



“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材



浙江省“十四五”普通高等教育本科规划教材

图学原理 与工程制图 教程

第3版

主编◎孙毅 李毅

副主编◎毛亚郎 叶伟伟 张杰

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书结合现代设计技术、计算机信息技术与 AI 数智教学的发展趋势,在保持“工程图学”课程知识体系完整的前提下,从有利于学生形象思维培养的新工科能力提升出发,引入了图元构形的理论概念,在内容中将计算机建模方法与图学原理的形象思维相结合,在方式上与线上智慧课程相结合,AI 赋能“教”与“学”的过程,将纸质教材与视频、MOOC、电子模型等新业态资源与 AI 赋能教学过程的问题图谱、知识图谱、能力图谱相融合,适用于系统性学习与拓展性学习的结合。本书机械制图部分采用了最新的国家标准。

全书共分为 8 章,根据《高等院校工程图学课程教学基本要求》,主要内容包括:制图标准与绘图技能,点、直线、平面的投影,立体的投影,图元识读与组合体构形,机件常用的表达方法,标准件与常用件,零件图,装配图。与本书配套的《图学原理与工程制图教程习题集》(第 3 版)已同步出版。

本书可供高等院校机械工程(或近机类)各专业的师生使用,适用于“卓越工程师”培养计划,也可供有关工程技术人员参考。

版权所有,侵权必究。举报:010-62782989, beiqinquan@tup.tsinghua.edu.cn。

图书在版编目(CIP)数据

图学原理与工程制图教程 / 孙毅, 李毅主编. -- 3 版. -- 北京: 清华大学出版社,
2026. 9. -- ISBN 978-7-302-72830-6

I. TB23; TH126

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2026XH8968 号

责任编辑: 苗庆波

封面设计: 傅瑞学

责任校对: 王淑云

责任印制: 刘海龙

出版发行: 清华大学出版社

网 址: <https://www.tup.com.cn>, <https://www.wqxuetang.com>

地 址: 北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编: 100084

社 总 机: 010-83470000

邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者: 三河市君旺印务有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 185mm×260mm

印 张: 19.75

字 数: 481 千字

版 次: 2012 年 6 月第 1 版

2026 年 9 月第 3 版

印 次: 2026 年 9 月第 1 次印刷

定 价: 68.00 元

产品编号: 107277-01

前言

FOREWORD

自本教材于 2012 年首版以来,伴随着虚拟现实(VR)等新兴信息技术和人工智能技术的快速发展,对“工程图学”课程的教学目标、教学手段与教学方法均提出了新的要求。2020 年再版时曾将新形态引入本教材,将电子模型通过增强现实(AR)技术立体地呈现在学生面前,为学生空间想象能力的培养打开了一扇方便之窗。经过 6 年多的使用,新工科人才培养模式与 AI 技术又有井喷式发展,AI 赋能教与学不再只是一个愿景,时代将其真实地推动到了我们的面前:如何利用 AI 技术,使学生获取知识更加便捷,知识拓展更加系统有纲,而不是仅仅获取碎片化的知识片段。使教师围绕课程培养目标的教学资源不再生硬、呆板,而是更加生动、更加吸引学生。

聚焦新工科背景下“金课”建设,深度整合人工智能、大数据等智能技术,教材为支撑混合式教学设计和动态生成性资源,努力推进个性化学习与教学创新的新型课程模式改革,并在知识、能力、实践与创新思维等方面更强调深度融合培养;适当地摆脱了工程图学就是“图样”的藩篱,增强“图”的构形与设计等创新思维能力培养的属性与基础课属性。将“图”与“形”之间的关系更进一步厘清,并适度融合。在强调“图”的工程交流媒介特性的同时,充分利用 AI 资源培养学生的思维力和工程力。在课程体系与教学内容等诸多方面均适应现代工程创新型人才培养需求。不断强化工程实践能力、工程设计能力与工程创新能力,重构课程体系与教学内容,补充了 AI 元素,建议与线上智慧课程和线上电子资源融合学习,激发自主学习,为学生毕业以及将来从事相关设计、研发工作奠定基础。

本教材及其配套的国家首批一流线上课程“工程图学”(中国大学 MOOC)是“工程图学”课程教学团队几十年课程建设的结晶。本教材建设了丰富的数字资源,配套线上智慧课程可依据学生个性化学习特点开展学情分析,实现相关知识点学习资源的精准推送,适用于教师在混合式教学中,将关注点从“授课知识的正确”转向“学习者是否能够准确地掌握与理解”。为此,针对部分课程的知识难点给出了“AI 助学”,给出了助力要点,学习者可利用 AI 资源拓展知识点的来龙去脉,更好、更系统性地学习与掌握知识点内容。在前版“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材的基础上,本教材保持了课程核心知识点基本要求与能力要求的同时,按照新工科人才需求补充了部分核心知识点的内容,结合新兴技术范式下的课程教学探索,采用 AI 融合新形态教材模式,将教材内容以新形态方式呈现,更有利

于学生线上学习与自主学习。

本教材适用于机械工程及自动化、机器人工程、电气自动化、工业设计、工业工程、过程控制以及化工、材料、生物工程、制药工程等工科专业的师生使用,也可供以上专业的继续教育课程的师生和卓越工程师使用,还可供相关工程技术人员参考。感谢“十四五”普通高等教育本科国家级规划教材、浙江省“十四五”普通高等教育本科规划教材、浙江省“四新”教材的支持。感谢上海秘塔网络科技有限公司为本书的 AI 资源生成给予的技术支持。

本次改版由孙毅、李毅担任主编,毛亚郎、叶伟伟、张杰担任副主编,进行了 AI 资源编制、电子资源建设。保留了第2版作者李俊源、舒欣老师的很多编著内容,由于编者学术水平限制,难免存在疏漏和不足,敬请指正。(邮箱:sunyi@zjut.edu.cn)

编 者

2026 年 5 月



第2版前言



第1版前言

目 录

CONTENTS

绪论	1
第 1 章 制图标准与绘图技能	3
1.1 制图国家标准一般规定	3
1.1.1 图纸幅面和格式(GB/T 14689—2008)	3
1.1.2 比例(GB/T 14690—1993)	5
1.1.3 字体(GB/T 14691—1993)	6
1.1.4 图线(GB/T 4457.4—2002,GB/T 17450—1998)	7
1.1.5 尺寸注法(GB/T 4458.4—2003)	9
1.2 绘图工具及其使用	13
1.3 常见几何作图方法	15
1.3.1 斜度与锥度	15
1.3.2 圆弧连接	17
1.4 平面图形的分析与画法	19
1.4.1 平面图形的尺寸分析	19
1.4.2 平面图形的线段分析	21
1.4.3 平面图形的作图步骤	21
1.4.4 绘图的基本方法和步骤	22
1.5 平面图形的计算机绘图方法	23
第 2 章 点、直线、平面的投影	24
2.1 投影法的基本知识	24
2.2 点的投影	25
2.2.1 点的三面投影及投影特性	25
2.2.2 两点的相对位置和重影点	27
2.2.3 特殊位置点的投影	29
2.3 直线的投影	30
2.3.1 直线的投影特性	30
2.3.2 直线上的点	33
2.3.3 两直线的相对位置	36

2.4	平面的投影	40
2.4.1	平面的投影特性	40
2.4.2	平面上的点和直线	43
2.5	直线与平面以及两平面间的相对位置	47
2.5.1	平行问题	47
2.5.2	相交问题	49
2.5.3	垂直问题	53
2.6	换面法	55
2.6.1	点的投影变换	56
2.6.2	换面法中的6个基本问题	58
2.6.3	换面法的应用	61
第3章 立体的投影		65
3.1	平面立体	65
3.1.1	棱柱	65
3.1.2	棱锥	67
3.2	曲面立体	69
3.2.1	圆柱体	69
3.2.2	圆锥体	71
3.2.3	圆球	72
3.3	平面与立体相交	73
3.3.1	平面与平面立体相交	74
3.3.2	平面与回转体相交	78
3.4	两回转体表面相交	92
3.4.1	相贯线产生形式	93
3.4.2	相贯线的变化	93
3.4.3	表面取点法作相贯线	94
3.4.4	辅助平面法作相贯线	96
3.4.5	相贯线的特殊情况	98
3.4.6	相贯线的简化画法	99
3.4.7	多个形体的相贯线	100
第4章 图元识读与组合体构形		103
4.1	三视图的形成与投影规律	103
4.2	形体的组合方式	104
4.2.1	形体组合域运算	104
4.2.2	组合体构形	105
4.2.3	形体分析及组合体画法	107
4.3	组合体的尺寸标注	109

4.3.1	基本形体的尺寸标注	110
4.3.2	截切、相贯形体的尺寸标注	110
4.3.3	组合体的尺寸标注方法	111
4.3.4	组合体尺寸标注的注意点	114
4.4	图元识析与组合体读图	114
4.4.1	形体空间构思方法	114
4.4.2	形体组合的视图图元特征	116
4.4.3	视图图元变化的规律	117
4.4.4	读图分析的基本方法	119
4.4.5	阅读视图分析步骤小结	126
4.5	计算机的三维形体建模	126
第5章	机件常用的表达方法	127
5.1	视图	127
5.1.1	基本视图	127
5.1.2	向视图	129
5.1.3	局部视图	129
5.1.4	斜视图	130
5.2	剖视图	131
5.2.1	剖视图的概念	131
5.2.2	剖面符号	132
5.2.3	剖视图标注及画法	133
5.2.4	剖视图的分类	134
5.3	剖切面的种类	140
5.4	剖视图的尺寸标注	144
5.5	断面图	144
5.5.1	移出断面图	145
5.5.2	重合断面图	146
5.6	局部放大图、简化画法及其他规定画法	147
5.6.1	局部放大图	147
5.6.2	简化画法及其他规定画法	148
5.7	表达方法综合举例	150
5.7.1	表达方法选用原则	150
5.7.2	综合运用举例	150
5.8	第三角投影法简介	155
5.8.1	空间的8个分角	155
5.8.2	第一角和第三角投影画法的识别符号	156

第6章 标准件与常用件	157
6.1 典型连接——螺纹	157
6.1.1 螺纹的形成、基本要素及结构	157
6.1.2 螺纹的分类	160
6.1.3 螺纹的规定画法	162
6.1.4 螺纹的标记方法	164
6.1.5 螺纹在图样中的标注方法	166
6.2 螺纹紧固件的标记及其画法	167
6.2.1 螺母	168
6.2.2 螺栓	170
6.2.3 双头螺柱	170
6.2.4 螺钉	171
6.2.5 垫圈	172
6.3 螺纹紧固件的连接画法	173
6.3.1 螺栓连接画法	173
6.3.2 双头螺柱连接画法	174
6.3.3 螺钉连接画法	176
6.4 典型轴毂连接——键及其连接画法	177
6.4.1 常用键连接画法	178
6.4.2 花键连接	180
6.5 销连接画法	181
6.5.1 圆柱销和圆锥销	182
6.5.2 开口销	182
6.6 常用件的功能结构概述	183
6.7 圆柱齿轮的画法	183
6.7.1 圆柱齿轮各部分的名称和几何尺寸计算	184
6.7.2 圆柱齿轮画法	185
6.8 直齿圆锥齿轮的画法	188
6.8.1 直齿圆锥齿轮的尺寸计算	188
6.8.2 直齿圆锥齿轮的画法	189
6.9 蜗杆、蜗轮的画法	190
6.10 滚动轴承	191
6.10.1 滚动轴承的基本代号	192
6.10.2 常用滚动轴承的画法	193
6.11 弹簧	194
6.11.1 圆柱螺旋压缩弹簧各部分的名称及尺寸计算	195
6.11.2 圆柱螺旋压缩弹簧的画法	196

