

雷达利用电磁波对空间目标进行探测,在目标反射的回波中提取位置、速度、外形等空间信息,结合适当的处理手段实现对目标的检测、测量跟踪与成像。该技术广泛应用于社会经济发展(如气象预报、资源探测、环境监测等)和科学研究(天体研究、大气物理、电离层结构研究等),星载与机载雷达目前已成为遥感中一类重要的传感器,因此雷达技术作为遥感技术的关键支撑,在空间信息与通信技术框架中占有重要地位。本章将围绕雷达信号处理展开,使读者对雷达系统工作原理有基本了解。首先,从系统层面出发介绍雷达信号的产生与接收流程,明确雷达系统的基本组成与性能指标。在此基础上构建雷达信号模型,定义刻画波形整体特征的参量,建立数学表示与实际系统对应关系。然后,讨论最大化雷达信号可检测性的匹配滤波理论,引出作为雷达信号处理关键的脉冲压缩技术,便于读者深入理解雷达系统中匹配滤波器的意义与实现。本章还将对多普勒处理进行讨论,包括动目标检测和脉冲多普勒处理。最后,介绍雷达测量的基本原理,阐明雷达系统如何实现目标距离、角度、多普勒频率的测量。

### 3.1 雷达信号的产生与接收

为了阐明雷达系统架构与基本原理,本节将以最常用的全相参脉冲雷达作为典型案例,简要讲述其工作流程,并对与雷达信号产生和接收密切相关的发射及接收链路进行介绍。

全相参脉冲雷达系统的基本组成包括收发开关、天线、发射机和接收机 4 部分,具体结构如图 3-1 所示。

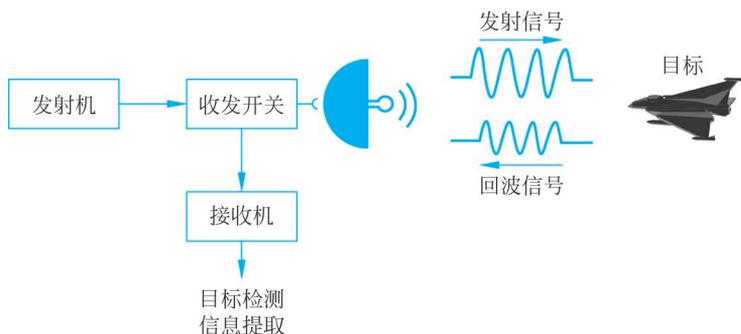


图 3-1 全相参脉冲雷达系统的结构

雷达系统的基本工作流程可以概括为以下 6 点内容。

- (1) 雷达利用天线发射电磁信号。
- (2) 被辐射能量在空间中传播并击中周围环境中的物体。
- (3) 部分能量被位于雷达覆盖距离(范围)的潜在目标截获。
- (4) 被截获的能量向不同方向重新辐射。
- (5) 部分辐射能量作为回波返回到接收天线。

(6) 接收到的回波信号被适当地调节(放大、滤波、下变频和采样),进而雷达基于其特性检测目标是否存在;如果确定目标存在,则提供相关的空间信息,例如距离、径向速度、方位角、俯仰角等。

收发开关使发射机与接收机能够共享同一天线进行信号传输。收发开关也被称为双工器或环形器,用于防止发射高功率信号泄露导致接收链路元器件被烧毁。

天线将发射机产生的大功率信号转换为电磁波向目标进行定向辐射,并将反射回波转换为电压形式馈入接收机进行检测。雷达系统中常见的天线类型包括透镜天线、抛物面反射天线和相控阵天线。为了有效刻画天线的工作性能,定义了天线效率、方向系数、增益、有效接收面积和波束宽度等关键参数。

**定义 3.1 天线效率:** 天线辐射功率与输入功率之比。

天线效率用于衡量天线将电流转换为电磁波能量的有效程度,据定义可写为

$$\eta = \frac{P_{\Sigma}}{P_{\Lambda}} \quad (3-1)$$

其中,  $P_{\Sigma}$  表示辐射功率,  $P_{\Lambda}$  表示天线的输入功率。

**定义 3.2 天线方向系数:** 辐射功率相同的条件下,天线最大辐射方向某点与理想点源天线在同一处的功率通量密度之比。

天线方向系数用于衡量天线定向辐射能量的能力,具有如下形式:

$$D = \frac{S_m}{S_0} \Big|_{P_{\Sigma_0}=P_{\Sigma}} = \frac{E_m^2}{E_0^2} \Big|_{P_{\Sigma_0}=P_{\Sigma}} \quad (3-2)$$

其中,  $S_m$  和  $E_m^2$  分别为最大辐射方向的功率通量密度和场强,  $S_0$  和  $E_0^2$  分别为理想点源天线的功率通量密度和场强。

**定义 3.3 天线增益:** 输入功率相同的条件下,天线在最大辐射方向上的某一点的功率通量密度与理想点源天线在同一处的功率通量密度之比。

根据天线增益定义,可表示为

$$G = \frac{S_m}{S_0} \Big|_{P_{\Sigma_0}=P_{\Lambda}} \quad (3-3)$$

天线增益中考虑了天线效率的影响,因此结合式(3-1)和式(3-2)天线增益可表示为

$$G = D\eta \quad (3-4)$$

**定义 3.4 有效接收面积:** 天线输出端的功率  $P$  与入射平面波的功率通量密度  $S$  之比,即

$$A_e = \frac{P}{S} \quad (3-5)$$

天线的有效接收面积也被称为孔径,可以理解为  $A_e$  面积内所有的入射功率都被无损

收集并输出至负载。有效接收面积与天线的物理尺寸  $A$  成正比,具体关系为  $A_e = \rho A$ ,其中,  $\rho$  为孔径效率。

**定理 3.1** 孔径反映了天线的方向性,它与天线增益  $G$  和信号波长  $\lambda$  间具有如下关系:

$$A_e = \frac{\lambda^2 G}{4\pi} \quad (3-6)$$

证明:

考虑长度为  $l \ll \lambda$  的无损对称振子,根据天线理论可知其增益  $G$  为 1.5,辐射电阻  $R_r = 80(\pi l)^2 / \lambda^2$ 。当天线与负载阻抗匹配时,负载能够获得的最大功率为

$$P = \frac{|V_L|^2}{8R_r} = \frac{(El)^2}{8R_r}$$

其中,  $V_L$  为辐射电阻所获得的最大电压,  $E$  为电场强度。

入射平面波的功率通量密度为

$$S = \frac{E^2}{2Z}$$

其中,  $Z$  为传输介质的固有阻抗,自由空间中取值一般为  $120\pi\Omega$ 。

根据孔径的定义,可以得出对称振子的孔径为

$$A_e = \frac{P}{S} = \frac{(El)^2}{8R_r} \frac{2Z}{E^2} = \frac{3\lambda^2}{8\pi} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \times 1.5 = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

证毕。

**定义 3.5 波束宽度:** 是天线辐射电场中最大辐射强度方向上的主瓣两侧半功率点的夹角。

波束宽度可以理解为辐射功率降低 3dB 处的两点间的夹角,与波长  $\lambda$  和孔径  $A_e$  的关系为

$$\theta_{3dB} \sim \frac{\lambda}{A_e} \quad (3-7)$$

此参数反映了天线作为空间滤波器对于角度的区分能力。波束宽度越窄,角度分辨率越高。

**【例 3-1】** 某 L 波段雷达工作于 1GHz,发射信号功率为 3MW,假设雷达孔径效率为 1,配备最大增益为 30dB 的圆形天线,试求天线物理尺寸,以及 55km 处的功率通量密度。

**【解 3-1】** 根据式(3-6)与圆形面积公式,有下式成立:

$$D = \frac{\lambda_0}{\pi\sqrt{\rho}} \sqrt{G}$$

由题意可知  $\lambda_0 = 3 \times 10^8 / (1 \times 10^9) = 0.3\text{m}$ ,代入上式即可得到天线直径:

$$D = \frac{\lambda_0}{\pi\sqrt{\rho}} \sqrt{G} = \frac{0.3 \times \sqrt{1000}}{\pi} = 3.02\text{m}$$

理想点源天线在 55km 的功率通量密度为

$$S_0 = \frac{P_0}{4\pi R^2} = \frac{3 \times 10^6}{4\pi(55 \times 10^3)^2} = 78.9\mu\text{W}/\text{m}^2$$

根据式(3-3)可以得到此天线在相同位置的功率通量密度为

$$S_m = S_0 G = \frac{(3 \times 10^6) \times 10^3}{4\pi(55 \times 10^3)^2} = 78.9 \text{ mW/m}^2$$

雷达发射机的主要功能是产生所需强度的高频脉冲信号,并将高频信号馈送至天线,可分为单级振荡式发射机和主振放大式发射机两类。全相参是指雷达发射脉冲的相位之间具有确定的关系或统一的参考基准,此时通过测量回波脉冲间的相对相位,可以获得相位随时间的变化率,从而能够方便地测量多普勒频率与速度。单级振荡式发射机采用射频振荡器生成非相参信号,仅适用于测距,因此,在全相参系统中必须采用主振放大式发射机。全相参雷达发射机主要由主控振荡器组、波形产生模块、脉冲调制器和射频功率放大器构成,如图3-2所示。

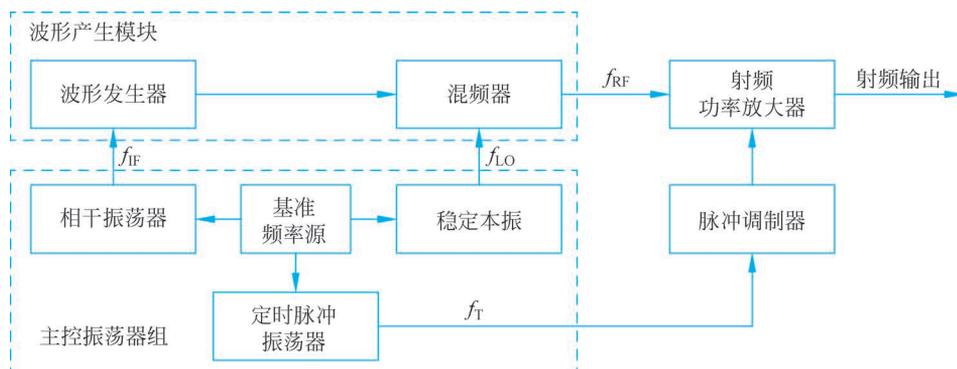


图 3-2 全相参雷达发射机结构

主控振荡器组包括基准频率源、相干振荡器、稳定本振和定时脉冲振荡器,其功能是基于同一个标准频率源向发射机提供多种频率参考,主要通过分频或倍频的方法产生中频频率  $f_{IF}$ 、本振频率  $f_{LO}$  和脉冲重复频率  $f_T$ 。

波形产生模块用于产生低功率的射频连续信号。波形发生器首先在相干振荡器的控制下生成特定波形的中频信号,进而经混频器上变频至射频频率  $f_{RF}$ ,获得低电平的发射射频信号。

脉冲调制器用于根据脉冲重复频率产生脉冲串作为射频功率放大器的控制信号,通常可分为线性调制器和有源开关调制器两类。线性调制器利用输入信号前沿控制脉冲启动,无源器件(时延线或脉冲形成的网路)完全放电后脉冲终止,放电特性决定了脉冲形状和持续时间,一般难以获得陡峭的下降沿,但此种调制器的结构较为简单,便于小型化,且能够适用于非正常负载。不同于线性调制器,有源开关调制器则利用输入信号前后沿来分别控制脉冲的生成与终止,使脉冲下降沿较为陡峭,并且能够产生较为平坦的脉冲形状,灵活改变脉冲持续时间和重复频率,但结构较线性调制器更为复杂,难以小型化。

射频功率放大器在脉冲信号控制下,通过对射频信号进行切分获得相参脉冲,并将其放大至传输所需功率等级。雷达系统中射频放大器的常见实现形式包括线性束功率管(行波管、速调管和混合速调管)、磁控管和固态晶体管放大器等。行波管能够精确控制雷达所传输的高功率脉冲的宽度与频率;速调管较行波管具有更高的增益和效率,但产生高峰值率时需要有效的屏蔽措施;混合速调管则使用行波管的多腔代替自身谐振腔,使带宽性能

