号月球探测器的飞行轨迹示意图。请读者查阅资料,自行分析中国各个月球探测器的运动轨迹及其相对应的参考系。

1.2.3 描述质点位置变化的大小和方向的矢量——位移矢量

如图 1-2-2 所示,质点沿曲线运动,t 时刻质点在 A 点,$t+\Delta t$ 时刻在 B 点,则有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 既反映了质点位置变化的大小,又反映了位置变化的方向,称之为质点运动的位移矢量(displacement vector),简称为位移,用 $\Delta\boldsymbol{r}$ 表示。

若 A 点对应的位矢为 $\boldsymbol{r}(t)$,B 点对应的位矢为$\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$,则根据矢量法则得

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t) \tag{1-2-6}$$

显然,位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 等于末时刻的位矢 $\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$减去初始时刻的位矢 $\boldsymbol{r}(t)$,即位移等于位矢的增量。图 1-2-2 中,位移矢量 $\Delta\boldsymbol{r}$($=\overrightarrow{AB}$)反映了质点在 Δt 时间内的位置移动的大小和方位。

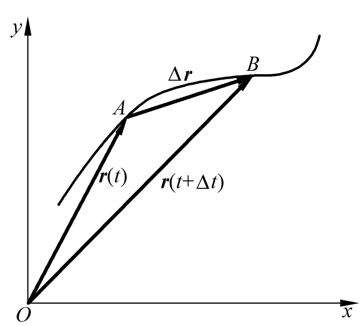

图 1-2-2

【讨论 1-2-2】

(1) 位置矢量和位移矢量有何不同?

(2) 位移的大小$|\Delta\boldsymbol{r}|$ 和路程 Δs 相等吗?

(3) $|\Delta\boldsymbol{r}|$和 Δr 的意义有何不同?

(4) 位移在直角坐标系中如何表示?

【分析】

(1) 位置矢量反映质点的空间位置，是某时刻质点相对于参考点的矢量(图 1-2-3 中的 $\boldsymbol{r}_A$ 和 $\boldsymbol{r}_B$)；而位移矢量反映的是质点位置矢量的变化，是质点的初始位置指向末了位置的矢量(图 1-2-3 中的 $\Delta\boldsymbol{r}$)。位矢是状态矢量，位移则是过程矢量。

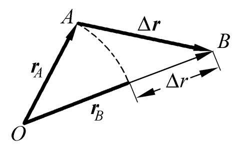

图 1-2-3

(2) 位移是矢量，表示质点位置变化的净效果，与质点运动轨迹无关，只与始末点的位置有关。路程是标量，是质点通过的实际路径的长度，与质点运动轨迹有关。当质点经一闭合路径回到原来的起始位置时，其位移为零，但路程不为零。质点的位移和路程是两个完全不同的物理量。只有当质点做单向直线运动时或时间趋于无限小时，位移的大小才和路程相等。其他情况时，位移的大小和路程不相等。

(3) 符号“Δ”为希腊文 delta 的大写，它代表其后面物理量的变化或增量，即相应物理量的末值减去初值。

$|\Delta\boldsymbol{r}|$表示位置矢量的“差之模”，即位移(位矢增量)的大小。在图 1-2-3 中，$|\Delta\boldsymbol{r}|=|\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A|$。

Δr 表示位置矢量的“模之差”，即位矢的径向增量。在图 1-2-3 中，$\Delta r=|\boldsymbol{r}_B|-|\boldsymbol{r}_A|=r_B-r_A$。

$|\Delta\boldsymbol{r}|$和 Δr 一般不相等，即 $\Delta r\neq|\Delta\boldsymbol{r}|$。从图 1-2-3 中可以看出，两者表示两段不同线段的长度。

(4) 在直角坐标系中，若质点在 t_1 时刻的位置坐标记为(x_1,y_1,z_1)，在 t_2 时刻的位置坐标记为(x_2,y_2,z_2)，则在 $\Delta t=t_2-t_1$ 时间内的位移的表达式为

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{r}&=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=(x_2-x_1)\boldsymbol{i}+(y_2-y_1)\boldsymbol{j}+(z_2-z_1)\boldsymbol{k}\\&=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k}\end{aligned}\tag{1-2-7a}$$

其中的 Δx、Δy、Δz 分别为位移在 Ox 轴、Oy 轴、Oz 轴的三个分量的大小，即

$$\begin{cases}\Delta x=x_2-x_1\\\Delta y=y_2-y_1\\\Delta z=z_2-z_1\end{cases}\tag{1-2-7b}$$

位移的大小为

$$\begin{aligned}|\Delta\boldsymbol{r}|&=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2+(\Delta z)^2}\\&=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}\end{aligned}\tag{1-2-7c}$$

式(1-2-7a)表明，质点的位移等于质点在 Ox 轴、Oy 轴和 Oz 轴上的分量位移的矢量和，其方向可由位移矢量与坐标轴夹角的方向余弦值确定。图 1-2-4 是二维平面中位移矢量在直角坐标系的示意图。

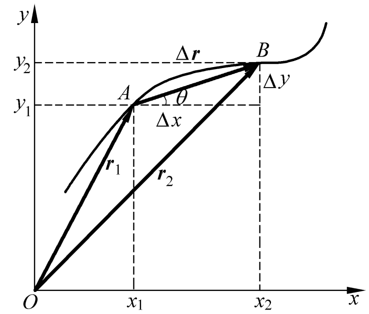

图 1-2-4

1.2.4 位移对时间的变化率——速度

设某架飞机在北京时间 8:30 从上海虹桥机场起飞，11:00 到达北京首都机场，航程约

为 1300km。在这段时间内(假设视为一维直线运动)的位移大小为 1300km,路程为 1300km。若该飞机在 12:45 又从首都机场起飞,按原路在 15:00 返回上海虹桥机场。在 8:30 到 15:00 这段时间内,飞机的位移为零,路程为 2600km。