第 7 章 零件图	198
7.1 零件与零件图	198
7.1.1 零件	198
7.1.2 零件图的作用与内容	199
7.2 零件的表达分析	201
7.2.1 零件的视图选择原则	201
7.2.2 四类典型零件的表达分析	203
7.3 零件图的尺寸标注	208
7.3.1 零件图中的尺寸种类	208
7.3.2 正确选择尺寸基准	210
7.3.3 标注尺寸的注意事项	212
7.3.4 零件上常见结构的尺寸标注	215
7.3.5 典型零件尺寸标注分析	216
7.4 零件图上的技术要求	219
7.4.1 表面结构的表示法	219
7.4.2 极限与配合	225
7.4.3 几何公差简介	230
7.5 零件图的工艺结构	233
7.5.1 铸造零件的工艺结构	233
7.5.2 机械加工工艺结构	236
7.6 读零件图	238
7.6.1 读零件图的方法与步骤	238
7.6.2 读图举例	239
7.7 零件测绘	241
7.7.1 零件测绘的方法与步骤	241
7.7.2 零件尺寸的测量方法	244
7.7.3 零件测绘的注意事项	245
第 8 章 装配图	247
8.1 装配图的作用与内容	247
8.1.1 装配图的作用	247
8.1.2 装配图的内容	249
8.2 装配图的表达分析	249
8.2.1 规定画法	249
8.2.2 特殊表达方法	251
8.3 装配图的尺寸标注与技术要求	254
8.3.1 装配图的尺寸标注	254
8.3.2 装配图上的技术要求	256

8.4	装配图中的零部件序号与明细栏	256
8.4.1	零部件序号的编排方法	256
8.4.2	明细栏	257
8.5	装配结构的合理性	258
8.6	拼画装配图	260
8.6.1	了解机器或部件的装配关系和工作原理	260
8.6.2	确定表达方案	260
8.6.3	画装配图	262
8.7	读装配图和拆画零件图	264
8.7.1	读装配图的方法与步骤	265
8.7.2	拆画零件图的方法与步骤	265
8.7.3	读图与拆图举例	266
参考文献		273
附录		274
附录 A	常用螺纹及螺纹紧固件	274
附录 B	常用键与销	284
附录 C	常用滚动轴承	290
附录 D	极限与配合	293

绪 论

1. 研究对象和目的

“工程图学”课程以工程图样为研究对象,内容包括:图学原理、机械制图、计算机辅助绘图与形体建模。图学原理以图元和正投影法为基础,学习空间几何体的平面图样表达方法,掌握在平面图样中解决空间几何问题的能力。同时在贯彻工程制图国家标准的基础上,培养学生绘制、阅读工程图样的能力。

本课程的目的包括:

- (1) 掌握正投影法的图学基本理论和工程制图的相关国家标准;
- (2) 培养使用正投影法用二维平面图形表达三维空间形体的能力;
- (3) 培养对空间形体的形象思维能力和创造性构形设计能力;
- (4) 培养仪器绘制、徒手绘制和阅读零件图和装配图的能力;
- (5) 培养使用绘图软件绘制工程图样及进行三维造型设计的能力。

2. 性质和任务

工程图样是采用一定的投影方法,准确地表达物体形状、大小及技术要求的平面图样,它是表达设计思想、制造要求及经验交流的技术文件,常被称为工程界的语言。从事工程专业技术的人员必须具备绘制和阅读工程图样的能力。

本课程理论严谨,实践性强,与工程实践有密切联系,对培养学生掌握科学思维方法,增强工程和创新意识有重要作用,是普通高等院校工科各专业重要的技术基础课程。

3. 学习方法

本课程在学习时应注意以下问题:

- (1) 必须掌握正投影的图学原理和基本的作图方法,并能灵活运用作图方法进行解题。
- (2) 考虑问题首先从 3D 空间到 2D 平面,然后由 2D 图样想象 3D 空间形体(实物→图样→实物)。
- (3) 了解机械制图相关国家标准。如图幅、比例、图线、视图、图样画法、尺寸注法等方面的基本规定,学会查阅有关标准和资料的方法,养成自觉地严格遵守制图国家标准有关规定的良好习惯。
- (4) 掌握机械零件表达方案的选择确定,零件图与装配图等工程图样的识读。

(5) 掌握利用计算机绘制工程图样的基本方法和步骤,能用三维 CAD 软件进行三维建模和创建零部件的三维模型。

通过本课程的学习,可以培养读者空间构思能力,提高绘制和阅读工程图样的能力;工程化应用能力的提高还有待后续专业知识的学习,通过生产实习、课程设计和毕业设计等环节,不断学习和积累相关知识与实践经验。

第1章 制图标准与绘图技能

工程图样是机械产品设计、加工、装配和检验的主要依据,是进行技术交流的一种语言工具。为完整、清晰、准确地绘制机械图样,必须有耐心细致和认真负责的工作态度,掌握正确的作图方法,遵守国家标准《机械制图》与《技术制图》中的各项规定。本章主要介绍国家标准中有关机械制图部分的规定,同时也对绘图工具使用、绘图方法与步骤、基本几何作图、徒手绘图及计算机绘图等内容作基本的介绍。

1.1 制图国家标准一般规定



AI 助学

国家标准《技术制图》是一项基础技术标准,对各类技术图样和有关技术文件等都有统一规定,国家标准《机械制图》是机械专业制图的标准,是绘制与使用图样的准绳,绘制机械图样时必须严格遵守有关规定。国家标准简称“国标”,用代号 GB 表示,如 GB/T 14689—2008,其中“T”为推荐性标准,“14689”是标准顺序号,“2008”是标准批准颁布的年份。

1.1.1 图纸幅面和格式(GB/T 14689—2008)

1. 图纸幅面

图纸幅面简称图幅,指由图纸的宽度和长度组成的图面,即图纸的有效范围,通常用细实线绘出。图样的绘制应优先采用表 1.1 所规定的基本幅面。必要时,允许以基本幅面的短边的整数倍加长幅面。

表 1.1 图纸幅面及图框格式尺寸

mm

幅面代号	A0	A1	A2	A3	A4
$B\times L$	841×1189	594×841	420×594	297×420	210×297
a	25				
c	10			5	
e	20		10		

2. 图框格式

图框指图纸上限定绘图区域的线框,即绘图的有效范围。在图纸上必须用粗实线画出图框,格式分为不留装订边(见图 1.1)和留有装订边(见图 1.2)两种,但同一产品的图样只

能采用其中一种格式。

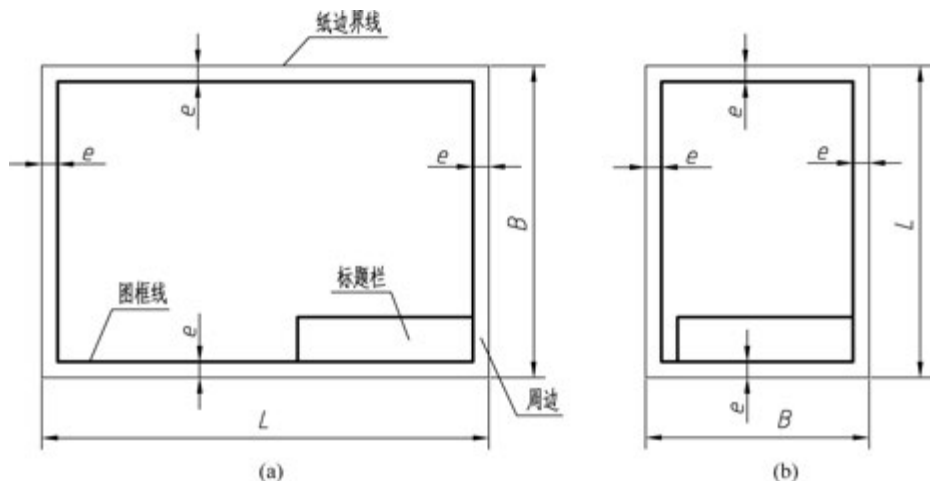


图 1.1 无装订边的图纸格式

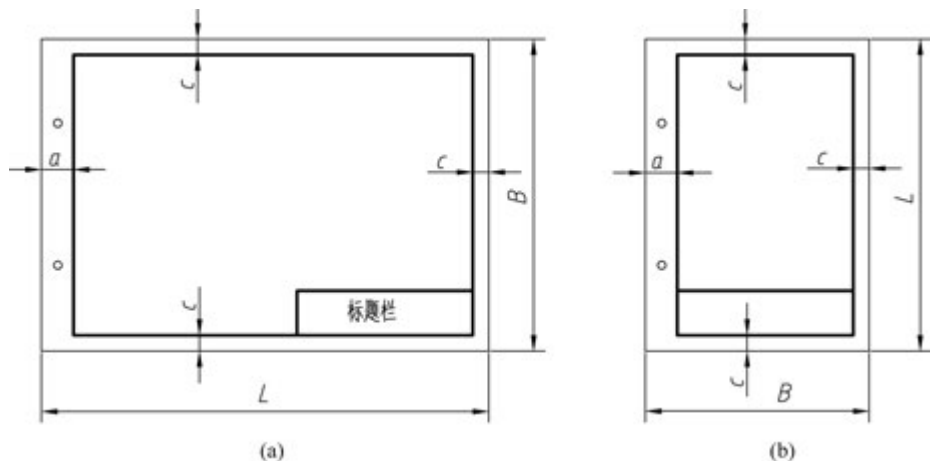


图 1.2 有装订边的图纸格式

3. 标题栏及明细栏

标题栏用来填写图样上的综合信息,标题栏中文字的方向为主要的看图方向。标题栏应位于图纸右下角,如图 1.1 和图 1.2 所示,标题栏的底边与下图框线重合,右边与右图框线重合。标题栏的基本要求、内容、尺寸和格式在国家标准 GB/T 10609.1—2008《技术制图 标题栏》中有详细规定。在装配图中必须有明细栏,一般放在标题栏上方,并与标题栏对齐,用于填写组成零件的序号、名称、材料、数量、标准件规格,以及零件热处理要求等内容,其基本要求、内容和格式在国家标准 GB/T 10609.2—2009《技术制图 明细栏》中有具体的规定。标准标题栏及明细栏样式如图 1.3 所示。

在学校的制图作业中,标题栏可以采用图 1.4 所示的简化形式。标题栏内校名、图样名称、图样代号、材料用 7 号字书写,其余都用 5 号字书写。

8		40				44				8	38				10	12	20
10	序号	代 号				名 称				数量	材 料				单件	总计	备 注
														质量			
	10	10	16	16	12	16	(材料标记)				(单位名称)						
标记	处数	分区	更改文件号	签名	年、月、日	4×6.5(=26)		12	12	(图样名称)							
设计	(签名)	(年月日)	标准化	(签名)	(年月日)	阶段标记		质量	比例								
						6.5				(图样代号)							
审核																	
工艺			批准			共 张		第 张		[9]							
	12	12	16	12	12	16	50										
180																	

图 1.3 标准标题栏及明细栏

15		35		19		15					
4×7.5(=30)	设计			(日期)				(材料)		(校 名)	
	校核										
	审核					比例				(图样名称)	
	班级			学号				共 张 第 张		(图样代号)	
		12						60			
180											

图 1.4 简化标题栏

1.1.2 比例(GB/T 14690—1993)

比例是指图中图形与实物相应要素的线性尺寸之比。为方便看图,建议尽可能按工程形体的实际大小画图。根据形状大小,合理采用缩小或放大比例。但绘制机件时无论采用何种比例,在标注尺寸时,仍应按机件的实际尺寸标注,与绘图的比例无关(见图 1.5)。

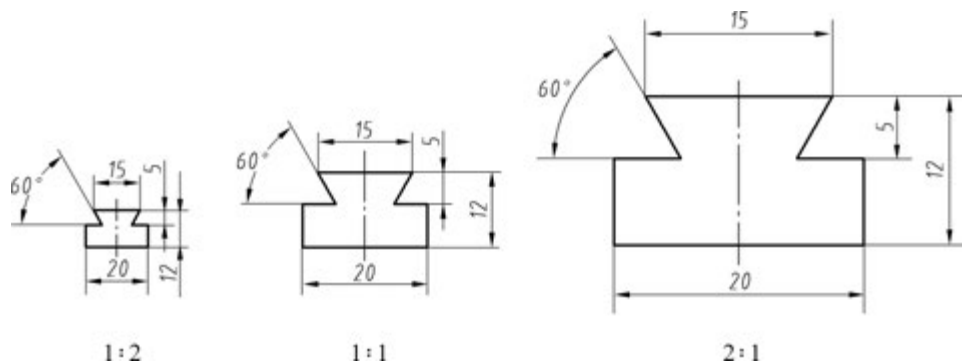


图 1.5 用不同比例绘制的图

绘图时,应从表 1.2 规定的系列中选取适当的比例,优先选用表中不带括号的比例。绘制同一机件的各个视图时,应尽可能采用相同的比例,并在标题栏的比例栏中填写。当某个视图必须采用不同比例时,可在该视图的上方另行标注。