有一定提升。磁控管尺寸较小易于集成,电压低于调速管,但噪声大、稳定性差,对平均功率存在限制。固态晶体管放大器较其他形式放大器,具有更大的工作带宽,同时由于工作在低压,易于维护,寿命较长,但也因此需要组合大量元件以获得足够的功率放大能力,而且须产生占空比较大的长脉冲,才能够获得良好的放大效率。

主振放大式发射机因其独特的优势而广泛应用于现代雷达系统,具体表现在以下 3 点。

(1) 能够产生相参脉冲信号。利用同一高稳低频基准源,经分频或倍频产生系统所需频率信号,使雷达的发射脉冲间具有确定的相位关系。

(2) 频率稳定度高。由于采用相同基准源,其稳定度将决定输出射频信号的精度和稳定度,可以采用恒温、抗振和稳压等措施有效提高稳定度,减少信号频谱展宽。

(3) 处理灵活性强。波形发生器中可以利用数字技术,灵活生成各种调制信号,实现复杂波形体制。

雷达接收机从受到噪声和干扰等失配影响的接收射频信号中分选出微弱的回波信号,并经过放大、滤波、解调和采样,再送至信号处理器或数据处理器等后端设备,目的在于充分抑制噪声与干扰,并尽可能保留目标信息。常见的信号接收机类型可分为零中频接收机和超外差式接收机。零中频接收机将射频信号直接下变频至基带,微弱的雷达回波信号很容易被闪变效应噪声淹没。闪变效应噪声的功率谱密度与频率成反比关系,故也被称为  $1/f$  噪声。此噪声会限制零中频接收机的灵敏度,影响雷达系统的性能。因此,目前工程中较为常用的脉冲雷达接收机均采用超外差式结构,其基本构成如图 3-3 所示。

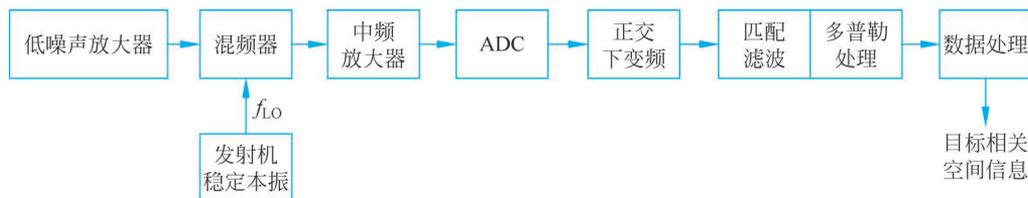


图 3-3 超外差式接收机结构

注: 模数转换器 (Analog-to-Digital Converter, ADC)

超外差接收机利用多级电路实现射频信号到基带信号的转换,核心在于“射频-中频-基带”的多级结构。接收机首先将信号混频至中频,放大后下变频至基带。这一处理流程具有两方面优势:一方面中频信号占据带宽比例更大,易于放大,同时中频信号的频率较射频有所下降,还能够降低硬件处理能力需求,有效降低电路实现成本;另一方面,以中频作为过渡,结合中频放大操作可以获得更低的变换损耗,有效提升接收机灵敏度。

低噪声放大器在射频对接收的微弱回波进行放大,特点为噪声系数较低。根据级联系统噪声系数性质可知,后级系统对整体噪声系数的影响会越来越小,接收机第一级组件的噪声系数对接收机噪声特性起决定性作用,对于雷达接收信噪比的确定具有重要意义。因此,工程中通常使用具有较低噪声系数的低噪声放大器进行前级放大,以提升接收机灵敏度。

混频器与发射机共用相同的稳定本振,将射频信号混频至中频。混频器的输出为射频回波和本振信号的乘积,主要包括和频与差频分量,差频分量输出为中频信号,而和频分量在输出时被滤波器抑制。

随着现场可编程门阵列(Field Programmable Gate Array, FPGA)技术的发展,数模转换器(Digital-to-Analog Converter, DAC)的处理性能得到不断提升,数字化操作能够在靠

近前端的位置实施。因此,现代雷达接收机中多采用数字下变频的方式直接分离 I/Q 支路以获得数字基带信号。然后基带信号经过匹配滤波处理,以优化微弱回波信号的检测性能,当杂波掩盖目标回波时,还会利用多普勒处理将运动目标回波从固定杂波中分离,以上技术将在后续小节中详细介绍。最终,处理后的信号被送入后续数据处理器进行目标回波检测,发现目标存在后,测量其角度、距离和径向速度,以获取目标相关的空间信息。

## 3.2 雷达信号的表示方法

数学工具作为理解和分析任何系统的根本手段,对雷达系统原理的阐明意义重大。雷达中最基本的处理对象就是雷达信号,因此需要构建雷达信号在时域与频域中的数学表示,以便利用相应分析手段剖析信号性质。雷达波形性能主要由波形特征决定,因此在性能分析时,可以使用波形参量表示雷达信号,而不确定原理则在此种表示方法下规定了波形性能的根本约束。

### 3.2.1 时域与频域表示

在实际的雷达系统电路中传递与处理的信号均为实信号,为了便于进行数学分析,通常采用复信号形式进行表达,对应解析信号表示。复信号可以利用傅里叶变换这一工具,将信号转换到以复指数信号作为基的频域空间进行分析。

雷达系统产生的射频信号在时域可以表示为针对连续载波幅度和相位的调制,具体为下述实信号的形式:

$$s(t) = a(t) \cos[2\pi f_0 t + \varphi(t)] \quad (3-8)$$

其中,  $f_0$  为雷达的载波频率,  $\varphi(t)$  为雷达信号的相位调制信号,  $a(t)$  为雷达信号的振幅调制信号。在实际中,发射机的功放通常处于饱和放大状态,使  $a(t)$  作为一种无意调制,包含有关发射机射频链路的非理想特性的信息。

实信号对应的复解析信号可以表示为

$$\tilde{s}(t) = a(t) \exp\{j[2\pi f_0 t + \varphi(t)]\} = x(t) \exp(j2\pi f_0 t) \quad (3-9)$$

其中,  $x(t) = a(t) \exp[j\varphi(t)]$  为雷达系统的基带信号,即雷达信号复包络,  $\exp(j2\pi f_0 t)$  为雷达信号的复值载波。

根据欧拉公式分解指数项,解析信号还可以进一步表示为以下形式:

$$\begin{aligned} \tilde{s}(t) &= a(t) \exp\{j[2\pi f_0 t + \varphi(t)]\} \\ &= a(t) \cos[2\pi f_0 t + \varphi(t)] + ja(t) \sin[2\pi f_0 t + \varphi(t)] \\ &= s(t) + j\hat{s}(t) \end{aligned} \quad (3-10)$$

其中,  $\hat{s}(t)$  为实信号  $s(t)$  的希尔伯特变换 (Hilbert Transform, HT), 记作  $\hat{s}(t) = \text{HT}[s(t)]$ 。假设  $a(t)$  是带宽为  $B$  的带限信号,其傅里叶变换  $A(f)$  满足:

$$A(f) = \begin{cases} A(f), & |f| \leq B \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3-11)$$

若  $a(t)$  为窄带信号,即载波频率  $f_0$  远大于带宽  $B$ ,则有

$$\text{HT}[a(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi)] = a(t) \sin(2\pi f_0 t + \varphi) \quad (3-12)$$

$$\text{HT}[a(t)\sin(2\pi f_0 t + \varphi)] = -a(t)\cos(2\pi f_0 t + \varphi) \quad (3-13)$$

根据傅里叶变换可得复信号的频域表示为

$$\begin{aligned} \tilde{S}(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\exp(j2\pi f_0 t)\exp(-j2\pi ft)dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\exp[-j2\pi(f-f_0)t]dt \\ &= X(f-f_0) \end{aligned} \quad (3-14)$$

其中,  $X(f) = \int x(t)\exp(-j2\pi ft)dt$  为基带信号的频谱函数, 表明复信号为基带信号频谱搬移的结果。

进而, 实信号的频域可通过同样的方式表示为

$$\begin{aligned} S(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} a(t)\cos[2\pi f_0 t + \varphi(t)]\exp(-j2\pi ft)dt \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} a(t)\exp[j\varphi(t)]\exp[-j2\pi(f-f_0)t]dt + \\ &\quad \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} a(t)\exp[-j\varphi(t)]\exp[-j2\pi(f_0+f)t]dt \\ &= \frac{1}{2}X(f-f_0) + \left\{ \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} a(t)\exp[j\varphi(t)]\exp[-j2\pi(-f_0-f)t]dt \right\}^* \\ &= \frac{1}{2}X(f-f_0) + \frac{1}{2}X^*(-f_0-f) \end{aligned} \quad (3-15)$$

由式(3-15)可以发现, 复信号频谱为实信号频谱正频率部分的 2 倍。

结合希尔伯特变换也能得到同样结论, 复信号频谱可写作:

$$\tilde{S}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\exp(-j2\pi ft)dt + j \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{s}(t)\exp(-j2\pi ft)dt \quad (3-16)$$

根据希尔伯特变换性质可知, 时域变换对应频域与  $-j\text{sgn}(f)$  相乘, 所以有

$$\hat{S}(f) = -jS(f) \times \text{sgn}(f) \quad (3-17)$$

其中,  $\text{sgn}(f)$  为符号函数, 定义为

$$\text{sgn}(f) = \begin{cases} 1, & f > 0 \\ 0, & f = 0 \\ -1, & f < 0 \end{cases} \quad (3-18)$$

那么, 复信号频谱可表示为

$$\tilde{S}(f) = S(f) + j\hat{S}(f) = S(f) + S(f) \times \text{sgn}(f) = \begin{cases} 2S(f), & f > 0 \\ 0, & f < 0 \end{cases} \quad (3-19)$$

可以发现, 此推导中复信号频谱在负频率部分应当为零, 而式(3-14)中并未对此进行约束, 允许负频率上存在非零分量。实际上, 只有复信号频谱仅在正频率处存在非零分量时, 其虚部为实部的希尔伯特变换关系才会成立。具体至上述分析, 只有满足  $X(f-f_0)=0, f<0$  时, 才会有  $\hat{s}(t)=a(t)\sin[2\pi f_0 t + \varphi(t)]$  成立。这说明, 在实际中使用基带信号调制载波信号时, 输出实信号的频谱必须在正频率轴上包括全部基带谱, 否则无法从调制信号恢复基带信号。

结合式(3-14)、式(3-15)和式(3-19)可知,给定载波频率  $f_0$  时,基带信号、复信号与实信号中均包含了相同的信息,3者可以相互转换。因此,波形设计中仅针对基带信号进行研究即可。上述分析同样适用将信号转换至中频的情景,此处不再赘述。

### 3.2.2 波形参量与不确定原理

尽管使用基带信号可完全表征雷达信号,但是在波形性能分析时,一般通过选定一些波形参量作为信号特征量进行分析。令信号的能量为

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df \quad (3-20)$$

可以通过多阶原点矩来定义以下基本波形参量:

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{t} &= \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} t |x(t)|^2 dt \\ \bar{f} &= \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} f |X(f)|^2 df \\ \overline{t^2} &= \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |x(t)|^2 dt \\ \overline{f^2} &= \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} f^2 |X(f)|^2 df \\ \overline{ft} &= \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)t |x(t)|^2 dt \end{aligned} \right. \quad (3-21)$$

其中,  $f(t) = \dot{\varphi}(t)$  表示信号瞬时频率,  $t$  和  $f$  的幂次决定了矩的阶次。从物理概念的角度看待以上参量,若认为  $|x(t)|^2$  和  $|X(f)|^2$  是质量的分布密度,那么一阶原点矩  $\bar{t}$  和  $\bar{f}$  表示重心位置,二阶原点矩  $\overline{t^2}$  和  $\overline{f^2}$  表示惯性半径的平方。对应于时域和频域进行理解,  $\bar{t}$  和  $\bar{f}$  表示信号位置,  $\overline{t^2}$  和  $\overline{f^2}$  表示信号围绕原点的离散程度。  $\overline{ft}$  则作为二阶混合矩,反映信号在时频面上偏离原点的程度。