由以上可见,在不同的时间段内,描述同一架飞机的路程和位移的结果是不同的。这种不同可以用单位时间内的路程和位移的变化来描述。反映位置对时间变化率的物理量称为速率或速度。

表 1-2-2 示出某些典型速度大小的量级。

表 1-2-2 某些典型速度大小的量级

典型速度	量级/(m/s)
光速(真空中)	3.0×10^{8}
已知类星体最快的退行速度	2.7×10^{8}
电子绕核的运动速度	2.2×10^{8}
太阳绕银河系中心的运动速度	2.0×10^{5}
地球绕太阳的运动速度	3.0×10^{4}
第二宇宙速度	1.1×10^{4}
第一宇宙速度	7.8×10^{3}
子弹出口速度	约 7×10^{2}
地球的自转(赤道上的一点)速度	4.6×10^{2}
空气分子热运动的平均速度(室温)	4.5×10^{2}
空气中的声速(0℃)	3.3×10^{2}
民航喷气客机飞行速度	2.7×10^{2}
人的步行速度	1.3
蜗牛爬行速度	约 10^{-3}
冰河移动速度	约 10^{-6}
头发生长速度	3×10^{-9}
大陆漂移速度	约 10^{-9}

质点的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 与发生这段位移所经历的时间 Δt 之比定义为平均速度(average velocity)。用$\overline{\boldsymbol{v}}$ 表示,有

$$\overline{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-2-8a}$$

质点的路程 Δs 与发生这段路程所经历的时间 Δt 之比定义为平均速率(average speed)。用 $\overline{v}$ 表示,有

$$\overline{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1-2-8b}$$

平均速率取决于质点在这段时间内运动的总路程,但平均速度并不依赖于质点所走过的实际路程,而只依赖于它的起点和终点的位置。平均速率是标量。平均速度却是矢量,其方向与位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向相同。一般情况下,平均速度的大小和平均速率不相等。

可以看出,上述飞机在两个时间段的平均速度的大小和平均速率不相等,生活中还有很多实例可以说明这个结果,请读者自行分析。

在上述飞行过程中,飞机有加速过程,有减速过程,有静止在跑道的状态,飞机的速度表

指示不断在变化。要想描述飞机的瞬间运动变化,需要定义新的物理量。

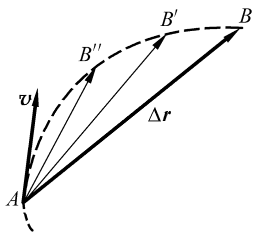

图 1-2-5

如图 1-2-5 所示,质点沿曲线路径(AB 虚线)运动,当 Δt 趋于零时,B 点趋于 A 点,平均速度的极限可以表示质点在 t 时刻通过 A 点时的瞬时速度(instantaneous velocity),简称速度,用$\boldsymbol{v}$ 表示,有

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-2-9a}$$

式(1-2-9a)表明,速度等于位置矢量对时间的一阶导数,其方向沿着运动轨迹上质点所在处的切线方向,并指向前进的一侧。

为求出质点在 t 时刻通过 A 点的瞬时速度,令 Δt 趋于零,由图 1-2-5 可见,这样做的结果有三个:位置矢量 $\boldsymbol{r}_B$ 移向 $\boldsymbol{r}_A$ 而使位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 缩小到零;平均速度$\overline{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$的方向趋于质点的轨迹上 A 点的切线方向;平均速度趋向 t 时刻质点通过 A 点的瞬时速度。

瞬时速度的大小称为瞬时速率(instantaneous speed)。表示为

$$v=|\boldsymbol{v}|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\boldsymbol{r}|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-2-9b}$$

式(1-2-9b)表明,瞬时速率也等于路程对时间的一阶导数。

【讨论 1-2-3】

(1) 速度与速率的区别和联系。

(2) 速度在直角坐标系中的表达式。

【分析】

(1) 速度是矢量,具有矢量性、瞬时性、相对性。速率是标量。

一般情况下,平均速度的大小不等于平均速率,但瞬时速度的大小等于瞬时速率。即

$$|\overline{\boldsymbol{v}}|\neq\overline{v},\quad |\boldsymbol{v}|=v$$

在国际单位制(SI)中,速度的单位为米每秒(m/s)。

(2) 速度在直角坐标系中的表达式为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{1-2-10a}$$

若速度在 Ox 轴、Oy 轴、Oz 轴的三个分速度的大小分别记为 v_x、v_y、v_z,则有

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \tag{1-2-10b}$$

图 1-2-6 是二维平面中速度、分速度与速度分量在直角坐标系的关系示意图。将式(1-2-10a)和式(1-2-10b)相比较,可得速度分量与相应坐标的关系式,即

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\quad v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \tag{1-2-10c}$$

速度的大小为

$$v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2} \tag{1-2-11}$$

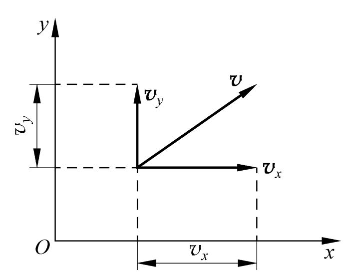

图 1-2-6

速度的方向余弦表示为