表 1.2 图样的比例

原值比例	1 : 1								
缩小比例	(1 : 1.5)	1 : 2	(1 : 2.5)	(1 : 3)	(1 : 4)	1 : 5	(1 : 6)	1 : 1×10 ⁿ	(1 : 1.5×10 ⁿ)
	1 : 2×10 ⁿ (1 : 2.5×10 ⁿ) (1 : 3×10 ⁿ) (1 : 4×10 ⁿ) 1 : 5×10 ⁿ (1 : 6×10 ⁿ)								
放大比例	2 : 1		(2.5 : 1)		(4 : 1)		5 : 1		
	1×10 ⁿ : 1 2×10 ⁿ : 1 (2.5×10 ⁿ : 1) (4×10 ⁿ : 1) 5×10 ⁿ : 1								

注: n 为正整数。

1.1.3 字体(GB/T 14691—1993)

图样上除了用图形表达零件的结构形状,还必须用文字、数字及字母等来说明零件的大小、技术要求,并填写标题栏。在图样中书写的字体应做到:字体工整、笔画清楚、间隔均匀、排列整齐。字体的号数,即字体高度 h ,其公称尺寸系列为:1.8mm、2.5mm、3.5mm、5mm、7mm、10mm、14mm、20mm。其中汉字的高度 h 应不小于 3.5mm。

汉字应采用长仿宋体字且需是国家正式公布推行的简化字,其字宽一般为 $h/\sqrt{2}$ (约 0.7 h)。汉字示例如图 1.6 所示。

字体工整 笔画清楚 间隔均匀 排列整齐

横平竖直 结构均匀 注意起落 填满方格

技术制图机械电子汽车航空船舶

土木建筑矿山井坑港口纺织服装

图 1.6 长仿宋汉字示例

字母和数字分为 A 型和 B 型。A 型字体的笔画宽度为字高的 1/14, B 型字体的笔画宽度为字高的 1/10。在同一图样上只允许选用一种型式的字体。字母和数字可写成斜体或直体,但全图要保持统一。斜体字字头向右倾斜,与水平基准线成 75°。图 1.7 所示为 B 型斜体字母、数字和字体在图纸上的应用示例。

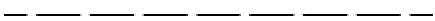
ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ
abcdefghijklmnopqrstuvwxyz
12345678910 I II III IV V VI VII VIII IX X
R3 2×45° M24-6H Φ60H7 Φ30g6
Φ20^{+0.021}₀ Φ25^{-0.007}_{-0.020} Q235 HT200

图 1.7 B 型斜体字母、数字及字体示例

1.1.4 图线(GB/T 4457.4—2002,GB/T 17450—1998)

在机械制图中常用的线型有**实线**、**虚线**、**点画线**、**双点画线**、**波浪线**、**双折线**等(见表 1.3)。在图样中不同线型表示不同语义,要注意使用场合,合理选择使用。

表 1.3 基本线型及应用

图线名称	图线型式	线宽	图线应用
粗实线		d	可见轮廓线、可见棱边线 相贯线 螺纹牙顶线及螺纹终止线 齿顶圆(线)
细实线		$d' = d/2$	尺寸线 尺寸界线 过渡线 剖面线 重合断面的轮廓线 螺纹牙底线 齿轮的齿根线 指引线和基准线 范围线
虚线	 (画 $12d'$, 间隔 $3d'$)		不可见轮廓线 不可见轮廓线
波浪线			断裂处边界线
双折线			视图和剖视图的分界线
细点画线	 (点 $0.5d'$, 画 $24d'$, 间隔 $3d'$)		轴线 对称中心线 分度圆(线)
细双点画线	 (点 $0.5d'$, 画 $24d'$, 间隔 $3d'$)	d	相邻辅助零件的轮廓线 可动零件的极限位置的轮廓线 轨迹线 剖切面前的结构轮廓线
粗点画线	 (点 $0.5d$, 画 $24d$, 间隔 $3d$)		限定范围表示线

图线的线宽 d 应根据图形的大小和复杂程度,在下列系列中选择: 0.18mm、0.25mm、0.35mm、0.5mm、0.7mm、1mm、1.4mm、2mm。

在图样中,图线一般只有两种宽度,分别为粗线和细线,其宽度之比为 2 : 1。在通常情况下,粗线的宽度采用 0.5mm、0.7mm,细线的宽度采用 0.25mm、0.35mm。

图 1.8 所示为图线的应用举例。零件的可见轮廓线用粗实线表达;不可见轮廓线用虚线表达;尺寸线、尺寸界线及剖面线等用细实线表达;断裂处的边界线及视图和剖视的分

界线用波浪线表达；对称中心线及轴线用细点画线表达；相邻辅助零件的轮廓线及极限位置的轮廓线用细双点画线表达。

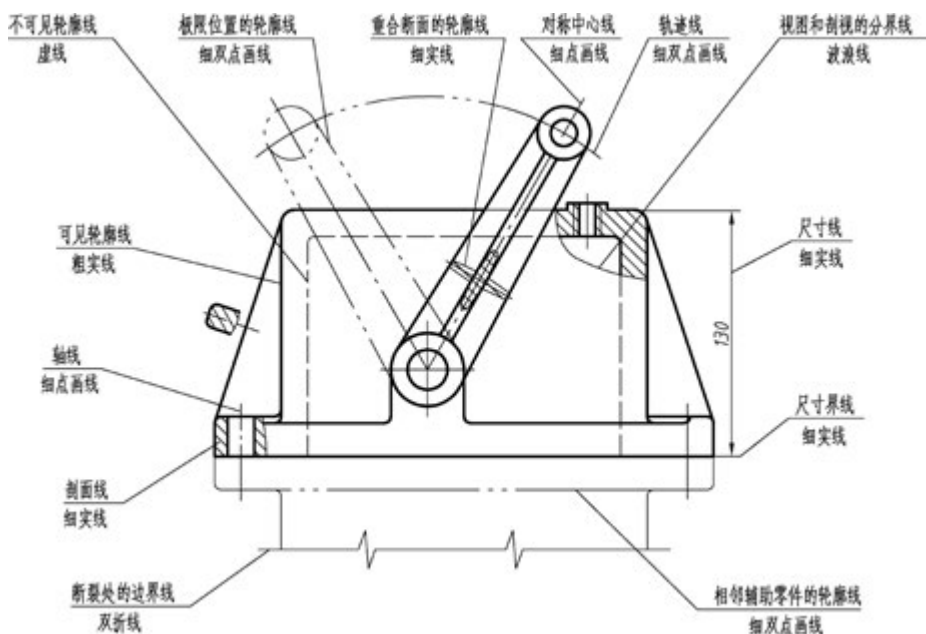


图 1.8 图线及其应用

在图线的绘制及应用中,应注意以下问题(见图 1.9):

(1) 同一图样中,同类图线的宽度应一致,虚线、点画线及双点画线的线段长度和间隔应各自大致相等。

(2) 绘制圆的对称中心线时,圆心应为线段的交点。点画线和双点画线的首末两端应是线段而不是点,且应超出图形外 2~5mm。在较小的图形上绘制点画线或双点画线有困难时,可用细实线代替。

(3) 虚线、点画线、双点画线与其他图线相交时,应该是线段相交。当虚线是粗实线的延长线时,在连接处应断开。

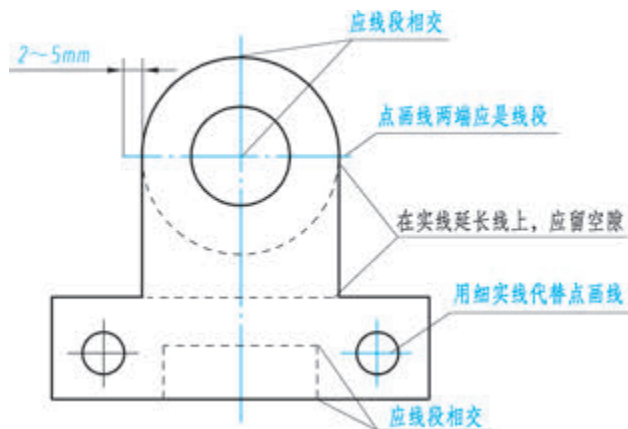


图 1.9 点画线与虚线的画法

1.1.5 尺寸注法(GB/T 4458.4—2003)

图样中所标注的尺寸应为机件的实际尺寸,并为该图样所示工件的最后完工尺寸。图样中(包括技术要求和其他说明)的尺寸以 mm(毫米)为单位时,不需标注单位符号(或名称),如采用其他单位时,则必须注明,如($^{\circ}$)(度)、cm(厘米)、m(米)等。机件的每一个尺寸,一般只标注一次,并应标注在反映该结构最清晰的图形上。

一个完整的尺寸由尺寸数字、尺寸线、尺寸界线和尺寸的终端(箭头或斜线)组成(见图 1.10)。

(1) 图样中的尺寸数字一般为 3.5 号字,并应按标准字体书写。尺寸数字要保证清晰,不可被任何图线通过,否则必须将图线断开。

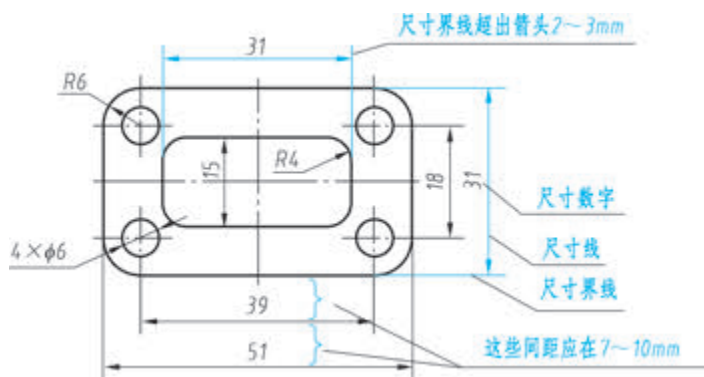


图 1.10 尺寸要素及标注

(2) 尺寸线和尺寸界线均用细实线绘制。尺寸界线应由图形的轮廓线、轴线或对称中心线处引出,也可利用轮廓线、轴线和对称中心线作尺寸界线,并超出尺寸线终端 2~3mm。尺寸线必须与所标注的线段平行,不能用其他图线代替,一般也不得与其他图线重合或画在其延长线上。同一图样中,尺寸线与轮廓线以及尺寸线与尺寸线之间的距离应大致相当,一般以不小于 5mm 为宜。尺寸线标注示例如图 1.11 所示。

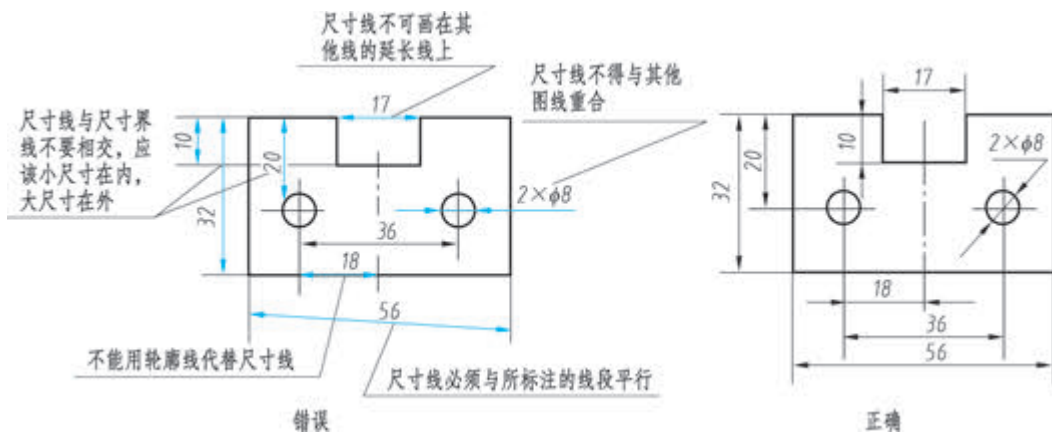


图 1.11 尺寸线标注示例

(3) 尺寸线的终端可以有两种形式(见图 1.12)。机械图样中尺寸线的终端一般采用箭头,其尖端应与尺寸界线接触,箭头长度不小于粗实线宽度的 6 倍。特殊情形下也可用 45°斜线,斜线的高度应与尺寸数字的高度相等。箭头应尽量画在尺寸界线的内侧。对于较小的尺寸,在没有足够的位置画箭头或注写数字时,也可将箭头或数字放在尺寸界线的外面。当遇到连续几个较小的尺寸时,允许用圆点或细斜线代替箭头,如图 1.13 所示。