二阶原点矩将会随着原点位置改变而变化,为了获得衡量信号离散程度(即偏离程度)的统一度量,定义以下二阶中心矩:

$$\left\{ \begin{aligned} T_e^2 &= \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |x(t)|^2 dt \\ B_e^2 &= \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} (f - \bar{f})^2 |X(f)|^2 df \end{aligned} \right. \quad (3-22)$$

其中,  $T_e^2$  和  $B_e^2$  分别为均方时宽和均方带宽,反映信号关于时域和频域重心的分散程度。实际应用中通常采用有效时宽和有效带宽形式,可以分别表示为  $\alpha = 2\pi T_e$  和  $\beta = 2\pi B_e$ 。

为了简化分析,本书假设重心位于原点,即  $\bar{t} = 0$  且  $\bar{f} = 0$ ,根据中心矩定义,所得结论仍保有一般性。同时,认为信号具有归一化能量,即  $E = 1$ 。针对实信号,不确定性原理可以写作:

$$\beta\alpha \geq \pi \quad (3-23)$$

针对基带信号,不确定性原理的一般形式为

$$\beta^2 \alpha^2 - \kappa^2 \geq \pi^2 \quad (3-24)$$

其中,  $\kappa$  为线性调频系数, 具有二阶混合矩的形式。

原理表明, 信号等效时宽与等效带宽的乘积将具有确定的下界, 时域波形越窄, 频谱范围就会越宽。由于关系式中并不涉及“测量”这一问题, 因此雷达波形不会限制时延和多普勒的测量精度。当给定信噪比时, 时间带宽积越大, 测量精度越高。但是不同波形间模糊函数的差异将会限制测量结果, 模糊函数是关于时延和多普勒频率的二维函数, 表明不论采用何种波形, 雷达对于目标的区分能力都有极限, 它被广泛用于分析雷达波形的分辨率、旁瓣性能与多普勒模糊及距离模糊等一系列指标。

值得注意的是, 雷达系统的精度与分辨率间并没有直接的因果关系。例如, 高距离精度仅需波形频域能量集中于两端, 呈现为稀疏谱, 而高距离分辨率则需要波形带宽尽可能大, 并占满整个频谱。因此, 可以将分辨率理解为测量精度的上界, 良好的分辨率将保证测量精度, 反之则不然。

### 3.3 匹配滤波理论

雷达最基本的任务是对远距离目标的探测, 根据雷达距离方程可知回波功率密度与目标距离的 4 次方成反比, 因此远距离目标的回波信号将会极为微弱。为了有效地从噪声和干扰中检测目标回波信号并估计目标空间参数, 人们将信号视为随机过程, 从统计信号处理的角度设计最优处理系统, 这里的最优指在某种统计准则下的条件最优。当处理系统为采取最大信噪比准则的线性滤波器时, 便可得到匹配滤波器。匹配滤波可以等效于相关运算实现, 它被广泛应用于微弱信号检测。雷达接收机借助匹配滤波能够获得最大的输出信噪比, 从而实现最优的检测性能。

#### 3.3.1 白噪声匹配滤波

为了利用数学工具分析匹配滤波原理, 需要构建雷达系统传输模型。雷达发射信号经过信道传输后得到的传输信号  $s(t)$  会受到加性噪声  $n(t)$  引入失配, 接收信号可以表示为

$$r(t) = s(t) + n(t) = f(t) * q(t) + n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)q(t - \tau)d\tau + n(t) \quad (3-25)$$

其中,  $f(t)$  为雷达发射信号,  $q(t)$  为雷达与目标间信道的冲击响应,  $*$  代表卷积运算。

以最大化输出信噪比为目标, 匹配滤波器的设计等效于找到一个冲击响应为  $h(t)$  的线性系统, 信号通过此系统后能够最小化噪声影响。此时系统输出可以表示为

$$\hat{r}(t) = \hat{s}(t) + \omega(t) = s(t) * h(t) + n(t) * h(t) \quad (3-26)$$

其中,  $\hat{s}(t)$  为匹配滤波器输出信号,  $\omega(t)$  为匹配滤波器输出噪声。  $h(t)$  的傅里叶变换对应匹配滤波器的传递函数  $H(\omega)$ , 即  $h(t) \leftrightarrow H(\omega)$ 。

信号检测中, 主要根据系统输出判断目标信号的有无, 因此需要通过最大化输出信噪比来保障检测性能。最大信噪比准则具体实现形式为采样时系统输出信噪比的最大化,  $t = t_0$  时刻下, 瞬时信噪比可以定义为信号瞬时功率与平均噪声功率的比值, 即

$$\text{SNR} |_{t=t_0} \triangleq \frac{|\hat{s}(t_0)|^2}{E\{|\omega(t)|^2\}} \quad (3-27)$$

根据时频运算关系, 可以将时域瞬时信号表示为

$$\hat{s}(t_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) H(\omega) \exp(j\omega t_0) d\omega \quad (3-28)$$

同理,平均噪声能量可以表示为

$$E\{|w(t)|^2\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G_w(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G_n(\omega) |H(\omega)|^2 d\omega \quad (3-29)$$

其中,  $G_w(\omega)$  为输出噪声的功率谱密度,  $G_n(\omega)$  为输入噪声功率谱密度。根据白噪声功率谱密度为常数的基本性质, 即  $G_n(\omega) = \sigma^2$ , 可以将平均噪声能量简化为

$$E\{|w(t)|^2\} = \frac{\sigma^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2 d\omega \quad (3-30)$$

那么,输出信噪比可以进一步表示为

$$\text{SNR}_0 = \frac{\left| \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) H(\omega) \exp(j\omega t_0) d\omega \right|^2}{2\pi\sigma^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2 d\omega} \quad (3-31)$$

**定理 3.2** 能够最大化输出信噪比的匹配滤波器,其冲击响应是时域传输信号  $s(t)$  的翻转和平移, 即:  $h(t) = s(t_0 - t)$ 。

证明:

柯西-施瓦兹不等式常用于函数求解和不等关系的论证,其积分形式表达为

$$\left| \int A(\omega) B(\omega) d\omega \right|^2 \leq \int |A(\omega)|^2 d\omega \int |B(\omega)|^2 d\omega \quad (3-32)$$

当且仅当  $B(\omega) = cA^*(\omega)$  时,式(3-32)能够取等号。本书将结合柯西-施瓦兹不等式对达到输出信噪比上界所需条件进行推导。令  $A(\omega) = S(\omega) \exp(j\omega t_0)$  和  $B(\omega) = H(\omega)$ , 可以根据不等式得到如下关系:

$$\left| \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) H(\omega) \exp(j\omega t_0) d\omega \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{+\infty} |S(\omega)|^2 d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2 d\omega \quad (3-33)$$

那么,最大输出信噪比可表示为

$$\text{SNR}_{\max} = \frac{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |S(\omega)|^2 d\omega}{\sigma^2} \quad (3-34)$$

根据帕塞瓦尔定理,式(3-34)可进一步简化为

$$\text{SNR}_{\max} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt}{\sigma^2} = \frac{E}{\sigma^2} \quad (3-35)$$

由式(3-35)可知,匹配滤波器的输出信噪比仅为传输信号能量和噪声功率谱密度的函数,这使雷达检测能力与波形相解耦,能够在不影响检测性能的同时,通过设计波形来优化信息提取性能。

由于  $c$  为一常数,并不会影响结果的一般性,相当于对结果进行幅度缩放。因此假设  $c=1$ 。那么达到输出信噪比上界时,应有

$$H(\omega) = A^*(\omega) = [S(\omega) \exp(j\omega t_0)]^* = S^*(\omega) \exp(-j\omega t_0) \quad (3-36)$$

至此获得了匹配滤波器的传递函数,其对应的时域冲击响应为

$$h(t) = s^*(t_0 - t) \quad (3-37)$$

由于雷达系统中实际传输信号为实信号,匹配滤波器冲击响应可简化为

$$h(t) = s(t_0 - t) \quad (3-38)$$

可以发现匹配滤波器的冲击响应是时域无噪声接收信号  $s(t)$  的翻转和平移。证毕。

这一定理可以理解为处理系统需要与未受噪声破坏的信号相匹配,而噪声是影响检测性能的失配项。根据频域关系,最优处理系统的传递函数还可以进一步展开为

$$H(\omega) = S^*(\omega) \exp(-j\omega t_0) = F^*(\omega) Q^*(\omega) \exp(-j\omega t_0) \quad (3-39)$$

其中,  $F(\omega)$  为频域发射信号,  $Q(\omega)$  为信道频域响应。这一结构再次印证了上述分析,说明处理系统所匹配的关键对象包括发射信号和传输信道特性两部分。

值得注意的是,时刻  $t_0$  的不同选择可能导致所得匹配滤波器为非因果系统,此类系统在实际中并不存在,故而无法进行工程实现。但只要  $s(t)$  持续时间有限(通常可满足),总能找到合适的时刻  $t_0$  以获得因果滤波器。根据式(3-38),可以利用卷积运算获得匹配滤波器的输出:

$$\hat{r}(t) = r(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} r(\tau) h(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} r(\tau) s(t_0 - t + \tau) d\tau \quad (3-40)$$

为了获得最优检测性能,需要使用  $t_0$  时刻的输出进行判决,即

$$\hat{r}(t_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} r(\tau) s(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} r(t) s(t) dt \quad (3-41)$$

上式恰好是时延为零时两信号间的相关操作,说明加性白噪声情景下的匹配滤波可以采用相关接收机进行等效实现,实际中可以根据应用情景灵活选择。

### 3.3.2 有色噪声匹配滤波

有色噪声情景下,噪声的功率谱密度  $G_n(\omega)$  并非常数,此时系统在  $t_0$  时刻的输出信噪比为

$$\text{SNR} |_{t=t_0} = \frac{\left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) S(\omega) \exp(j\omega t_0) d\omega \right|^2}{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G_n(\omega) |H(\omega)|^2 d\omega} \quad (3-42)$$

基于谱分解理论,可以将  $G_n(\omega)$  分解为以下形式:

$$G_n(\omega) = L_n(j\omega) L_n^*(j\omega) = |L_n(j\omega)|^2 \quad (3-43)$$

其中,  $L_n(j\omega)$  为功率谱密度的维纳因子,与其逆在  $\text{Re}\{s\} < 0$  时具有解析性,使二者均对应了最小相位系统。

遵循白噪声情景推导流程,利用柯西-施瓦兹不等式可得

$$\begin{aligned} \text{SNR} |_{t=t_0} &= \frac{\frac{1}{2\pi} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \{L_n^{-1}(j\omega) S(\omega) \exp(j\omega t_0)\} \{L_n(j\omega) H(\omega)\} d\omega \right|^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} G_n(\omega) |H(\omega)|^2 d\omega}}{\leq \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |L_n^{-1}(j\omega) S(\omega)|^2 d\omega} \end{aligned} \quad (3-44)$$

当且仅当  $L_n(j\omega) H(\omega) = [L_n^{-1}(j\omega)]^* S^*(\omega) \exp(-j\omega t_0)$  时取得输出信噪比的上界为

$$\text{SNR}_{\max} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |L_n^{-1}(j\omega) S(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|S(\omega)|^2}{G_n(\omega)} d\omega \quad (3-45)$$

此时,匹配滤波器的传递函数为

$$H(\omega) = L_n^{-1}(j\omega) \{L_n^{-1}(j\omega)\}^* S^*(\omega) \exp(-j\omega t_0) = \frac{S^*(\omega) \exp(-j\omega t_0)}{G_n(\omega)} \quad (3-46)$$

对应的时域冲击响应为

$$h(t) = l_{\text{inv}}(t) * l_{\text{inv}}^*(-t) * s(t_0 - t) \quad (3-47)$$

其中,  $l_{\text{inv}}(t)$  代表  $L_n^{-1}(j\omega)$  的拉普拉斯逆变换。可知此响应对应了非因果系统, 单纯调整采样时刻  $t_0$  难以获得因果滤波器。

为了求取因果解, 后续令  $v(t)$  和  $g(t)$  分别为  $L_n(j\omega)H(\omega)$  和  $L_n^{-1}(j\omega)S(\omega)$  的逆变换。根据维纳因子在复平面左半平面的解析性, 可知  $v(t)$  和  $g(t)$  均具有因果性。利用帕塞瓦尔定理可以得到信号幅度为

$$\begin{aligned} \zeta &= \int_{-\infty}^{+\infty} v(t)g(t_0 - t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \{H(\omega)L_n(j\omega)\} \{L_n^{-1}(j\omega)S(\omega) \exp(j\omega t_0)\} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega)S(\omega) \exp(j\omega t_0) d\omega \end{aligned} \quad (3-48)$$

根据积分信号的因果性, 式(3-48)可以改写为

$$\zeta = \int_0^{+\infty} v(t)g(t_0 - t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t)g(t_0 - t)u(t)dt \quad (3-49)$$

其中,  $u(t)$  为阶跃函数。

进一步假设  $g^*(t_0 - t)u(t) \leftrightarrow K(\omega)$ , 使用帕塞瓦尔定理可得

$$\zeta = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t) \{g^*(t_0 - t)u(t)\}^* dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega)L_n(j\omega)K^*(\omega) d\omega \quad (3-50)$$

从而利用柯西-施瓦兹不等式可以推导得出输出信噪比满足的不等关系为

$$\text{SNR} |_{t=t_0} = \frac{\left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega)L_n(j\omega)K^*(\omega) d\omega \right|^2}{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |L_n(\omega)H(\omega)|^2 d\omega} \leq \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |K(\omega)|^2 d\omega \quad (3-51)$$

此时, 根据等式成立条件可以得到系统传递函数为

$$H(\omega) = L_n^{-1}(j\omega)K(\omega) \quad (3-52)$$

对应的时域冲击响应为

$$h(t) = l_{\text{inv}}(t) * g^*(t_0 - t)u(t) \quad (3-53)$$

可以发现, 阶跃函数  $u(t)$  去除了  $g^*(t_0 - t)$  中非因果部分, 从而使系统响应具备因果性。式(3-53)表明匹配滤波器由传递函数为  $L_n^{-1}(j\omega)$  和  $K(\omega)$  的系统相级联而成, 而  $g^*(t_0 - t)$  恰好为白噪声下匹配滤波器形式, 因此可以将有色噪声下的匹配滤波理解为通过滤波器  $L_n^{-1}(j\omega)$  将有色噪声白化, 进而实施白噪声下的匹配滤波, 以最大化输出信噪比。

### 3.3.3 脉冲压缩

为了获得良好的距离分辨率, 一般需要减小脉冲长度以增大瞬时带宽, 但窄脉冲信号在相同功率水平下的传输能量较低, 不利于远距离目标的检测, 造成了系统灵敏度与距离分辨率间相互制约。为了解决这一问题, 雷达系统中通过波形设计解耦带宽与时宽, 并利用匹配滤波器压缩脉冲宽度, 将信号能量集中在较短时段内。这样一来既可以采用宽脉冲获得较

高发射功率,匹配滤波后又具有较大的瞬时带宽,能够兼顾远探测距离和高距离分辨率的需求。因此,雷达中针对这类具备压缩特性的波形(如线性调频(Linear Frequency Modulation, LFM)、相位编码)的匹配滤波处理也被称为脉冲压缩。接下来将以最早被提出,并在实际中得到广泛应用的 LFM 脉冲波形为例,介绍雷达中脉冲压缩的具体实现。

雷达所发射的射频 LFM 脉冲信号可以表示为

$$s_{\text{RF}}(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_p}\right) \cos(2\pi f_0 t + \pi K t^2) \quad (3-54)$$

其中,  $T_p$  为脉冲宽度,  $f_0$  为载波频率,  $K = |f_2 - f_1|/T_p$  为调频率,  $f_2$  和  $f_1$  为截止频率。那么,射频信号相对应的基带信号为

$$s(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_p}\right) \exp(j\pi K t^2) \quad (3-55)$$

为了提高距离分辨率,LFM 信号的时间带宽积  $|f_2 - f_1| T_p$  一般远大于 1,此时可以基于菲涅尔积分近似计算其频谱为

$$S(f) \approx \frac{1}{\sqrt{K}} \text{rect}\left(\frac{f}{B}\right) \exp\left(-j\pi \frac{f^2}{K} + j\frac{\pi}{4}\right) \quad (3-56)$$

其中,  $B = |f_2 - f_1|$  为 LFM 脉冲信号带宽。

考虑探测情景为距离雷达  $R_0$  处存在径向速度为  $v$  的运动目标,忽略距离导致的衰落时接收射频信号应为发射信号的时延副本,即

$$s_{\text{R}}(t) = s_{\text{RF}}(t - \Delta(t)) = s_{\text{RF}}(\gamma(t - t_0)) \quad (3-57)$$

其中,  $\Delta(t) = t_0 - 2v(t - t_0)/c$  为传输时延,  $t_0 = 2R_0/c$  为初始位置所对应的传输时延,  $\gamma = 1 + 2v/c$  为与目标运动速度有关的系数。

下变频后的基带接收信号可以表示为

$$\begin{aligned} s_{\text{r}}(t) &= \text{rect}\left[\frac{\gamma(t - t_0)}{T_p}\right] \exp[j\pi K \gamma^2 (t - t_0)^2] \exp[j2\pi \gamma f_0 (t - t_0)] \exp(-j2\pi f_0 t) \\ &= \text{rect}\left[\frac{\gamma(t - t_0)}{T_p}\right] \exp[j\pi K \gamma^2 (t - t_0)^2] \exp[j2\pi(\gamma - 1)f_0 (t - t_0)] \exp(-j2\pi f_0 t_0) \end{aligned} \quad (3-58)$$

当目标运动速度远小于电磁波传播速度时,可以认为  $\gamma \approx 1$ ,从而接收基带信号能够近似为

$$s_{\text{r}}(t) \approx \exp(-j2\pi f_0 t_0) \exp[j2\pi f_{\text{d}} (t - t_0)] s(t - t_0) \quad (3-59)$$

其中,  $f_{\text{d}} = 2f_0 v/c = (\gamma - 1)f_0$  为多普勒频率。

利用时域与频域运算关系,可以得到接收信号频谱为

$$S_{\text{r}}(f) \approx \exp(-j2\pi f_0 t_0) S(f - f_{\text{d}}) \exp(-j2\pi f t_0) \quad (3-60)$$

由先前推导可知匹配滤波器的冲击响应须满足  $h(t) = s^*(-t)$ ,此时滤波器输出为

$$s_{\text{o}}(t) = s_{\text{r}}(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\text{r}}(f) S^*(f) \exp(j2\pi f t) df \quad (3-61)$$

结合式(3-60)和式(3-61),时域输出信号可近似为

$$s_{\text{o}}(t) \approx T_p \text{sinc}\left[B\left(t - \left(t_0 - \frac{f_{\text{d}}}{K}\right)\right)\right] \exp(-j2\pi f_0 t_0) \quad (3-62)$$

其中,  $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x)/\pi x$  为归一化采样函数。

根据 sinc 函数性质可知,输出信号最大值在  $t=t_0 - f_d/K$  处取得,输出信号的脉冲宽度约为  $1/B$ ,相当于输入 LFM 脉冲信号的脉冲宽度被压缩至原来的  $1/T_p B$ 。匹配滤波器输入信号和输出信号的脉冲宽度之比在脉冲压缩技术中被定义为压缩比,工程中通常根据压缩比大小来选择不同实现方式,压缩比较小时采用时域相关方式,压缩比较大时采用频域等效方式。

**【例 3-2】** 考虑雷达系统采用 LFM 信号,载波频率为 3GHz,脉宽  $T_p=20\mu\text{s}$ ,带宽  $B=15\text{MHz}$ ,压缩比采用雷达系统典型值  $BT_p=30 \times 10=300$ 。探测目标距离  $R_0=100\text{km}$ ,径向运动速度  $v=200\text{m/s}$ ,试推导 LMF 信号的脉冲压缩流程。

**【解 3-2】** 图 3-4 展示了 LFM 信号的脉冲压缩流程,LFM 发射脉冲基带信号的时域波形如图 3-4(a)所示。假设在目标距离为  $R_s=95\text{km}$  时开始进行接收回波的采样,LFM 脉冲信号经目标反射并叠加噪声后,接收信噪比  $\text{SNR}_r=0$  时的回波信号如图 3-4(b)所示。根据式(3-62)可知,输出脉冲峰值时刻为

$$t_{\text{peak}} = t_0 - f_d/K = \frac{2}{3} \times 10^{-3} - \frac{2 \times 3 \times 10^9 \times 200}{3 \times 10^8} / \frac{15 \times 10^6}{20 \times 10^{-6}} \approx 666.66\mu\text{s} \quad (3-63)$$

对应距离为

$$D = ct_{\text{peak}}/2 = 3 \times 10^8 \times 666.66 \times 10^{-6} / 2 \approx 100\text{km}$$

匹配滤波器输出结果如图 3-4(c)所示,脉冲宽度被压缩,峰值位置与理论距离对应。

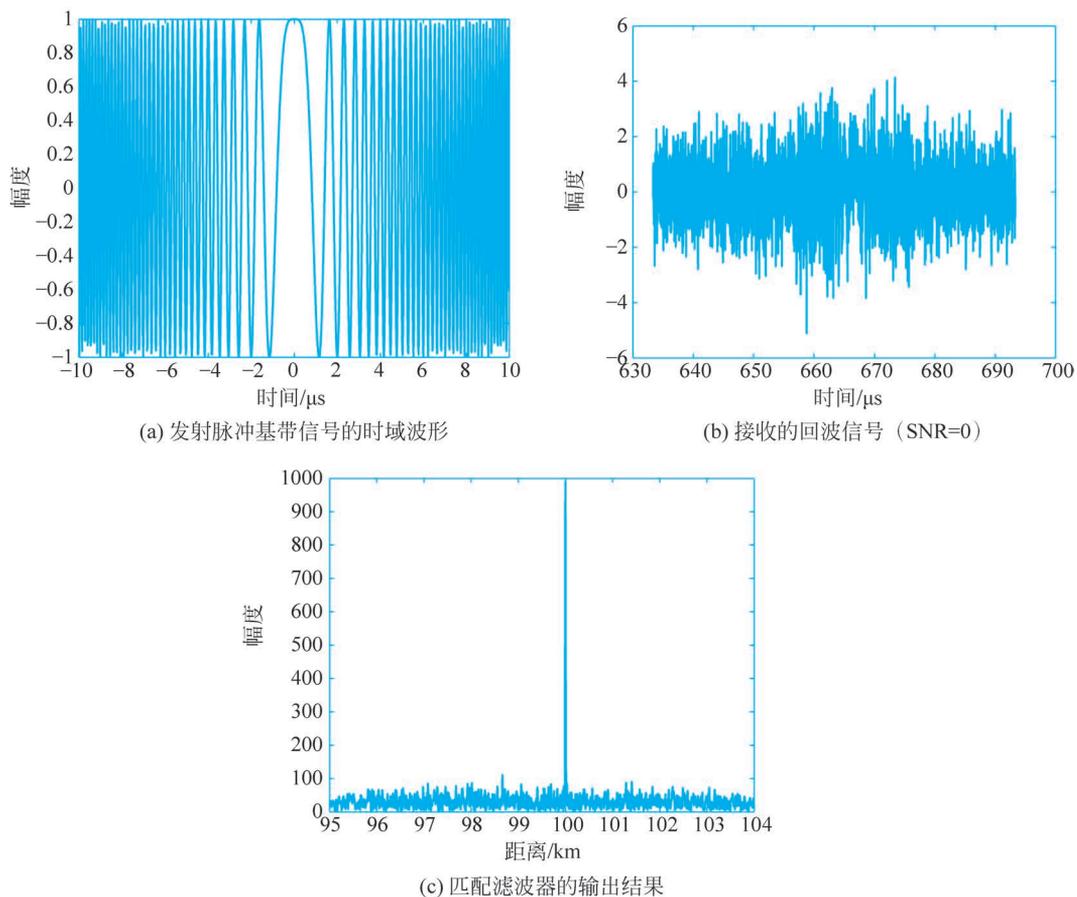


图 3-4 LFM 信号的脉冲压缩流程

### 3.4 多普勒处理

实际环境中除了接收机噪声影响目标检测,还存在自然环境(如陆地、海洋、气象等目标)的回波,这些回波的强度可以大于目标回波多个数量级,极大影响了雷达对目标的探测,因此人们将这些由自然环境产生的回波称为杂波。多普勒处理是对接收回波进行时域滤波或频谱分析,抑制环境产生的杂波,提高运动目标检测性能的技术集合,它是强杂波环境下最有效的运动目标检测手段。