图 1.12 尺寸线的终端

(a) 箭头; (b) 斜线

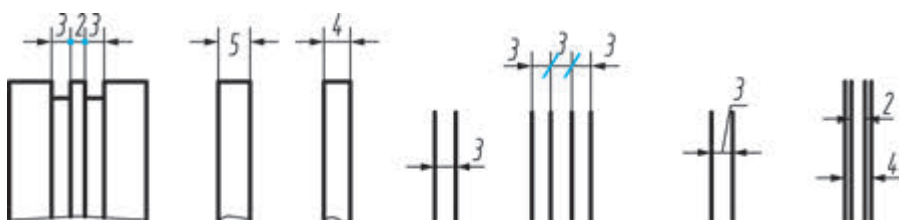


图 1.13 箭头与数字的调整

1. 线性尺寸的注法

线性尺寸的尺寸数字一般应注写在尺寸线的上方,但也允许注写在尺寸线的中断处。

尺寸数字的方向,一般应按图 1.14(a)所示的方向注写,倾斜尺寸的数字字头应有朝上的趋势,并尽可能避免在图示 30°范围内标注尺寸。当无法避免时,可按图 1.14(b)的形式标注。

标注线性尺寸时,尺寸线必须与所标注的线段平行。尺寸界线一般应与尺寸线垂直,必要时允许倾斜(见图 1.15)。

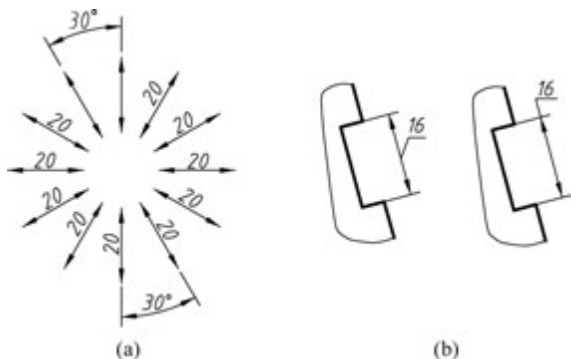


图 1.14 尺寸数字的方向

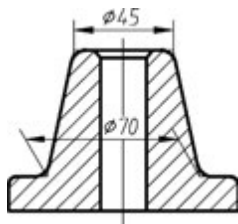


图 1.15 必要时尺寸界线允许倾斜

2. 圆直径和圆半径的注法

(1) 对于整圆或大于半圆的圆弧应标注直径。直径标注时,尺寸线应通过圆心,尺寸线

的两个终端应画成箭头,并在数字前加注符号 ϕ (见图1.16(a))。当图形中的圆只画出一半或略大于一半时,尺寸线应略超过圆心,并在尺寸线一端画出箭头(见图1.16(b))。

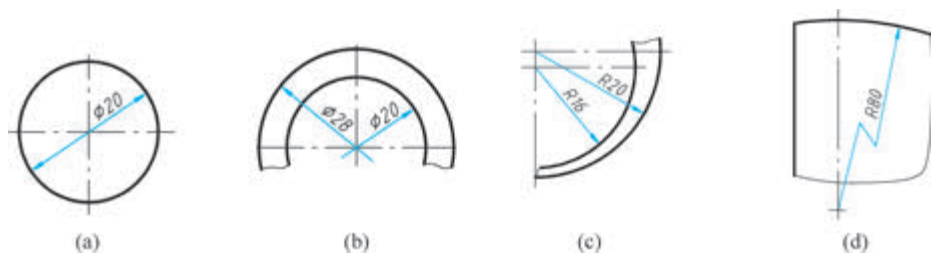


图 1.16 圆直径和圆半径的注法

(2) 对于小于或等于半圆的圆弧应标注半径 R 。标注圆弧的半径时,尺寸线一端一般应画到圆心,另一端画成箭头(见图1.16(c))。

(3) 大圆弧的半径过大,或在图纸范围内无法标出其圆心位置时,尺寸线可用折断方式表示(见图1.16(d))。

(4) 标注球面的直径和半径时,应在符号 ϕ 和 R 前加辅助符号 S (见图1.17(a)、(b))。但对于有些轴及手柄的端部等,在不致引起误解情况下,可省略符号 S (见图1.17(c))。

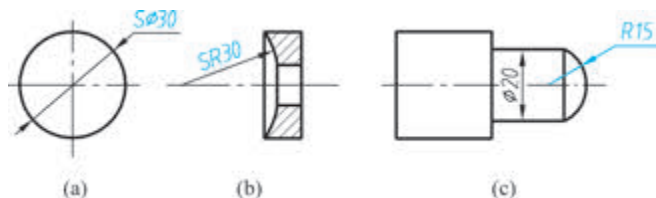


图 1.17 球面直径和半径的标注

(5) 在图形上直径较小的圆或圆弧,在没有足够的位置画箭头和注写尺寸数字时,可按图1.18所示的形式标注。标注小圆弧半径的尺寸线,无论是否画到圆心,其方向必须通过圆心。

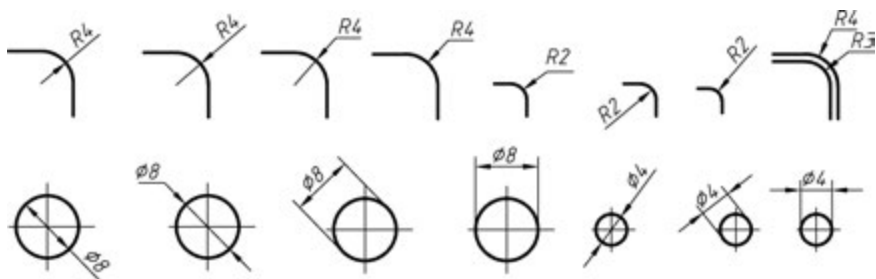


图 1.18 小圆或圆弧的标注

(6) 当几段圆弧位于同一圆周时,将这些圆弧假想地连接起来,若超过半圆,则标注直径,如图1.19所示的尺寸 $\phi 57$ 和 $\phi 32$ 。

3. 角度及其他尺寸标注

角度尺寸的标注如图1.20(a)所示。标注角度尺寸时要注意:

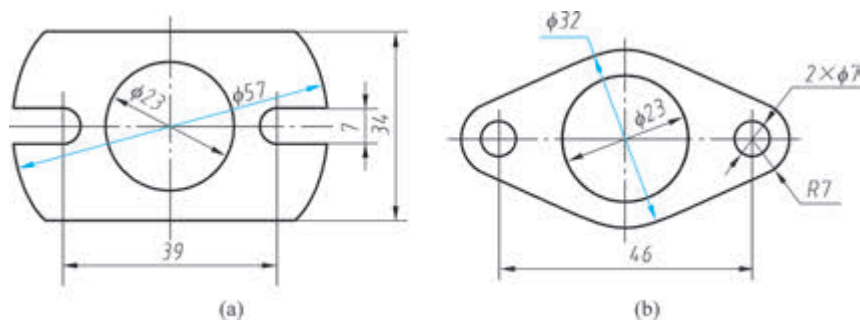


图 1.19 同一圆的多段圆弧的标注

(1) 尺寸线应画成圆弧,其圆心是该角的顶点,尺寸界线应沿径向引出。

(2) 角度的数字应一律写成水平方向,一般注写在尺寸线的中断处,必要时也可以注写在尺寸线的上方和外面,或引出标注。

其他尺寸,比如弦长和弧长尺寸的注法、对称尺寸的注法、板状机件厚度的注法分别如图 1.20(b)、(c)、(d)所示。

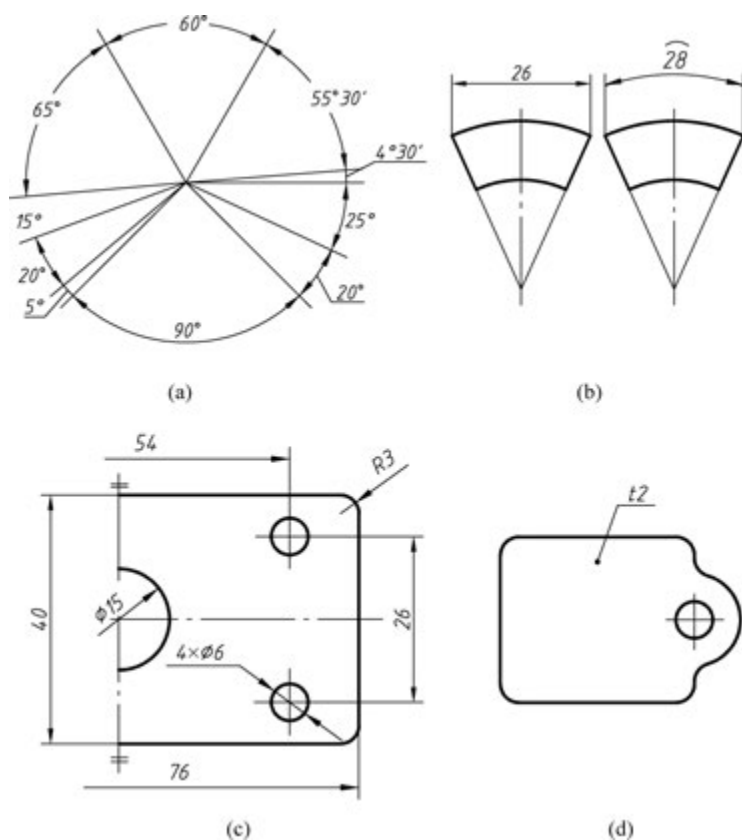


图 1.20 角度及其他尺寸的注法

(a) 角度的注法; (b) 弦长和弧长的注法; (c) 对称尺寸的注法; (d) 板状机件厚度的注法



AI 助学

1.2 绘图工具及其使用

为快速准确地绘制机械图样,必须了解并掌握绘图工具的正确使用方法。下面介绍常用的绘图工具及其正确使用方法。

1. 铅笔

常用的绘图铅笔有木杆铅笔和活动铅笔两种。铅芯的软硬程度分别用字母 B、H 前的数值表示。H 前的数字越大,铅芯越硬,画出来的图线就越淡;B 前的数字越大,铅芯越软,画出来的图线就越黑。绘图时通常用 H 或 2H 铅笔来画底稿;用 B 或 HB 铅笔来画粗实线;用 HB 铅笔来画细线和写字。由于圆规画圆时不使用力,因此圆规上使用的铅芯一般要比绘图铅笔要软一级。

在绘制工程图样时应使用专用的绘图铅笔,并根据线型的不同,选择不同型号的绘图铅笔。一般用于画粗实线铅笔的铅芯应磨成矩形断面,其余的磨成圆锥形,如图 1.21 所示。

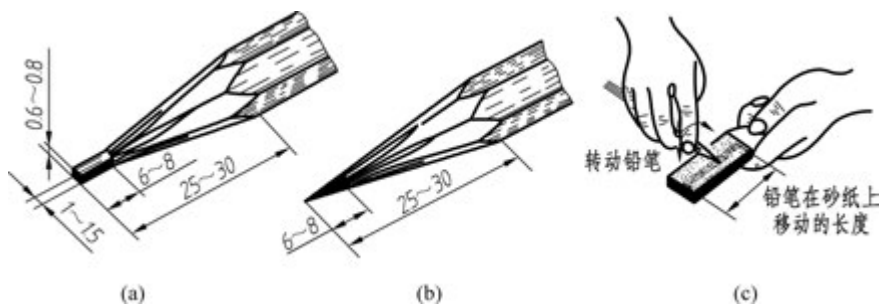


图 1.21 铅笔的削法

(a) 磨成矩形; (b) 磨成锥形; (c) 铅笔的磨法

画线时,铅笔在前后方向应与纸面垂直(见图 1.22(a)),也可略向尺外方向倾斜,铅笔与尺身之间应该没有空隙(见图 1.22(b)),而且向画线前进方向倾斜约 30° (见图 1.23)。画粗实线时,因用力较大,倾斜角度可小一些。画线时用力要均匀,匀速前进。

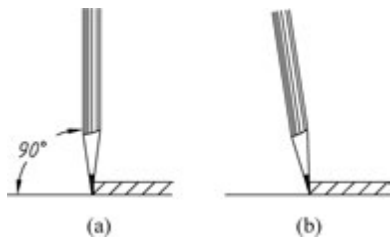


图 1.22 铅笔画线

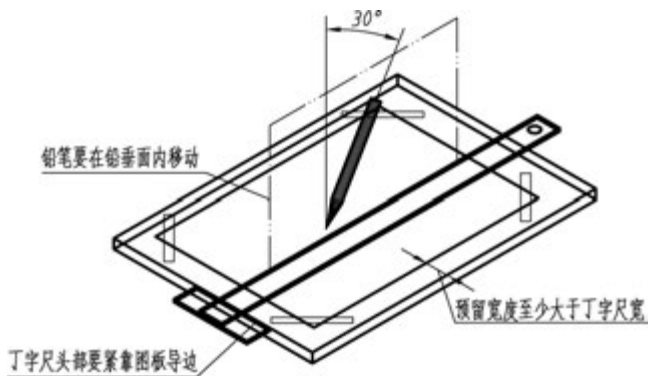


图 1.23 用丁字尺画水平线图



Video

2. 图板、丁字尺和三角板

图板表面必须平坦光滑。图板的左右短边为导边,必须平直。图板常用的规格有 A0、A1、A2 三种。绘图时,用胶带纸将图纸固定在图板的适当位置。为便于画图,图纸应尽量固定在图板的左下方,并保证图上的所有水平线与图框线平行。

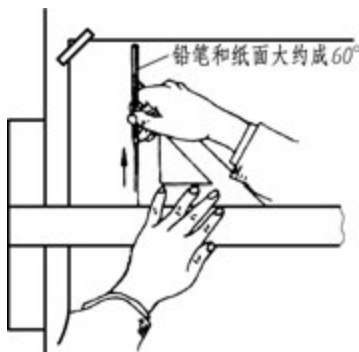


图 1.24 用丁字尺画垂直线

丁字尺是用来画水平线的。使用时左手握住尺头,使其紧靠图板的左侧导边作上下移动,右手执笔,沿丁字尺工作边自左向右画线。画线时,笔杆应稍向外倾斜,尽量使笔尖贴靠尺边,如图 1.23 所示。如画较长的水平线时,左手应按住丁字尺尺身。画垂直线时,手法如图 1.24 所示,自下往上画线。

三角板有 45° 和 $30^\circ(60^\circ)$ 两块,如图 1.25(a) 所示。

三角板配合丁字尺可画垂直线和 45° 、 30° 、 60° 、 75° 以及 15° 倍角的斜线如图 1.25(b) 所示。用两块三角板配合可画任意角度的平行线,如图 1.25(c) 所示。

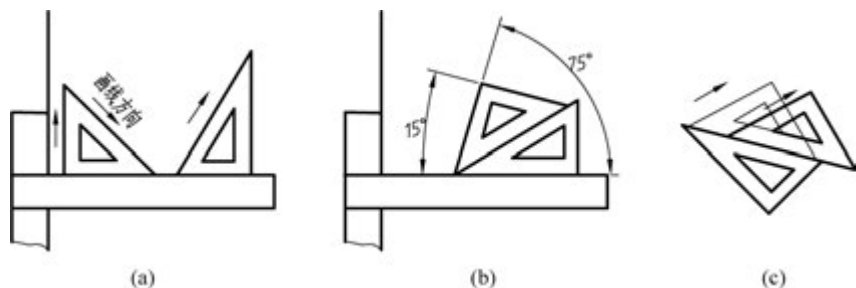


图 1.25 三角板的使用

3. 分规和圆规

分规是用来量取线段长度和分割线段的工具,分规使用时两针尖应平齐,如图 1.26 所示。

圆规用来画圆。在加深粗实线圆时,铅芯应磨成矩形;画细线圆时,铅芯应磨成铲形,如图 1.27 所示。画图时,应当匀速前进,并注意用力均匀。圆规所在的平面应稍向前进方向倾斜,如图 1.28 所示。

圆规针脚上的针应将带支承面的小针尖向下,以避免针尖插入图板过深,针尖的支承面应与铅芯对齐,如图 1.29(a) 所示。当画大直径的圆或加深时,圆规的针脚和铅笔脚均应保持与纸面垂直,如图 1.29(b) 所示。必要时,可用加长杆来扩大所画圆的半径,其用法如图 1.30 所示。

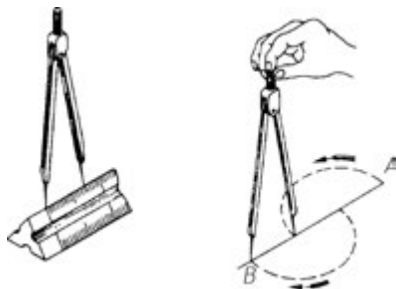


图 1.26 分规的用法



图 1.27 圆规的笔芯



图 1.28 画圆方法

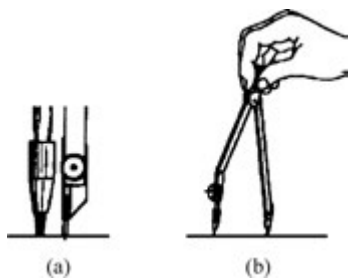


图 1.29 圆规针脚的用法

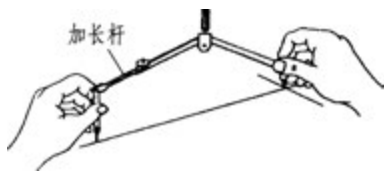


图 1.30 加长杆的用法

1.3 常见几何作图方法

零件的轮廓形状虽各不相同,但都是由各种基本的几何图形组成的。利用常用的绘图工具进行几何作图,是绘制各种平面图形的基础,也是绘制机械图样的基础。下面介绍一些常用的几何作图方法。

1.3.1 斜度与锥度

1. 斜度

斜度是指一直线(或平面)对另一直线(或平面)的倾斜程度,其大小用该两直线(或平面)间夹角的正切来表示,如图 1.31(a)所示,即斜度 $=\tan\alpha=H/L$ 。

通常在图样上都是将比例化成 $1:n$ 的形式加以标注,并在其前面加上斜度符号。斜度符号的画法如图 1.31(b)所示,图中尺寸 h 为尺寸数字的高度,符号的线宽为 $h/10$ 。标注斜度的方法如图 1.31(c)、(d)所示,应注意斜度符号的方向应与图中斜度的方向一致。

斜度的作图步骤如下:先按其他有关尺寸作出非倾斜部分的轮廓(见图 1.32(b)),再过点 A 作水平线,用分规任取一个单位长度 AB ,并使 $AC=5AB$,过点 C 作垂线,并取 $CD=AB$,连 AD 即完成该斜面的投影(见图 1.32(c))。

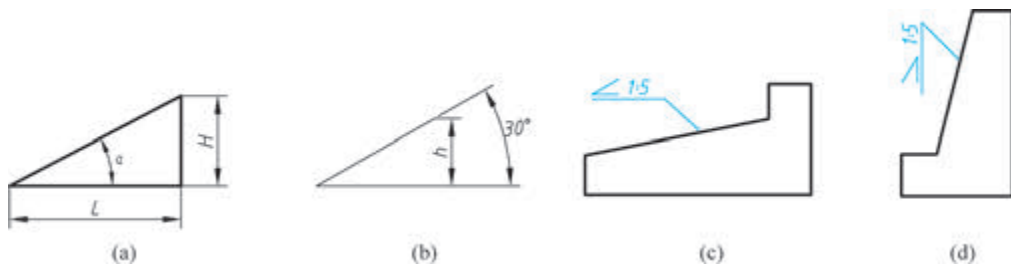


图 1.31 斜度的定义、符号及标注

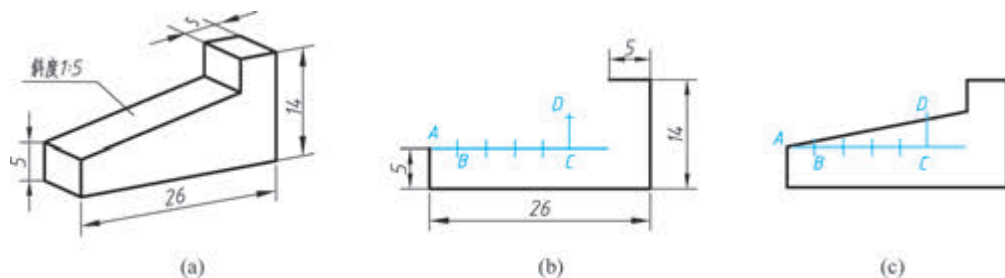


图 1.32 斜度的作法

2. 锥度

锥度是指圆锥的底面直径与高度之比。如果是锥台,则是底圆直径和顶圆直径的差与高度之比(见图 1.33(a)),即锥度 $=D/L=(D-d)/l=2\tan\alpha$ 。

通常锥度也化成 $1:n$ 形式标注,并在其前面加上锥度符号。锥度的符号如图 1.33(b)所示,图中尺寸 h 为尺寸数字的高度,符号的线宽为 $h/10$ 。标注锥度的方法如图 1.33(c)所示。锥度应从圆锥的外形轮廓线处引出进行标注,应注意锥度符号的方向应与锥度的方向一致。

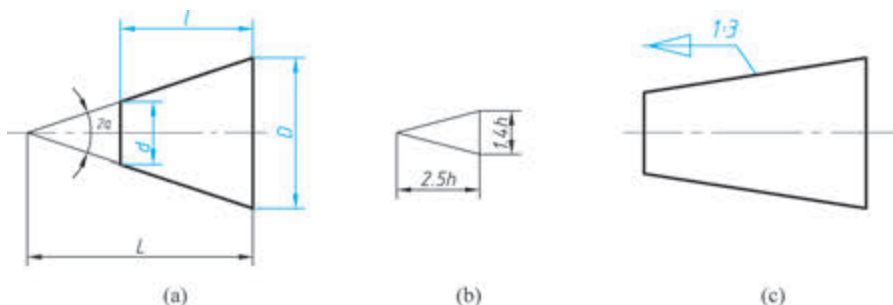


图 1.33 锥度的符号及标注法

图 1.34(a)所示圆台的锥度为 $1:3$ 。其锥度的作图步骤如下: 先根据圆台的尺寸 26 和 $\phi 18$ 作出 AO 和 FG 线, 过点 A 用分规任取一个单位长度 AB , 并使 $AC=3AB$ (见图 1.34(b)), 过点 C 作垂线, 并取 $DE=2CD=AB$, 连 AD 和 AE , 然后分别过点 F 和点 G 作 AD 和 AE 的平行线(见图 1.34(c)), 即完成该圆锥台的投影。