多普勒处理的基本思想为利用运动目标回波与地形杂波的多普勒频率间的差异,抑制杂波分量,以增强目标回波信号的可检测性。主要可分为时间域和频率域实现,时间域中通常采用杂波滤波器对多个连续脉冲的回波样本进行高通滤波,从而抑制杂波的影响,一般被称为运动目标指示(Moving Target Indication, MTI)。在频率域中,直接针对多个连续脉冲回波的数据进行离散时间傅里叶变换(Discrete Time Fourier Transform, DTFT),获取多普勒谱进行分析,杂波与目标回波的多普勒频率差异使二者在谱中相互分离,从而能够有效检测目标回波,这一实现方式通常称为脉冲多普勒处理。MTI 处理完全在时域开展,而脉冲多普勒处理将信号变换至多普勒域分析。MTI 可通过低阶线性滤波器实现,复杂度较低,但获取信息较为有限。相对的,脉冲多普勒处理涉及变换域操作,复杂度较高,但可获得更多信息。

#### 3.4.1 多普勒频率与多普勒谱

在日常生活中,当消防车驶来时,人耳感受到的音调升高,而远离时感受到的音调降低。这一现象的成因便是多普勒效应,即信号源与目标间存在相对运动时,接收信号的频率将会发生变化。雷达系统中探测平台和探测目标的运动均会产生多普勒效应,导致回波信号发生多普勒频率。一般可以将雷达作为运动参考,考虑静止雷达以载频  $f_c$  的脉冲信号对距离为  $R_0$ ,以速度  $v_R$  运动的目标进行探测,目标速度矢量与二者视线夹角为  $\theta$ 。雷达运动目标探测的几何关系如图 3-5 所示。

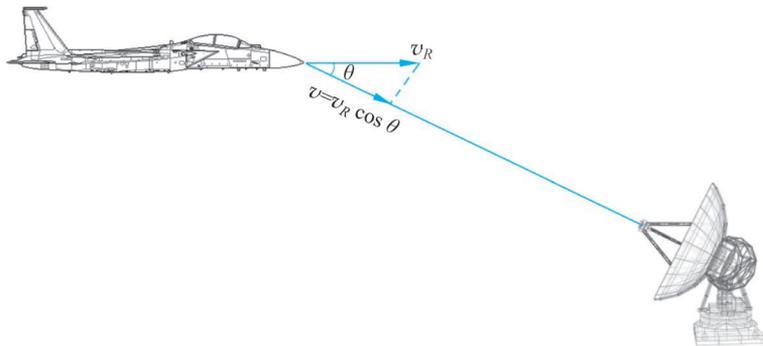


图 3-5 雷达运动目标探测的几何关系

此情景下的接收回波信号  $\bar{y}(t)$  可以表示为

$$\bar{y}(t) = -k \cdot [1 - 2h'(t)]\bar{x}[2h(t) - t] \quad (3-64)$$

其中,  $k$  为幅度衰落因子,  $\bar{x}(t)$  为发射复解析信号,  $h'(t)$  为函数关于时间导数,  $h(t)$  为能够

在时刻  $t$  接收到距离  $R(t)$  处目标回波时,所需的发射时间,应满足

$$h(t) + \frac{1}{c}R[h(t)] = t \quad (3-65)$$

由于电磁波以光速进行传播,可以忽略信号在传播至目标时间内,因运动导致的距离变化,即  $R[h(t)] \approx R(t)$ 。根据几何关系可得距离函数为  $R(t) = R_0 - vt$ ,令  $\beta_v = v/c$ ,则有下式成立:

$$\begin{aligned} h(t) &= \frac{1}{1 - \beta_v} \left( t - \frac{R_0}{c} \right) \\ [1 - 2h'(t)] &= -\frac{1 + \beta_v}{1 - \beta_v} \equiv -\alpha_v \end{aligned} \quad (3-66)$$

结合式(3-64)、式(3-65)和式(3-66),回波信号  $\bar{y}(t)$  可以写作:

$$\bar{y}(t) = k\alpha_v \times \bar{x} \left[ \alpha_v \left( t - \frac{2R_0}{(1 + \beta_v)c} \right) \right] \quad (3-67)$$

代入发射解析信号的基本形式  $\bar{x}(t) = A(t) \exp[j(2\pi f_c t + \varphi_0)]$ ,能够将式(3-67)细化为

$$\bar{y}(t) = k\alpha_v \times A \left( \alpha_v t - \frac{2R_0}{(1 - \beta_v)c} \right) \exp \left[ j \left( 2\pi \alpha_v f_c t - \frac{4\pi R_0}{(1 - \beta_v)\lambda} + \varphi_0 \right) \right] \quad (3-68)$$

可以发现,多普勒效应使回波信号频率变为  $\alpha_v f_c$ 。信号频率的偏移量即为多普勒频率,具有如下形式:

$$f_d = \alpha_v f_c - f_c = (\alpha_v - 1)f_c = \frac{2v}{(1 - \beta_v)\lambda} \quad (3-69)$$

信号双程传输所形成的相位变化量为

$$\Delta\varphi = -\frac{4\pi R_0}{(1 - \beta_v)\lambda} \quad (3-70)$$

结合式(3-69)和式(3-70)可以发现,目标朝向雷达运动( $v > 0$ )时,多普勒频率取正值;远离雷达运动( $v < 0$ )时,多普勒频率取负值。此外,结合式(3-67)可知回波信号是发射信号的  $\alpha_v$  倍或  $\frac{1}{\alpha_v}$ ,正多普勒( $\alpha_v > 1$ )的回波信号为发射信号的抽取,负多普勒( $\alpha_v < 1$ )的回波信号为发射信号的内插。因此,较发射信号而言,回波信号的频谱也将发生延展或压缩。在常见的雷达应用情景中,目标运动速度远小于光速,结合一阶级数展开可对  $\alpha_v$  进行良好近似,即

$$\alpha_v = \frac{1 + \beta_v}{1 - \beta_v} = (1 + \beta_v) \left( \frac{1}{1 - \beta_v} \right) = (1 + \beta_v)(1 + \beta_v + o(\beta_v)) \approx 1 + 2\beta_v \quad (3-71)$$

那么,回波多普勒频率可以表示为  $2vf_c/c = 2v/\lambda$ ,相位变化为  $-(1 + \beta_v)(4\pi/\lambda)R_0$ 。

雷达回波信号的多普勒频率一般较小,仅使用单个脉冲难以实现准确测量。利用傅里叶变换测量信号频率时,误差的标准差为

$$\sigma_F = \sqrt{6/[(2\pi)^2 \chi T_{\text{obs}}^2]} \quad (3-72)$$

其中,  $T_{\text{obs}}$  为观测时间,  $\chi$  为信噪比。

为了准确测量多普勒频率,需要使频率误差远小于多普勒频率,从而得到观测时间应满足的关系为

$$T_{\text{obs}} \gg \sqrt{6/[(2\pi)^2 \chi F_D^2]} \quad (3-73)$$

例如,考虑回波信噪比为 30dB,目标运动造成 10kHz 多普勒频率的情景。根据式(3-73)可计算:

$$T_{\text{obs}} \gg \sqrt{6 / [(2\pi)^2 \times 1000 \times 10^{4 \times 2}]} = 123 \mu\text{s} \quad (3-74)$$

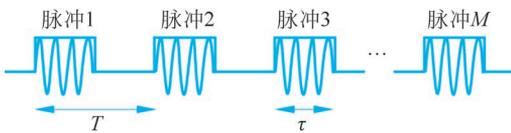


图 3-6 脉冲串信号的波形结构

即观测时间应远大于  $123 \mu\text{s}$ , 对应单个脉冲的宽度需大于  $1 \text{ms}$ , 大多数雷达都难以满足这一点。因此,为了提升多普勒分辨率,实际中常用多个单脉冲构成的脉冲串实现对目标的长时观测,脉冲串信号的波形结构如图 3-6 所示。

脉冲串中单个脉冲宽度为  $\tau$ , 所包含脉冲的总数为  $M$ ,  $T$  为脉冲重复间隔(Pulse Repetition Interval, PRI), 其倒数对应脉冲重复频率(Pulse Repetition Frequency, PRF)。脉冲串的总长度  $MT$  为驻留时间, 也被称为相干处理间隔(Coherent Processing Interval, CPI)。

一个 CPI 内连续  $M$  个脉冲回波解调后的基带采样数据将构成二维数据矩阵, 如图 3-7 所示。矩阵中的每个元素均为由同相和正交分量所构成的复数, 矩阵的每一行对应单个脉冲回波的完整采样, 由连续的距离单元构成。矩阵的每一列表示在同一距离单元处连续多个脉冲的测量。脉冲信号采样率不会小于脉冲带宽, 通常在数百 kHz 到数百 MHz, 因此也将距离单元这一维度称为快时间维。而纵向采样率对应 PRF, 通常不超过数百 kHz, 故将脉冲这一维度称为慢时间维。

进一步考虑环境中静止地物所导致杂波的存在, 多个运动目标情景下接收回波的能量将呈现关于距离单元和多普勒频率的二维分布, 其中杂波能量集中于零频处, 并按距离衰减分散于全部距离单元, 接收机噪声能量较小并弥散于整个平面, 运动目标能量则根据其位置与速度的不同, 位于对应的多普勒频率与距离单元处。从中选择某一距离单元进行截取, 所得能量关于多普勒频率的分布即为特定距离单元的多普勒谱, 如图 3-8 所示。它可由慢时间信号采样的 DTFT 获得, 因此多普勒谱将以 PRF 为周期。杂波位于以零频为中心的  $\beta_c$  带宽范围内。根据目标运动状态的不同, 同一距离单元中运动目标的响应可能出现在谱中任何位置。

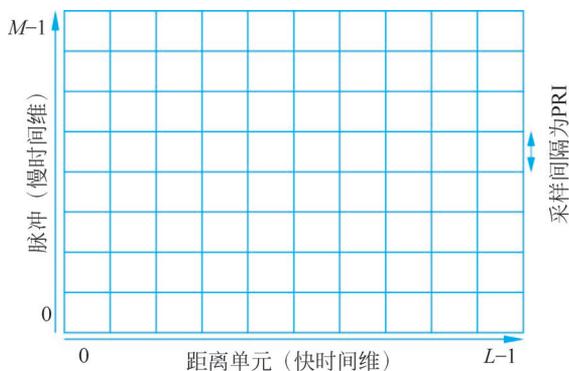


图 3-7 二维数据矩阵

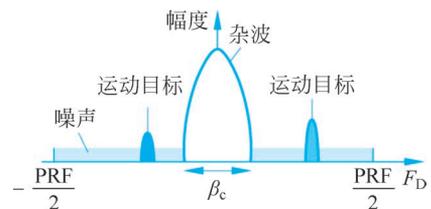


图 3-8 特定距离单元的多普勒谱

### 3.4.2 MTI

MTI 处理通过 MTI 滤波器对慢时间维的接收数据进行处理, 利用线性滤波抑制杂波

分量,从而保证目标的有效检测,具体流程如图 3-9 所示。

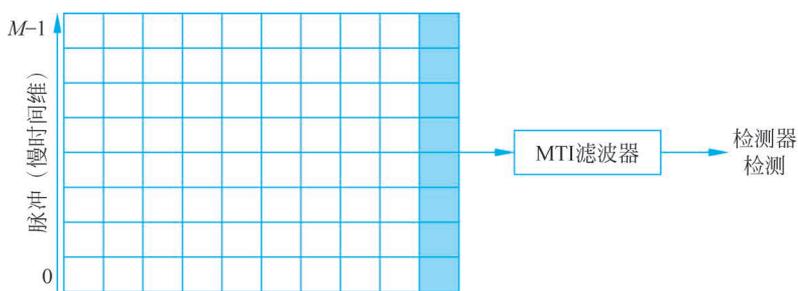


图 3-9 MTI 处理流程

假设结合运动平台与目标间相对运动信息,已将杂波多普勒谱搬移至直流处,那么理论上采用高通滤波器即可有效抑制杂波。因此,整体处理的关键在于 MTI 滤波器的设计。典型的 MTI 滤波器为  $N$  脉冲对消器,通常采用  $N-1$  个基本对消器级联而成。基本对消器的抽头时延线模型如图 3-10 所示。此滤波器的传递函数为  $H(z)=1-z^{-1}$ ,相应的归一化频率响应具有高通特性,如式(3-75)所示。