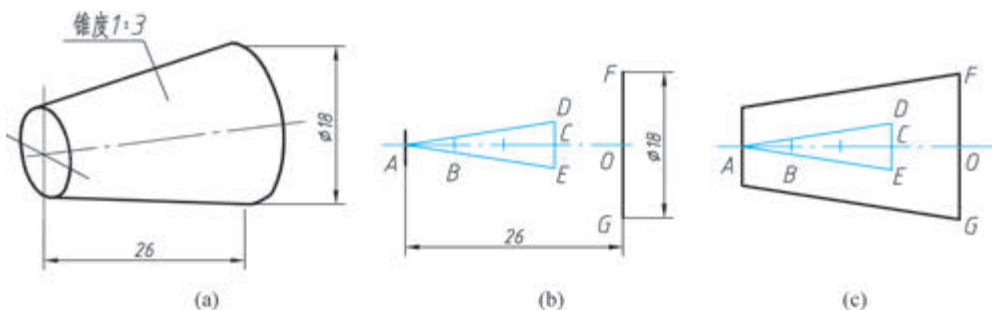


图 1.34 锥度及其作图法

1.3.2 圆弧连接



Video

绘图时,常需要将一条线(直线或圆弧)光滑地过渡连接到另一条线上。这种光滑过渡连接,即为线段的相切连接,其中包括直线与圆弧的相切连接、圆弧与圆弧的相切连接。工程图样中的大多数图形,是用已知半径的圆弧光滑地连接两已知线段(直线或圆弧)。其中起连接作用的圆弧称为连接弧。由于切点即为连接点,在圆弧连接作图时,必须根据连接弧的几何性质,准确求出连接弧的圆心和切点的位置。

1. 圆弧连接的基本原理

(1) 如图 1.35(a)所示,半径为 R 的连接圆弧与已知直线连接(相切)时,连接弧圆心 O 的轨迹是与直线相距为 R 且平行的直线;切点为连接弧圆心向已知直线所作垂线的垂足 K 。

(2) 如图 1.35(b)所示,半径为 R 的连接圆弧与已知圆弧(半径为 R_1)外切时,则连接圆弧圆心的轨迹是已知圆弧的同心圆弧,其半径为 $R_1 + R$;切点为两圆心的连线与已知圆的交点 K 。

(3) 如图 1.35(c)所示,半径为 R 的连接圆弧与已知圆弧(半径为 R_1)内切时,则连接圆弧圆心的轨迹是已知圆弧的同心圆弧,其半径为 $R_1 - R$;切点为两圆心的连线与已知圆的交点 K 。

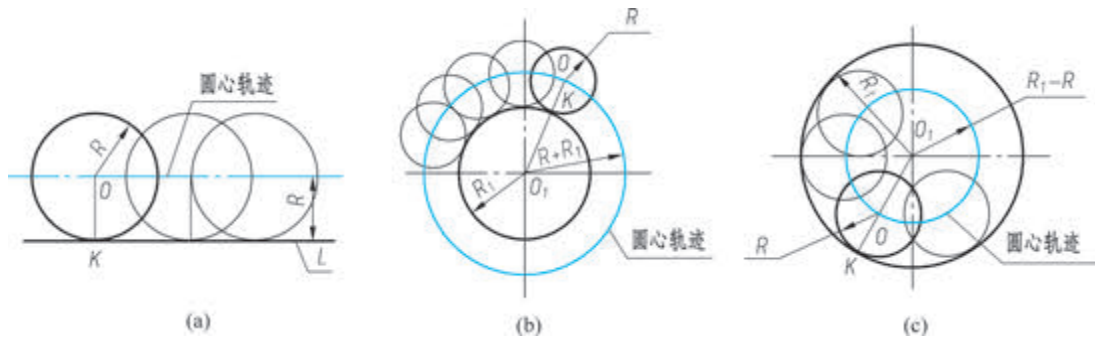


图 1.35 圆弧连接的作图原理

2. 用圆弧连接两已知直线

已知直线 AC 、 BC 及连接圆弧的半径 R (见图 1.36), 作连接圆弧的方法如下:

- (1) 求连接弧的圆心。作两辅助直线分别与 AC 及 BC 平行, 且距离都等于 R , 两辅助直线的交点 O 就是所求连接圆弧的圆心。
- (2) 求连接弧的切点。过点 O 分别向两已知直线作垂线, 得到垂足 M 、 N , 即为切点。
- (3) 作连接弧。以点 O 为圆心, R 为半径, M 与 N 为两端点作圆弧, 即完成圆弧的连接。

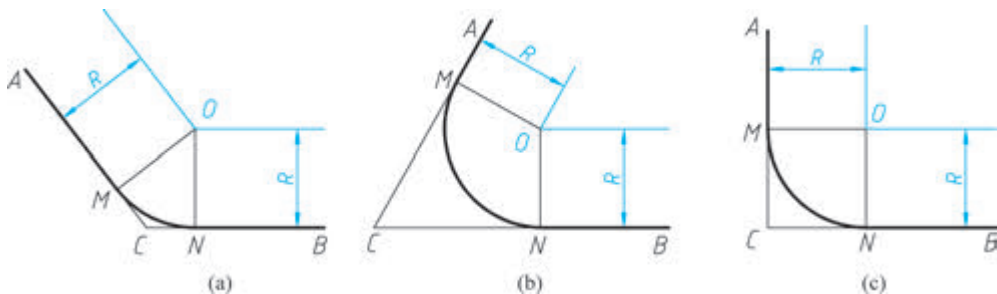


图 1.36 用圆弧连接两已知直线

3. 用半径为 R 的连接圆弧连接两已知圆弧

- (1) 与两已知圆弧外切时的画法 (见图 1.37)。因为半径为 R_{21} 的连接圆弧与两已知圆弧外切, 所以分别以 O_1 、 O_2 为圆心, $(21+8)$ 与 $(21+11)$ 为半径画弧, 交点 O 即为连接弧圆心。连 OO_1 、 OO_2 , 它们与已知弧的交点即为切点 (见图 1.37(b))。以 O 为圆心, 21 为半径在两切点间画弧即可 (见图 1.37(c))。

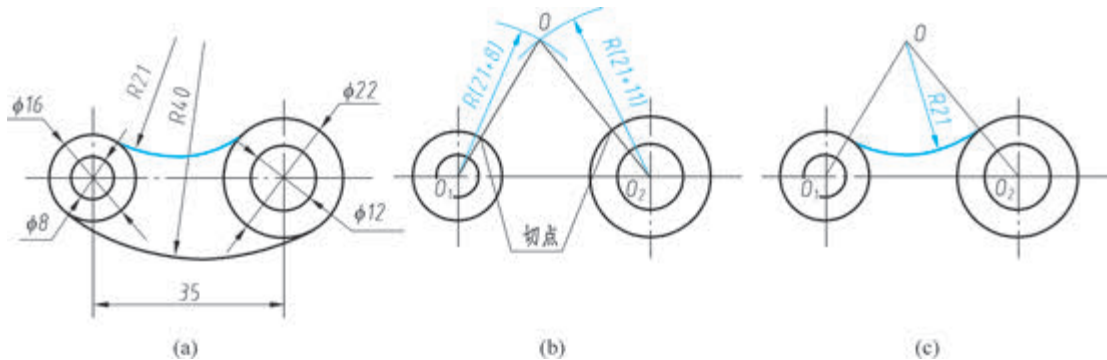


图 1.37 与两圆弧外切时的画法

- (2) 与两已知圆弧内切时的画法 (见图 1.38)。因半径为 R_{40} 的连接圆弧与两已知圆弧内切, 分别以 O_1 、 O_2 为圆心, $(40-8)$ 与 $(40-11)$ 为半径画弧, 交点 O 即为连接弧圆心。连 OO_1 、 OO_2 并延长, 它们与已知弧的交点为切点 (见图 1.38(b))。以 O 为圆心, 40 为半径在两切点间画弧即可 (见图 1.38(c))。

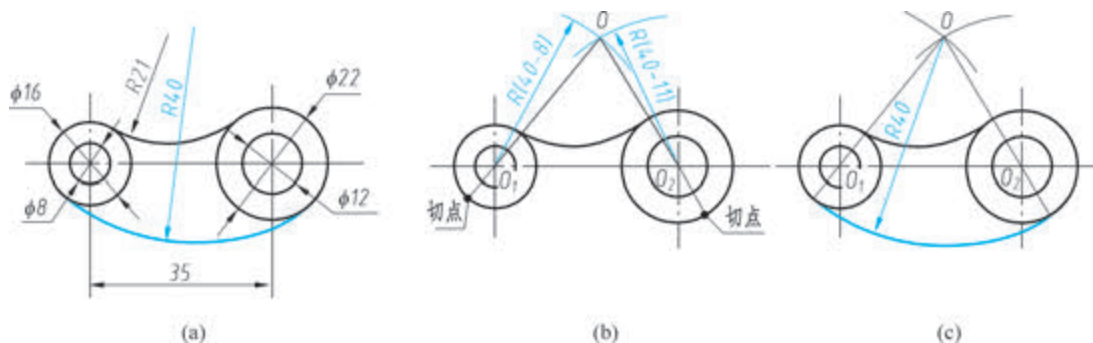


图 1.38 与两圆弧内切时的画法

(3) 一端外切、一端内切的圆弧连接画法(见图 1.39)。分别以 O_1 、 O_2 为圆心, $R-R_1$ 与 $R+R_2$ 为半径画弧, 交点 O 即为连接弧圆心。连 OO_1 、 OO_2 , 它们与已知弧的交点即为切点(见图 1.39(b))。以 O 为圆心, R 为半径在两切点间画弧即可(见图 1.39(c))。

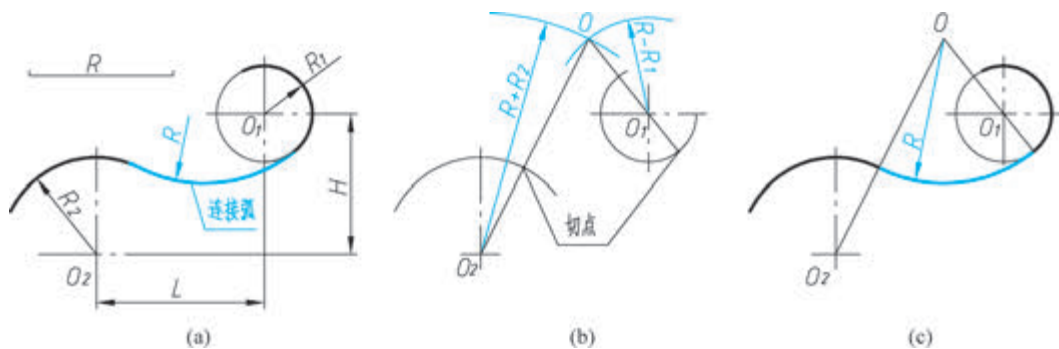


图 1.39 一端外切、一端内切时的圆弧连接画法

1.4 平面图形的分析与画法

1.4.1 平面图形的尺寸分析

1. 图形的组成

一幅图形包含以下三方面的信息。

- (1) 图元: 构成图形的几何元素, 如直线、圆、圆弧等。
- (2) 几何约束: 指图元间的几何关系, 如平行、垂直、相切、对称等。这类约束是图形中内蕴的方程求解来确定图样的唯一解。
- (3) 尺寸约束: 指图元的大小以及图元间的相对位置, 这类约束需要通过尺寸标注来实现。尺寸标注是图样中不可或缺的重要内容。

只有当图形中三类信息完备时, 图形表达的信息才是唯一的。

2. 平面图形的尺寸分类

平面图形上的尺寸按其作用,可分为定形尺寸和定位尺寸两类。

(1) **定形尺寸**。定形尺寸是指确定平面图形上几何元素形状大小的尺寸,如直线段的长度、圆弧的直径或半径、角度的大小等。图 1.40 所示为平面图形定形尺寸标注示例。

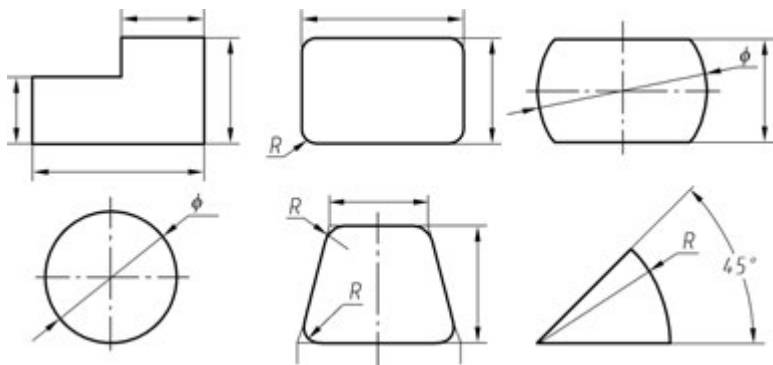


图 1.40 平面图形定形尺寸标注示例

(2) **定位尺寸**。定位尺寸是指确定平面图形上几何元素间相对位置的尺寸。图 1.41 所示为平面图形定位尺寸标注示例,其中图 1.41(e)和图 1.41(f)由于左右、上下对称,圆和方形有共同的对称中心,所以不需要标注定位尺寸。