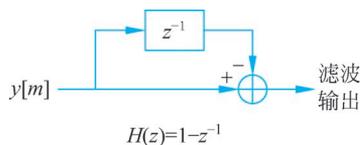


图 3-10 基本对消器的抽头时延线模型

$$H(\omega) = 2je^{-j\omega/2} \sin(\omega/2) \tag{3-75}$$

其中,  $\omega = \Omega T = 2\pi FT$ ,  $F$  为模拟频率,  $T$  为 PRI。

根据信号处理理论,对消器级联数目的增加等价于增大滤波器阶数,那么随着级联数目增大,零频附近的阻带情况将得到改善,但是这种设计中未考虑对目标回波的损失。MTI 处理的最终目的是抑制杂波,可以等价于最大化 MTI 滤波器的输出信杂比,这与匹配滤波的概念十分类似,因此可以借助该理论辅助 MTI 滤波器设计。

本书将以向量形式推导具有杂波抑制功能的匹配滤波器。首先,定义待处理数据向量为  $\mathbf{y}_m = [y[m] \ y[m-1] \ \cdots \ y[m-N+1]]^T$ ,滤波器抽头权重向量为  $\mathbf{h} = [h[0] \ \cdots \ h[N-1]]^T$ ,那么滤波器输出功率可表示为  $\mathbf{h}^H \mathbf{y}^* \mathbf{y}^T \mathbf{h}$ 。进而,将接收信号建模为期望目标信号  $\mathbf{t}$  和干扰信号  $\mathbf{w}$  的叠加,此时输出信干比为

$$\text{SIR} = \frac{\mathbf{h}^H \mathbf{t}^* \mathbf{t}^T \mathbf{h}}{\mathbf{h}^H \mathbf{S}_1 \mathbf{h}} \tag{3-76}$$

其中,  $\mathbf{S}_1 = E[\mathbf{w}^* \mathbf{w}^T]$  为干扰协方差矩阵。根据矢量形式的柯西-施瓦兹不等式可得信号功率所满足的不等关系为

$$\mathbf{h}^H \mathbf{t}^* \mathbf{t}^T \mathbf{h} \|\mathbf{A}\mathbf{h}\|^2 \|(A^H)^{-1} \mathbf{t}^*\|^2 = (\mathbf{h}^H \mathbf{S}_1 \mathbf{h}) (\mathbf{t}^T \mathbf{S}_1^{-1} \mathbf{t}^*) \tag{3-77}$$

其中,  $\mathbf{S}_1 = \mathbf{A}^H \mathbf{A}$  可利用其正定性分解而得。信干比将对应满足  $\text{SIR} = \mathbf{t}^T \mathbf{S}_1^{-1} \mathbf{t}^*$ ,那么使其取得等号的最优抽头向量为

$$\mathbf{h}_{\text{opt}} = \mathbf{S}_1^{-1} \mathbf{t}^* \tag{3-78}$$

一般认为干扰由不相关的零均值平稳白噪声和零均值平稳杂波叠加构成,即

$$\mathbf{w}[m] = \mathbf{n}[m] + \mathbf{c}[m] \tag{3-79}$$

其中,  $\mathbf{n}[m]$  代表功率为  $\sigma_n^2$  的平稳噪声信号,  $\mathbf{c}[m]$  为功率  $\sigma_c^2$  的平稳色杂波。

接下来将以一阶匹配滤波器为例,分析 MTI 中匹配滤波器性质。此情景下匹配滤波仅

会涉及两个数据,即  $\mathbf{w} = [\omega[m] \quad \omega[m-1]]^T$ 。根据模型中平稳假设,杂波在相邻脉冲间的相关性可表示为

$$E\{c[m]c^*[m+1]\} = E\{c^*[m]c[m-1]\} = \sigma_c^2 \rho_c[1] \quad (3-80)$$

为了后续表达形式简洁,在此将  $\rho_c[1]$  记为  $\rho$ ,那么,可以计算协方差矩阵为

$$\mathbf{S}_1 = E\{\mathbf{w}^* \mathbf{w}^T\} = \begin{bmatrix} \sigma_c^2 + \sigma_n^2 & \rho \sigma_c^2 \\ \rho^* \sigma_c^2 & \sigma_c^2 + \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (3-81)$$

对应的逆矩阵为

$$\mathbf{S}_1^{-1} = \frac{1}{(\sigma_c^2 + \sigma_n^2)^2 - |\rho|^2 \sigma_c^4} \begin{bmatrix} \sigma_c^2 + \sigma_n^2 & -\rho \sigma_c^2 \\ -\rho^* \sigma_c^2 & \sigma_c^2 + \sigma_n^2 \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} \sigma_c^2 + \sigma_n^2 & -\rho \sigma_c^2 \\ -\rho^* \sigma_c^2 & \sigma_c^2 + \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (3-82)$$

考虑矩形脉冲的情况,期望目标信号的慢时间采样可表示为

$$t[m] = C \exp\left[-j \frac{4\pi}{\lambda}(R_0 - 2\beta_v R_s)\right] \exp\left[j2\pi\left(\frac{2v}{\lambda}\right)mT\right] = A \exp[j2\pi f_d mT] \quad (3-83)$$

其中,  $f_d$  为多普勒频率,  $A$  为包含相移与幅度的常数项。

那么,  $m_0$  时刻起输入匹配滤波器的期望信号向量为

$$\begin{aligned} \mathbf{t} &= A \begin{bmatrix} e^{j2\pi f_d m_0 T} & e^{j2\pi f_d (m_0-1)T} & \dots & e^{j2\pi f_d (m_0-N+1)T} \end{bmatrix}^T \\ &= A \begin{bmatrix} 1 & e^{-j2\pi f_d T} & \dots & e^{-j2\pi f_d (N-1)T} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (3-84)$$

与例中一阶匹配滤波器对应的期望信号采样为  $\mathbf{t} = A \begin{bmatrix} 1 & e^{-j2\pi f_d T} \end{bmatrix}^T$ ,由于常数项相当于对信号和干扰同时进行缩放,因此不会影响结果可以将其舍弃,从而得到匹配滤波器的抽头权重向量为

$$\mathbf{h} = \mathbf{S}_1^{-1} \mathbf{t}^* = \begin{bmatrix} \sigma_c^2 + \sigma_n^2 & -\rho \sigma_c^2 \\ -\rho^* \sigma_c^2 & \sigma_c^2 + \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j2\pi f_d T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\sigma_c^2 + \sigma_n^2) - \rho \sigma_c^2 e^{j2\pi f_d T} \\ (\sigma_c^2 + \sigma_n^2) e^{j2\pi f_d T} - \rho^* \sigma_c^2 \end{bmatrix} \quad (3-85)$$

噪声受限情景下可将此式简化为  $\mathbf{h} = \begin{bmatrix} 1 & e^{j2\pi f_d T} \end{bmatrix}^T$ ,说明匹配滤波器将对两个慢时间样本进行相干累积。

但是实际探测时,目标速度未知,可以进一步假设多普勒频率在整个周期内服从均匀分布,从而利用期望信号的统计期望对其进行替代,得到  $\mathbf{t} = A \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ 。相应匹配滤波器的抽头权重向量为

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} \sigma_c^2 + \sigma_n^2 & -\rho^* \sigma_c^2 \end{bmatrix}^T \quad (3-86)$$

当杂波占据主导地位且脉冲间杂波高度相关时,可得  $\mathbf{h} \approx \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}^T$  对应于二脉冲对消器,表明此条件下脉冲对消器可近似为匹配滤波器。此结论对于  $N$  脉冲对消器同样适用,但滤波器阶数增加将导致近似效果变差。当噪声占据主导地位时,可得  $\mathbf{h} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ ,表明速度未知且干扰不相关时将不进行任何操作,仅输出相同信号。

因此,可以将速度未知条件下 MTI 匹配滤波器的处理思想总结为:杂波受限且脉冲间杂波高度相关时,利用相关性联合不同的慢时间样本进行干扰对消。噪声受限时无法利用相关性抑制噪声,从而不对慢时间样本进行处理。

由于多普勒谱具有周期性,多普勒频率为整数倍 PRF 的运动目标,其回波将被 MTI 处理抑制,导致无法对这类目标进行探测,相当于系统对于这类目标是“盲”的,因此雷达中定

义了盲速来刻画这一现象。

**定义 3.6 盲速:**是与零多普勒频率混叠的运动目标对应的径向速度,表达形式如下:

$$v_b = k \frac{\lambda \cdot \text{PRF}}{2} = k \frac{c \cdot \text{PRF}}{2f}, \quad k \in \mathbb{N}^+ \quad (3-87)$$

若回波信号将在当前脉冲重复时间内到达,可以与发射脉冲一一对应,则可以认为距离上不存在模糊。那么,无模糊距离可以表示为

$$R_{\text{ua}} = \frac{c}{2 \times \text{PRF}} \quad (3-88)$$

**定理 3.3** 给定 PRF 时无模糊距离决定了雷达覆盖范围,对应的第一盲速决定了可测量的速度范围。二者的乘积同时刻画了两个维度的覆盖能力,具体关系如下:

$$R_{\text{ua}} v_b = \frac{c}{2\text{PRF}} \times \frac{\lambda \text{PRF}}{2} = \frac{\lambda c}{4} \quad (3-89)$$

由式(3-89)可以发现,无模糊距离与盲速的乘积只与波长和速度有关。因此,长覆盖距离将缩小可测量的速度范围,而大的速度范围将减小覆盖距离,必定在距离或多普勒二者之一或二者同时出现模糊。工程中常采用参差 PRF 解决,可分为脉间和 CPI 间实现,该技术通过改变对应单元内的 PRF 来变更盲速位置,相当于利用不同盲速的脉冲进行组合测量,从而有效改善速度模糊。

**【例 3-3】** 脉冲雷达工作于 3GHz,第一盲速为 300m/s,试求雷达的无模糊距离。

**【解 3-3】** 根据式(3-89)所示盲速与无模糊距离关系可知:

$$R_{\text{ua}} = \frac{\lambda c}{4v_1} = \frac{(3 \times 10^8 / 10^{10}) \times (3 \times 10^8)}{4 \times 250} = 9\text{km}$$

### 3.4.3 脉冲多普勒处理

与 MTI 对慢时间维数据进行时域滤波不同,脉冲多普勒作为另一种多普勒处理,直接对同一距离单元内的慢时间数据进行离散傅里叶变换(Discrete Fourier Transform, DFT),开展谱分析。当清洁区中存在超过阈值的谱分量时,则认为该分量对应了当前距离单元中的运动目标。相较于 MTI 处理,脉冲多普勒处理的优点在于完成目标检测后还能额外获得目标多普勒频率与径向速度的粗略估计,但是计算复杂度较高,获得良好分辨率所需 CPI 长。

假设某一距离单元中存在多普勒频率为  $f_d$  的运动目标,雷达利用包括  $M$  个子脉冲且 PRI 为  $T$  的脉冲串进行探测,此时回波信号的慢时间样本可以表示为

$$y[m] = A e^{j2\pi f_d m T} \quad m = 0, 1, \dots, M-1 \quad (3-90)$$

通过对此信号进行离散时间傅里叶变换(DTFT)可获得其模拟频率域的频谱:

$$\begin{aligned} Y(F) &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} y[m] \exp(-j2\pi F T m) \\ &= A \frac{\sin[\pi(F - f_d)MT]}{\sin[\pi(F - f_d)T]} e^{-j\pi(M-1)(F - f_d)T}, \quad F \in [-\text{PRF}/2, +\text{PRF}/2) \end{aligned} \quad (3-91)$$