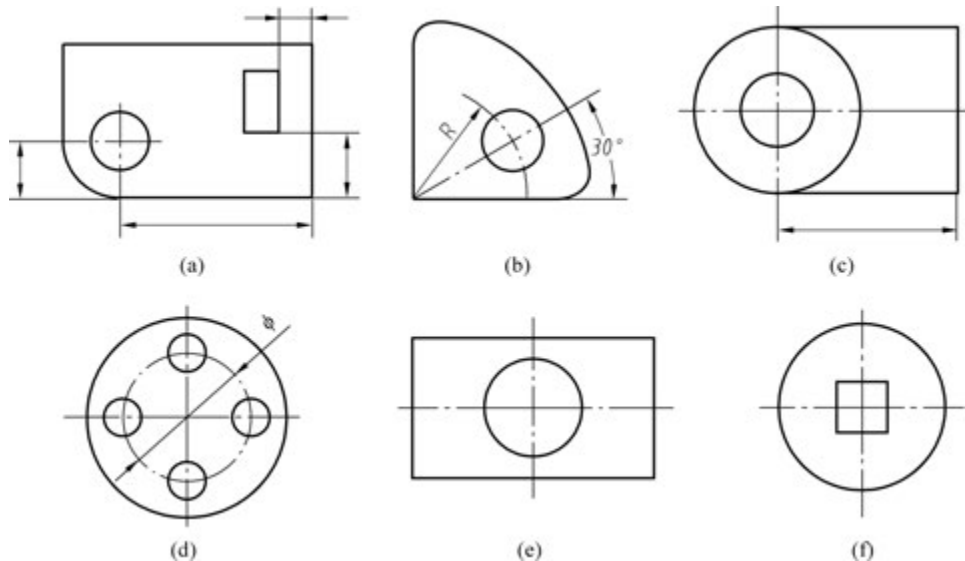


图 1.41 平面图形定位尺寸标注示例

(3) **尺寸基准**。尺寸基准就是定位尺寸标注的起始位置。对平面图形来说,对称图形的对称线、圆的中心线、图形的底线或边线等可以作为尺寸基准,如图 1.42 中的垂直与水平中心点画线。

1.4.2 平面图形的线段分析

平面图形中的线段(直线或圆弧)按已知尺寸的情况可分为已知线段、中间线段和连接线段。现以图 1.43 所示的起重钩图形为例进行分析。

(1) **已知线段**: 定形尺寸和定位尺寸齐全,能直接画出的线段。如图 1.42 中的线段 $\phi 23$ 、 $\phi 30$ 、 $\phi 40$ 和 $R48$ 。

(2) **中间线段**: 只有定形尺寸和一个定位尺寸,必须依靠其与一端相邻线段的连接关系才能画出的线段,如图 1.42 中的线段 $R23$ 、 $R40$ 。

(3) **连接线段**: 只有定形尺寸没有定位尺寸,必须依靠其与两端线段的两个连接关系才能确定画出的线段,如图 1.42 中的线段 $R4$ 、 $R60$ 、 $R42$ 。

中间线段及连接线段只有通过几何作图方法依托与已完成线段的连接关系才能作出。

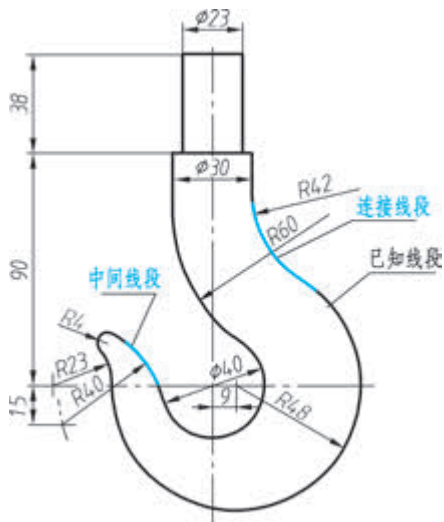


图 1.42 起重钩

1.4.3 平面图形的作图步骤

平面图形的作图步骤如下:

(1) 分析图形,根据所注尺寸确定哪些是已知线段,哪些是中间线段,哪些是连接线段。

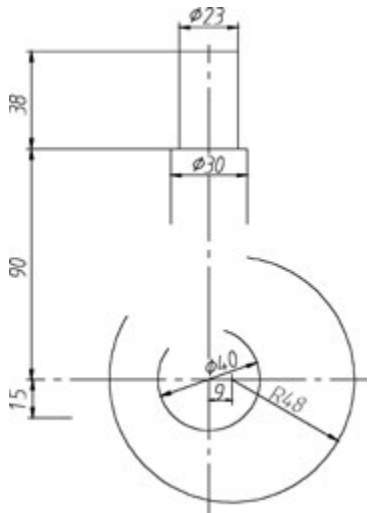
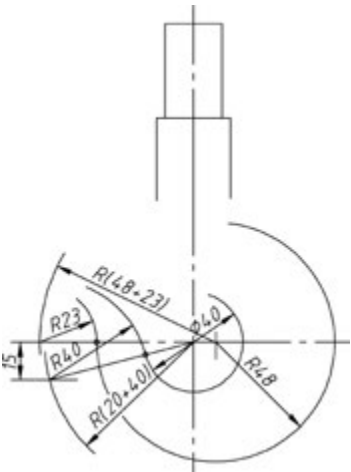
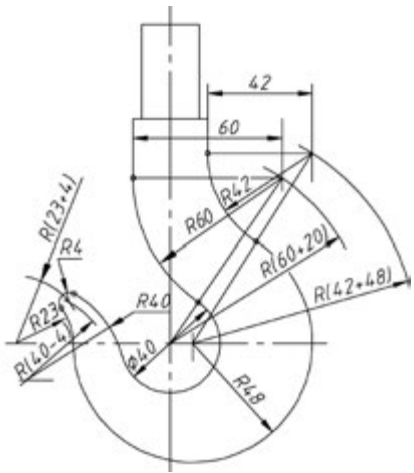
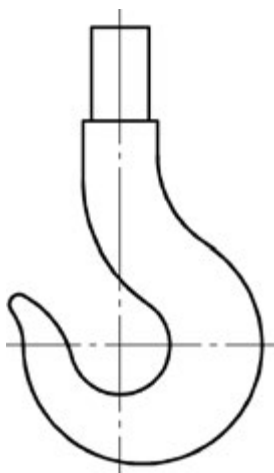
(2) 画基准线及各已知线段。

(3) 根据尺寸条件及连接方法画出各中间线段。

(4) 根据各种连接方法画出各连接线段。

由图 1.42 可知,起重钩的上端 $\phi 23$ 、 $\phi 30$ 及 38 和中间 $\phi 40$ 、 $R48$ 为已知线段; $R23$ 、 $R40$ 为中间线段; $R4$ 、 $R60$ 、 $R42$ 为连接线段。具体作图步骤见表 1.4。

表 1.4 起重钩的作图步骤

(1) 定出图形的基准线,画已知线段 	(2) 画中间线段 $R40$, 圆心与水平基准线相距 15, 与 $\phi 40$ 圆弧外切; 画中间线段 $R23$, 圆心落在水平基准线上, 与 $R48$ 圆弧外切 
(3) 画连接线段 $R4$, 注意它与 $R40$ 圆弧内切, 与 $R23$ 圆弧外切; 画连接线段 $R42$, 它与右侧的竖线相切, 与 $R48$ 圆弧外切; 画连接线段 $R60$, 它与左侧的竖线相切, 与 $\phi 40$ 圆弧外切 	(4) 擦去多余的作图线, 按线型要求加深图线, 完成全图 

1.4.4 绘图的基本方法和步骤

(1) 绘图前的准备工作。将铅笔按照绘制不同线型的要求削、磨好; 圆规的铅芯按同样要求磨好并调整好两脚的长度; 图板、丁字尺和三角板等用干净的布或软纸擦拭干净;

各种用具放在使用方便的位置。

(2) 确定图纸幅面。根据所绘图形的数量、大小和比例及图形分布情况,选择合适的图纸幅面。

(3) 固定图纸。丁字尺尺头紧靠图板左边,将图纸的水平边框与丁字尺的工作边对齐后,用胶纸条固定在图板上。

(4) 绘制图框及标题框。按表 1.1 及图 1.4 的要求画出图框及标题栏,注意不可急于将图框和标题栏中粗实线描黑,而应当留待与图形中的粗实线一次同时描黑,以免在绘图中弄脏图纸。

(5) 布图及绘制底稿。各图形在图纸上分布要均匀,图形间要留有标注尺寸的空间。然后按表达方案,先画出各图形的基准线,如中心线、对称线和物体主要端面(或底面)线,再画各图形的主要轮廓线,最后绘制细节,如小孔、槽和圆角等。

绘制底稿的要领可用“**轻、准、快**”三字概括。

轻: 绘制底稿时用 2H 铅笔,铅芯磨成锥形(见图 1.21(b)),圆规铅芯可用 H,画线要尽量细和轻淡以便于擦除和修改。

准: 尺寸要正确,连接要准确,投影要正确。

快: 注意提高绘图速度,点画线和虚线均可用极淡的细实线代替以提高绘图速度和描黑后的图线质量。

(6) 检查、修改和清理。检查底稿,修正错误。将绘制底稿时多余的作图线擦掉,将图面掸扫干净。

(7) 加深。将粗实线描粗、描黑;将细实线、点画线和虚线等描黑、成型。注意尽量在同一种线型加深完毕后再加深另一种线型。要注意线条的均匀和光滑,线型要符合国标中的规定。加深次序,先曲线后直线;自上而下,从左到右,先水平线,再垂直线,后斜线。

(8) 标注尺寸、书写其他文字、符号和填写标题栏。尺寸线、尺寸界线可先打底稿后再加深,箭头和尺寸数字要一次完成,不要先打底稿。

(9) 检查、修饰、整理。检查全图,如有错误和缺点,即行改正,并作必要的修饰。



AI 助学

1.5 平面图形的计算机绘图方法

现代信息技术为工程师提供了很多高效的计算机绘图软件,典型的如国外著名的 AutoCAD、SolidWorks、Inventor,以及国内的 CAXA、中望 CAD 等软件。本节以常用的 AutoCAD 软件功能介绍平面图形的绘制方法。为了更好地引导与使用软件操作,将以二维码电子文档的模式配合教学视频资源采用“Step by Step”的方式来呈现。



AutoCAD 的基本功能与平面
图形绘制数字化文件



AutoCAD 的基本功能与平面
图形绘制教学视频 1



AutoCAD 的基本功能与平面
图形绘制教学视频 2

第2章 点、直线、平面的投影

点、线、面是组成空间几何形体的最基本单元,投影法原理是工程图样的基础性理论。本章重点介绍点、直线、平面在多个投影面体系投影的形成原理与绘制方法。

2.1 投影法的基本知识

当灯光或日光照射物体,在地面或墙壁上就会出现物体的影子。基于这种自然现象,人们进行了科学的抽象,形成了投影法的概念。

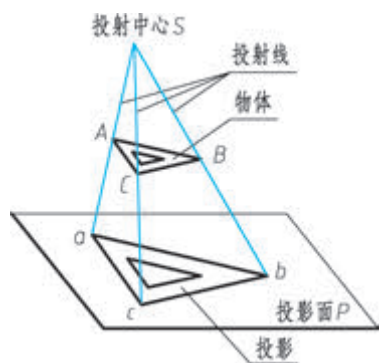


图 2.1 中心投影法

如图 2.1 所示,把光源 S 抽象为一点,称为投射中心。点 S 与物体上任一点的连线(如 SA 、 SB 、 SC)称为**投射线**。平面 P 称为**投影面**。延长 SA 、 SB 、 SC 与投影面 P 相交,其交点 a 、 b 、 c 称为点 A 、 B 、 C 在 P 面上的投影。 $\triangle abc$ 就是 $\triangle ABC$ 在投影面 P 上的投影。这种利用投射线在投影面上产生物体投影表达形体形状的方法称为**投影法**。