可以发现频谱为 sinc 函数,此函数的第一峰值旁瓣较主瓣下降 13.2dB,其他旁瓣以倒数规律衰减,较高的旁瓣很可能影响多目标检测性能,因此通常在变换前对数据加窗。对数据  $y[m]$  应用窗函数  $w[m]$  后,其 DTFT 可以写为

$$Y_w(F) = A \sum_{m=0}^{M-1} w[m] e^{-j2\pi(F-f_d)mT} = W(F - f_d) \quad (3-92)$$

式(3-92)表明加窗后数据的变换结果为窗函数频谱按多普勒频率的频移,因此通过设计窗函数频域特性即可实现所需的旁瓣指标,通常应用非矩形窗会增大旁瓣衰减,但会牺牲一些主瓣宽度和峰值增益,增大处理损失。

DTFT 频率变量的连续性导致实际中无法直接计算 DTFT,对于有限长序列通常采用 DFT 计算 DTFT 在一个周期内的均匀采样。此外,由于快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)算法的存在,DFT 可以进行高效的硬件实现。回波信号慢时间样本的 DFT 定义如下:

$$Y[k] = \sum_{m=0}^{M-1} y[m] e^{-j2\pi mk/K}, \quad k = 0, 1, \dots, K-1 \quad (3-93)$$

可以发现, $Y[k]$ 等价于 $Y(F)$ 在 $F = k/KT = k(\text{PRF}/K)$ 处的采样。

DFT 作为离散采样无法保证采样位置精确位于 sinc 函数的峰值,因此会面临采样偏差问题,使 DFT 峰值可能最大偏离实际多普勒频率  $\text{PRF}/2K$ ,对应半个多普勒门。工程中常用局部峰值内插方法改善采样偏差,该方法利用二次多项式对检测到的 DFT 峰值及其相邻两个采样点进行拟合,进而通过数学求导获得峰值幅度与对应频率的精确估计。需要注意的是,若主瓣宽度较窄,令相邻采样点位于旁瓣内,估计的性能也会出现降级。此时应当增大采样密度来避免这一问题,通常可增大变换长度  $K$  或对数据加窗,前者相当于对多普勒谱进行过采样,后者利用窗函数展宽主瓣的性质,二者的目的均为保证用于拟合的 3 个样点均位于主瓣内。

实际中,杂波功率通常占据接收信号总功率的绝大部分,可能高于目标回波近几十分贝。若直接利用脉冲多普勒处理计算多普勒谱,可能导致零多普勒频率处于杂波响应的旁瓣,淹没目标回波的响应。此外,在信号处理时,大功率的杂波将使自动增益控制配置较大衰减,降低目标回波响应幅度,当幅度落入处理硬件的动态范围外时,无法进行检测。因此,结合 3.4.2 节中 MTI 的原理与性质可以很自然地想到,级联 MTI 处理和脉冲多普勒处理有望获得更优的检测性能。级联后能够利用 MTI 选择性地衰减杂波分量,令目标回波成为其输出信号中的主导分量,从而帮助脉冲多普勒处理进行精确谱分析。

## 3.5 雷达参数测量

雷达从探测目标反射的回波信号中提取目标信息,其最基本的任务是针对探测目标的检测与目标相关参数的估计。微弱的目标回波信号经过匹配滤波与多普勒处理后,即可通过精心设计的检测准则而被有效检测。那么在确定目标存在后,雷达系统便需要进一步估计探测目标的相关参数,即测量目标的角度、距离与速度。

### 3.5.1 角度测量

由于大部分的雷达都使用了定向天线,这使对空间中目标角位置进行测量成为可能。角度测量主要关注雷达系统如何准确获取三维空间中目标的方位角与仰角。根据所利用的回波信号属性的不同,可分为相位法测角与幅度法测角。

### 1. 相位法测角

相位法测角是利用不同天线接收回波信号的相位差获得目标角度信息。双天线测角如图 3-11 所示,远场目标与天线波束轴线夹角为  $\theta$ , 天线间距为  $d$ 。

由于目标位于远场(雷达主要用于远距离目标探测,这一设定是合理的),天线所接收到的目标反射回波近似于平面波,因此天线 1 和天线 2 所接收回波信号间的相位差  $\varphi$  将由波程差  $\Delta L$  决定,二者间关系为

$$\varphi = 2\pi \frac{\Delta L}{\lambda} = 2\pi \frac{d \sin\theta}{\lambda} \quad (3-94)$$

由式(3-94)可以发现,目标的角度信息包含在不同天线接收的回波间的相位差之中。进一步通过方位与俯仰面内的两组天线阵列进行角度测量,即可获得目标的完整角位置。

### 2. 幅度法测角

幅度法测角是利用回波信号幅度来提取目标角位置,具体包括最大信号法和等信号法两类。对于共用收发天线的单基雷达来说,若天线波束进行匀角速度的扇形扫描或圆锥扫描,所接收的回波脉冲串的幅度将受到双程天线方向图的调制。最大信号法基于此性质,通过搜索接收机输出的脉冲串峰值位置,利用该时刻天线的波束轴线指向,获得目标角度的测量结果。

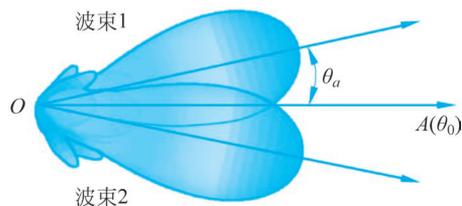


图 3-12 等信号法波束结构

等信号法采用两个部分重叠的相同波束进行测角,等信号法波束结构如图 3-12 所示。

用  $f(\theta)$  表示天线方向图函数,根据等信号轴 OA 的指向  $\theta_0$ ,可以将两个波束的方向性函数  $f_1(\theta)$  和  $f_2(\theta)$  分别写为

$$\begin{cases} f_1(\theta) = f(\theta + \theta_a - \theta_0) \\ f_2(\theta) = f(\theta - \theta_0 - \theta_a) \end{cases} \quad (3-95)$$

其中,  $\theta_a$  为波束最大值与  $\theta_0$  间夹角。

那么,两波束所接收目标回波信号的幅度值分别为

$$\begin{cases} V_1 = Nf(\theta_a - \theta') \\ V_2 = Nf(-\theta_a - \theta') = Nf(\theta_a + \theta') \end{cases} \quad (3-96)$$

其中,  $\theta'$  为目标偏离等信号轴的角度。进而通过求幅度之比来判断目标偏离等信号轴的程度,具体方式为

$$R(\theta') = \frac{V_1}{V_2} = \frac{f(\theta_a - \theta')}{f(\theta_a + \theta')} \quad (3-97)$$

由式(3-97)可知,根据已知的方向图函数与波束夹角,能够计算不同角度下的幅度比值  $R(\theta)$ ,  $\theta \in [0, 2\pi]$ ,从而在获取幅度比值的观测后利用查表法即可获得目标角度的测量结果。由于采用幅度比值作为决策变量,此种方法也被称为比幅法。

比幅法中利用查表法获得测量结果时,涉及对角度的量化,不可避免地增大了测量误差。因此,人们还提出了和差法进行测角,此方法从不同波束回波信号幅度间和差值中提取

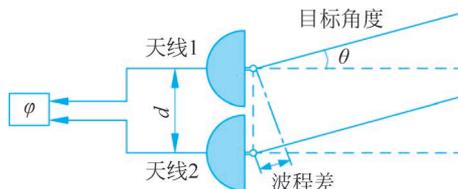


图 3-11 双天线测角示意

目标角度信息。当探测目标位于等信号轴附近时,不同波束所接收目标回波信号的幅度差可以写为

$$\Delta = N[f(\theta_a - \theta') - f(\theta_a + \theta')] \approx 2N\theta'f'(\theta_0) \quad (3-98)$$

其中,  $f'(\theta)$  为天线方向图函数关于角度的导数。

类似地,幅度和可以写为

$$\Sigma = N[f(\theta_a - \theta') + f(\theta_a + \theta')] \approx 2Nf(\theta_0) \quad (3-99)$$

那么,可以求出目标信号与等信号轴间的夹角  $\theta'$  为

$$\theta' = \frac{\Delta f(\theta_0)}{\Sigma f'(\theta_0)} \quad (3-100)$$

采用等信号法进行测角时,若采用两套相同的接收系统,使两波束能够同时存在,则称为同时波瓣法。若使用一套接收系统,使两个波束交替出现,则称为顺序波瓣法。等信号法中等信号轴附近方向图斜率较大,即使目标与等信号轴间偏移较为微小,两波束接收信号的强度变化也会十分显著,故而较最大信号法而言,等信号法具有更高的测量精度。

### 3.5.2 距离测量

目标距离也是雷达需要测量的基本参数之一,测距主要通过测量电波的传播时延来实现。由于无线电波在均匀介质中沿直线传播,雷达接收回波信号相较于发射信号的时延将对应电磁波在雷达与目标间的双程传播,因此目标距离可以表示为

$$D = \frac{ct_D}{2} \quad (3-101)$$

其中,  $c = 3 \times 10^8$  m/s 为光速,  $t_D$  为回波时延。可以发现,只要能够精确测定传播时延,就可以实现准确测距。

为了测量回波时延需要对回波到达时刻进行定义。实际中常采用回波脉冲前沿或回波脉冲中心作为到达时刻的参考点。如果需要测定回波前沿,可以使用电压比较器对比信号电平与判决阈值,将超过阈值的时刻认定为脉冲前沿。但电平波动和噪声干扰对脉冲前沿的影响较大,此种参考方式下的测距精度不高。如果以回波脉冲中心作为参考点,则一般通过在接收机中使用和差法进行确定。以基带回波信号作为输入,使用电压比较器获得宽度为脉冲宽度的矩形脉冲作为和支路信号,使用微分器获得差支路信号,通过在和支路信号持续时间内进行差支路信号的过零点检测,从而有效提取回波峰值,此位置通常对应了回波中心。此方法能够防止距离副瓣和噪声引起的脉冲过零点虚警,具有更高的测距精度。

### 3.5.3 速度测量

目标运动速度的测定可以通过测量目标距离的变化率来实现,即

$$v = \frac{\Delta R}{\Delta t} \quad (3-102)$$

其中,  $\Delta R$  为时间间隔  $\Delta t$  内目标距离的变化量。但是,此类方法需要进行多个脉冲数据的累积才能获得平均速度的准确测量结果,测速所需时间较长且无法测定目标的瞬时速度,故一般只用作目标速度的粗估计。

根据 3.4 节中多普勒频率的介绍可知,目标回波的多普勒频率正比于其径向速度,因此

实际中一般通过测量多普勒频率来实现目标速度的测量。由于对慢时间维接收数据进行傅里叶变换后,得到的多普勒谱中含有运动目标多普勒信息,因此检测谱峰值可获得目标回波的多普勒频率测量值。但多普勒谱的周期性会使测量结果  $\hat{f}$  存在多值性,即

$$\hat{f} = f_d \pm n \times \text{PRF} \quad (3-103)$$

其中,  $f_d$  为目标回波的真实多普勒频率, PRF 为脉冲重复频率。

虽然利用距离变化率来测量速度的精度较低,但测量结果具有单值性。因此,可以通过比较距离微分所得的粗估速度和测量值对应的速度来估计  $n$ ,从而消除多值性以获得目标真实速度。

### 章节习题

- 3-1 已知脉冲雷达系统的中心频率为 3GHz,其发射基带信号  $x(t)$  的幅度谱如图 3-13 所示,请画出对应复信号和实信号的幅度谱。
- 3-2 在实现雷达发射机时,单极振荡式 and 主振放大式应如何选择?
- 3-3 某 X 波段雷达工作于 8GHz,采用直径 1m 的圆形天线发射电波,假设孔径效率为 1,试求天线的最大增益。天线直径分别变为 1.5m 和 2.0m 时的情况如何?
- 3-4 某配备圆形天线的 L 波段雷达工作于 2GHz,其最大增益为 30dB,发射信号功率为 1.5MW,假设孔径效率为 1,试求天线物理尺寸,以及 55km 处的功率通量密度。
- 3-5 试推导白噪声情景下宽度为  $\tau$  的简单脉冲的匹配滤波输出和输出信噪比。
- 3-6 某脉冲雷达工作于 3GHz,采用 LFM 脉冲波形,脉冲宽度为  $20\mu\text{s}$ ,压缩比为 300。已知目标径向运动速度为 100m/s,采用最小时延因果匹配滤波器进行脉压,输出信号在  $t=100\mu\text{s}$  时出现峰值,试求探测目标距离。
- 3-7 某 X 波段雷达工作于 10GHz,第一盲速为 250m/s,试求雷达的无模糊距离。
- 3-8 试从采样角度说明盲速现象。
- 3-9 运动目标以 6000m/s 的线速度  $v$  由雷达正北方向正东直线飞行,雷达脉冲重复频率为 600Hz,波长 20cm,由法线开始到  $30^\circ$  的范围内,雷达会在哪些位置将其认定为固定目标?

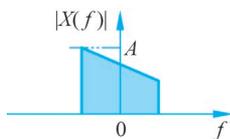
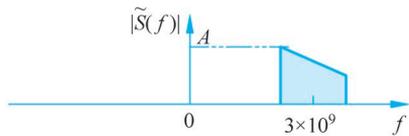
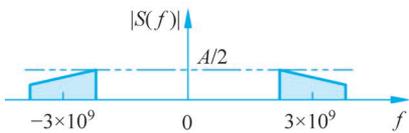


图 3-13 脉冲雷达系统的发射基带信号  $x(t)$  的幅度谱

- 3-10 已知脉冲雷达中心频率为 3000MHz,回波信号相对发射信号的时延为  $1000\mu\text{s}$ ,回波信号的频率为 3000.01MHz,目标运动方向与目标所在方向的夹角为  $60^\circ$ ,求目标距离、径向速度与线速度。



(a) 复信号的幅度谱



(b) 实信号的幅度谱

图 3-14 复信号和实信号的幅度谱

### 习题解答

- 3-1 解: 根据式(3-14)和式(3-15)可得复信号和实信号对应幅度谱分别如图 3-14(a)和图 3-14(b)所示。

**3-2** 解：在对发射信号的频率、相位稳定性和谱纯度 3 者中任一参数有较高要求的情况下选用主振放大式发射机，对以上参数均无较高要求的情况下，可选用单级振荡式发射机。

**3-3** 解：根据式(3-6)可知天线增益与有效面积和波长的关系为

$$G = \frac{4\pi A_e}{\lambda^2}$$

$D=1\text{m}$  时

$$\lambda = 3 \times 10^8 / (8 \times 10^9) = 0.0375\text{m}, \quad A_e = \pi(D/2)^2 = \pi(1/2)^2 = 0.785\text{m}^2$$

$$G_{\max} = \frac{4\pi A_e}{\lambda_{\min}^2} = \frac{4\pi \times 0.785}{0.0375^2} = 7014.55 = 38.46\text{dB}$$

$D=1.5\text{m}$  时

$$\lambda = 3 \times 10^8 / (8 \times 10^9) = 0.0375\text{m}, \quad A_e = \pi(D/2)^2 = \pi(1.5/2)^2 = 1.767\text{m}^2$$

$$G_{\max} = \frac{4\pi A_e}{\lambda_{\min}^2} = \frac{4\pi \times 1.767}{0.0375^2} = 41.98\text{dB}$$

$D=2\text{m}$  时

$$\lambda = 3 \times 10^8 / (8 \times 10^9) = 0.0375\text{m}, \quad A_e = \pi(D/2)^2 = \pi(2/2)^2 = 3.1416\text{m}^2$$

$$G_{\max} = \frac{4\pi A_e}{\lambda_{\min}^2} = \frac{4\pi \times 3.1416}{0.0375^2} = 44.48\text{dB}$$

**3-4** 解：根据式(3-6)与圆形面积公式，有下式成立：

$$D = \frac{\lambda_0}{\pi\sqrt{\rho}} \sqrt{G}$$

由题意可知  $\lambda_0 = (3 \times 10^8 / 2 \times 10^9) = 0.15\text{m}$ ，代入上式即可得到天线直径：

$$D = \frac{\lambda_0}{\pi\sqrt{\rho}} \sqrt{G} = \frac{0.15 \times \sqrt{1000}}{\pi} = 1.51\text{m}$$

理想点源天线在 55km 的功率通量密度为

$$\hat{p}_0 = \frac{P_0}{4\pi R^2} = \frac{1.5 \times 10^6}{4\pi(55 \times 10^3)^2} = 39.45\mu\text{W}/\text{m}^2$$

根据式(3-3)可以得到此天线在相同位置的功率通量密度为

$$\hat{p}_t = \hat{p}_0 G = \frac{(1.5 \times 10^6) \times 10^3}{4\pi(55 \times 10^3)^2} = 39.45\text{mW}/\text{m}^2$$

**3-5** 解：简单脉冲信号为

$$x(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq \tau \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

根据式(3-37)可知匹配滤波器冲击响应为

$$h(t) = x^*(T_M - t) = \begin{cases} 1, & T_M - \tau \leq t \leq T_M \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

为满足因果关系，应有  $T_M \leq \tau$ 。进行卷积运算，可分不同情况进行讨论：

$$y(t) = \begin{cases} 0, & t < T_M - \tau \\ \int_0^{t-T_M+\tau} 1 ds, & T_M - \tau \leq t \leq T_M \\ \int_{t-T_M}^{\tau} 1 ds, & T_M \leq t \leq T_M + \tau \\ 0, & t > T_M + \tau \end{cases} = \begin{cases} t - (T_M - \tau), & T_M - \tau \leq t \leq T_M \\ (T_M + \tau) - t, & T_M \leq t \leq T_M + \tau \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

因此输出对应了宽度为  $2\tau$  的三角函数,最大值为  $\tau$ 。

匹配滤波器输出噪声功率为

$$n = \frac{\sigma_w^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\Omega)|^2 d\Omega = \sigma_w^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)|^2 dt = \sigma_w^2 \tau$$

输出信噪比为

$$\text{SNR} = \frac{|\tau|^2}{\sigma_w^2 \tau} = \frac{\tau}{\sigma_w^2} = \frac{E}{\sigma_w^2}$$

**3-6 解:** 根据压缩比定义可求得 LFM 脉冲带宽:

$$B = \frac{300}{20 \times 10^{-6}} = 15 \text{MHz}$$

根据多普勒频率定义有

$$f_d = \frac{2vf_c}{c} = \frac{2 \times 100 \times 3 \times 10^9}{3 \times 10^8} = 2000 \text{Hz}$$

那么,根据式(3-63)可知峰值时刻为

$$t_{\text{peak}} = t_0 + \tau - \frac{f_d}{K} = \frac{2R}{c} + \tau - \frac{f_d \tau}{B}$$

故而可以计算出距离为

$$R = c \left( t_{\text{peak}} - \frac{B - f_d \tau}{B} \right) / 2 = \frac{3 \times 10^8 \times \left( 100 \times 10^{-6} - \frac{15 \times 10^6 - 2000}{15 \times 10^6} \times 20 \times 10^{-6} \right)}{2}$$

$$= 12.0004 \text{km}$$

**3-7 解:** 根据式(3-88)可知

$$R_{\text{ua}} = \frac{\lambda c}{4v_1} = \frac{(3 \times 10^8 / 10^{10})(3 \times 10^8)}{4 \times 250} = 9 \text{km}$$

**3-8 解:** 盲速效应为不满足采样定理条件(多普勒频率低于脉冲重复频率一半),因此存在速度(多普勒频率)测量的多值性。其中盲速时的多普勒频率恰为脉冲重复频率的整数倍。

**3-9 解:** 根据盲速定义可知,当目标径向速度对应盲速时,雷达会将其回波认定为杂波,对应固定目标。

根据题干可知目标多普勒频率为

$$f_d = \frac{2v}{\lambda} \sin \alpha = \frac{2 \times 6000}{0.2} \sin \alpha$$

随着角度变化,多普勒频率从 0 逐渐增大至 30kHz, PRF 为 600Hz 时,将会出现  $30000/600=50$  个盲速点,对应角度满足

$$600 \times i = 60000 \sin \alpha_i$$

$$\alpha_i = \sin^{-1}(0.01 \times i), \quad i = 1, 2, \dots, 50$$

3-10 解: 目标距离  $R = \frac{\tau c}{2} = \frac{1000 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^8}{2} = 1.5 \times 10^5 \text{ m} = 150 \text{ km}$ ;

波长  $\lambda = \frac{3 \times 10^8}{3 \times 10^9} = 0.1 \text{ m}$ ; 多普勒频率  $f_d = (3000.01 - 3000) \text{ MHz} = 10 \text{ kHz}$

径向速度  $v_r = \frac{\lambda}{2} f_d = \frac{0.1}{2} \times 10^4 = 500 \text{ m/s}$ ; 线速度  $v = \frac{500}{\cos 60^\circ} = 1000 \text{ m/s}$

## 参考文献

- [1] 孙进平, 白霞, 王国华. 雷达波形设计与处理导论[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2022.
- [2] SLEPIAN D. Estimation of signal parameters in the presence of noise[J]. Transactions of the IRE professional group on information theory, 1954, 3(3): 68-89.
- [3] MANASSE R. Range and velocity accuracy from radar measurements [M]. Norwood, MA: Massachusetts Institute of Technology, Lincoln Laboratory, 1955.
- [4] MALLINCKRODT A J, SOLLENBERGER T E. Optimum pulse-time determination[J]. Transactions of the IRE professional group on information theory, 1954, 3(3): 151-159.
- [5] RIHACZEK A W. Principles of high-resolution radar[M]. Norwood, MA: Artech House, 1996.
- [6] HAO C, ORLANDO D, LIU J, et al. Advances in adaptive radar detection and range estimation[M]. Singapore: Springer, 2022.
- [7] EWELL G W. Radar transmitters[M]. New York: McGraw-Hill, 1981.
- [8] 左群声. 雷达系统导论[M]. 3版. 北京: 电子工业出版社, 2014.
- [9] 理查兹. 雷达信号处理基础[M]. 2版. 北京: 电子工业出版社, 2017.
- [10] 柯樱海, 甄贞, 李小娟. 遥感导论[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2019.
- [11] 戴永江. 激光雷达技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2010.
- [12] 徐祖帆, 王滋政. 机载激光雷达测量技术及工程应用实践[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2009.
- [13] 张国良, 曾静. 组合导航原理与技术[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2008.
- [14] 王永虹, 徐玮, 郝立平. STM32系列 ARM Cortex-M3 微控制器原理与实践[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2008.
- [15] 张小红. 机载激光雷达测量技术理论与方法[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2007.
- [16] 松井邦彦. 传感器应用技巧 141 例[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [17] 李适民, 黄维玲. 激光器件原理与设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005.
- [18] ERICB. 信号完整性分析[M]. 李玉山, 李丽平, 译. 北京: 电子工业出版社, 2005.
- [19] 费业泰. 误差理论与数据处理[M]. 北京: 机械工业出版社, 2004.
- [20] 潘君骅. 光学非球面的设计、加工与检验[M]. 苏州: 苏州大学出版社, 2004.
- [21] 徐阳, 等. 蓝绿激光雷达海洋探测[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.
- [22] 李树楷, 薛永祺. 高效三维遥感集成技术系统[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [23] 王本谦, 熊辉丰. 激光雷达[M]. 北京: 宇航出版社, 1994.
- [24] 申铨国, 张铁强. 光电子学[M]. 北京: 兵器工业出版社, 1994.
- [25] SCHREIBER P. The cauchy-bunyakovsky-schwarz inequality[J]. Hermann Graßmann (Lieschow, 1994), 1994: 64-70.
- [26] LEVANON N. Radar principles[M]. New York: Wiley, 1988.
- [27] SCHLEHER D C. MTI and pulsed doppler radar with MATLAB[M]. Norwood, MA: Artech House, 2010.