投影法可分为中心投影法和平行投影法两类。

1. 中心投影法

投射线汇交于一点的投影法称为中心投影法(见图 2.1)。由于中心投影图一般不反映物体各部分的真实形状和大小,且投影的大小随投射中心、物体和投影面之间的相对位置的变化而变化,度量性较差。但中心投影图立体感较强,故多用于绘制建筑物的透视图。

2. 平行投影法

当投射中心与投影面的距离为无穷远时,则投射线相互平行。这种投射线相互平行的投影法称为平行投影法,如图 2.2 所示。

平行投影法按投射线与投影面相对位置的不同,可分为斜投影法和正投影法两种。

(1) **斜投影法**。投射线与投影面相互倾斜的平行投影法称为斜投影法,其所得的投影称为斜投影图,如图 2.2(a)所示。

(2) **正投影法**。投射线与投影面相互垂直的平行投影法称为正投影法,其所得的投影称为正投影图,如图 2.2(b)所示。

正投影图的直观性虽不如中心投影图好,但由于正投影图能较好地表达物体的形状和大小,因此,工程图样主要用正投影法来绘制,通常将“正投影”简称为“投影”。

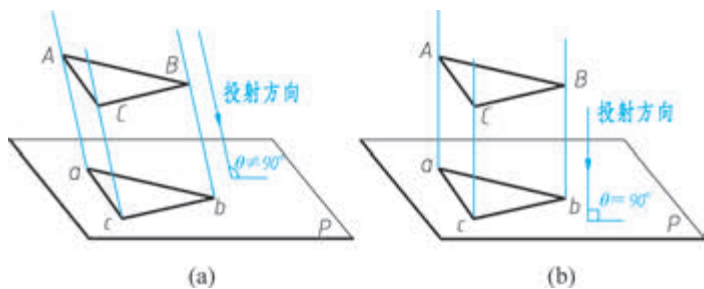


图 2.2 平行投影法

平行投影法的基本性质：

- (1) 同素性——点的投影是点,直线的投影一般仍是直线;
- (2) 从属性不变——空间直线上的点在投影面上的投影同样归属于直线的投影上;
- (3) 平行性不变——空间两条直线平行,则直线在投影面上的投影也相互平行;
- (4) 定比分割性——若点在直线上,则点分直线段长度之比等于其投影分直线段投影长度之比;
- (5) 相仿性——一般情况下,平面图形的投影都要发生变形,但投影形状总与原形相仿,即平面投影形状与原形的边数相同、平行线相同、凸凹形相同及边的直线或曲线性质不变。

2.2 点的投影

点是组成形体的基本几何元素,探究点的投影性质和规律是掌握其他几何要素投影的基础。如图 2.3(a)所示,过空间点 A 的投射射线(垂直于 P)与投影面 P 的交点即为点 A 在投影面上的投影 a 。

点的空间位置确定后,它在投影面上的投影是唯一确定的,反之,若只有点的一个投影 b (见图 2.3(b)),尚不能唯一确定空间点 B 的位置,因为投影所显示的平面信息缺失了第三维的信息。因此,在工程上常需采用多投影面体系来唯一确定空间点的位置。

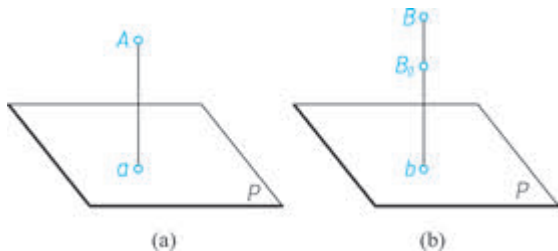


图 2.3 点的单面正投影

2.2.1 点的三面投影及投影特性

1. 三投影面体系的建立

图 2.4 所示为空间三个两两互相垂直的投影面。处于正面直立位置的投影面称为正投



Video

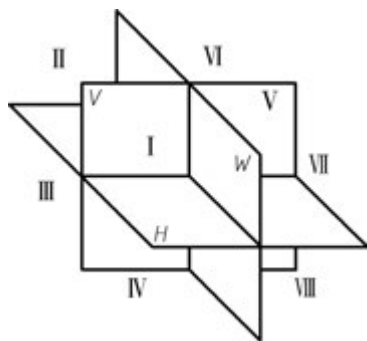


图 2.4 三面投影面体系的建立

影面,用大写字母 V 表示,简称正面或 V 面;处于水平位置的投影面称为**水平投影面**,用大写字母 H 表示,简称水平面或 H 面;与正面和水平面都垂直的处于侧立位置的投影面称为**侧投影面**,用大写字母 W 表示,简称侧面或 W 面。

H 、 V 、 W 面组成一个三投影面体系。两两垂直的三个投影面之间的交线称为**投影轴**,分别用 OX 、 OY 、 OZ 表示。

V 面、 H 面和 W 面将空间分成八个区域,分别称为 I、II、III、IV、V、VI、VII、VIII 等八个分角(见图 2.4)。将物体置于第一分角内得到的正投影的方法称为**第一角画法**。将物体置于第三分角内得到的正投影的方法称为**第三角画法**。我国制图标准规定工程图样采用第一角画法。

2. 点的三面投影的形成

如图 2.5(a)所示,将空间点 A 分别向 V 、 H 、 W 投影面投射,其正面投影用 a' 表示,水平投影用 a 表示,侧面投影用 a'' 表示。这里规定以**大写字母表示空间点,其投影点用对应的小写字母表示**。其中正面投影加上标“'”,如 a' 、 b' 等,侧面投影加注上标“''”,如 a'' 、 b'' 等。

为了使点的投影画在同一图面上,规定 V 面不动,将 H 面绕 OX 轴向下旋转 90° ,将 W 面绕 OZ 轴向右旋转 90° ,使 H 、 V 、 W 三个面共面。其中 OY 轴随 H 面往下旋转后,以 Y_H 表示;随 W 面向右旋转后,以 Y_W 表示,如图 2.5(b)所示。因投影面是无界的,画图时,不必画出投影面的边框,如图 2.5(c)所示。

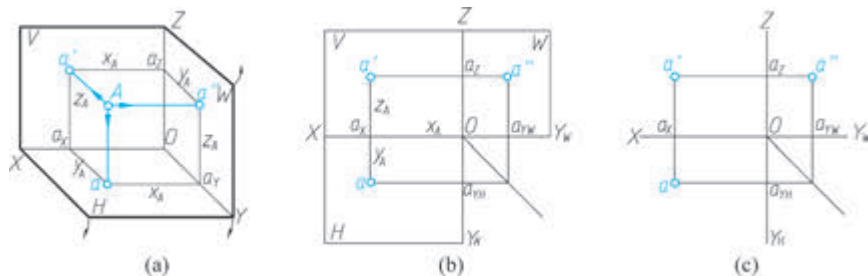


图 2.5 点的三面投影

3. 点的三面投影特性和直角坐标

由图 2.5 可知,点的三面投影具有如下特性:

- (1) 点的正面投影与水平投影的连线垂直于 OX 轴,即 $a'a \perp OX$;
- (2) 点的正面投影与侧面投影的连线垂直于 OZ 轴,即 $a'a'' \perp OZ$;
- (3) 点的水平投影到 OX 轴的距离等于点的侧面投影到 OZ 轴的距离,即 $aa_x = a''a_z$ 。

在三投影面体系中,三根投影轴可以构成一个空间直角坐标系,空间点 A 的位置可以用三个坐标值(x_A 、 y_A 、 z_A)表示,则点的投影与坐标有下述关系:

$$x_A = a_z \quad a' = a_{yH} \quad a = a'' \quad A(\text{点到 } W \text{ 面的距离});$$

$y_A = a_X a = a_Z a'' = a'A$ (点到 V 面的距离);

$z_A = a_X a' = a_{YW} a'' = aA$ (点到 H 面的距离)。

由点的投影特性及点的投影和坐标的关系可知,点的每个投影均反映该点的某两个坐标: $a(x_A, y_A)$ 、 $a'(x_A, z_A)$ 、 $a''(y_A, z_A)$ 。由此在点的三面投影中,只要知道其中任意两个面的投影,则点的三个坐标值就已知,即点的空间位置就唯一确定,就可以唯一求出第三个面的投影。

【例 2.1】 如图 2.6(a)所示,已知点 A 和点 B 的两面投影,求它们的第三面投影。

解: 由点投影特性可知, $a'a \perp OX$, $aa_X = a''a_Z$, 故过 a' 作 OX 轴垂线, 并取 $aa_X = a''a_Z$, 即可求得水平投影 a , 也可采用作 45° 斜线的方法(直角等腰三角形)求出水平投影 a (见图 2.6(b))。同理, 可以求出点 B 的侧面投影 b'' (见图 2.6(c))。

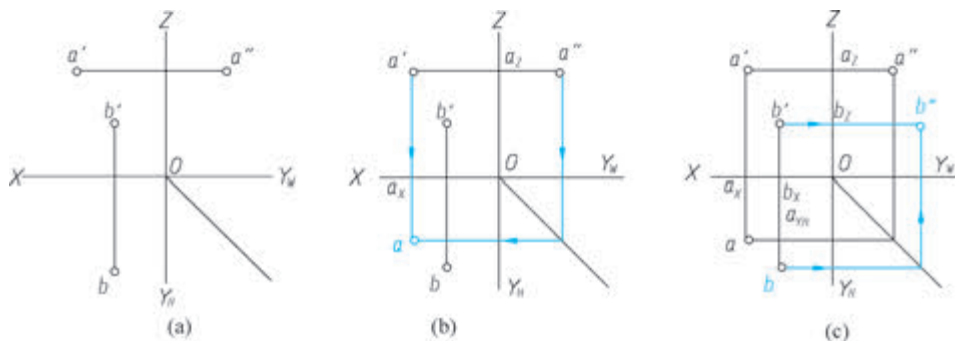


图 2.6 由点的两面投影求第三面投影

【例 2.2】 已知点 B 距 V 、 H 、 W 三个投影面的距离分别为 10、20、15, 求点 B 的三面投影。

解: 由空间点位置和坐标的关系, 可知点 B 的坐标为 (15, 10, 20)。由点的投影与坐标的关系, 在 OX 轴上向左取 $x=15\text{mm}$, 得 b_X , 如图 2.7(a)所示; 过 b_X 作 OX 轴的垂线, 上下分别取 $z=20\text{mm}$ 、 $y=10\text{mm}$ 得 b' 和 b , 如图 2.7(b)所示; 最后根据点的投影规律, 作出侧面投影 b'' , 如图 2.7(c)所示。

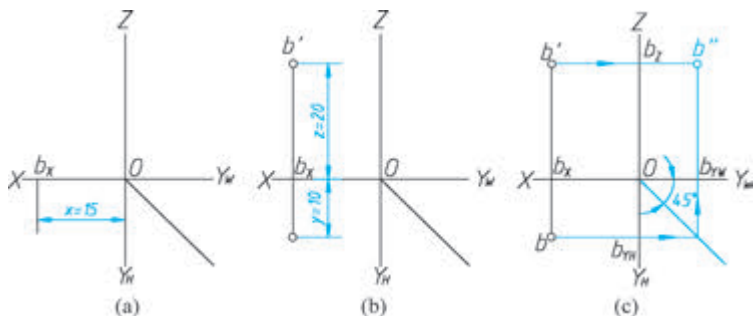


图 2.7 已知点的空间位置求作投影

2.2.2 两点的相对位置和重影点

1. 两点的相对位置

如图 2.8 所示, 空间两点的上下、前后、左右位置关系, 可以通过两点的同面投影的相对



Video

位置或坐标差来判断。两点的 X 坐标差反映了它们空间的左右位置关系,两点的 Y 坐标差反映了它们空间的前后位置关系,两点的 Z 坐标差反映了它们空间的上下位置关系。

X 坐标值较大点的在左; Y 坐标值较大的点在前; Z 坐标值较大的点在上。如图 2.8(b) 所示,由于 $x_A < x_B$,所以点 A 在点 B 的右方,同理可判断出点 A 在点 B 的后方、下方。

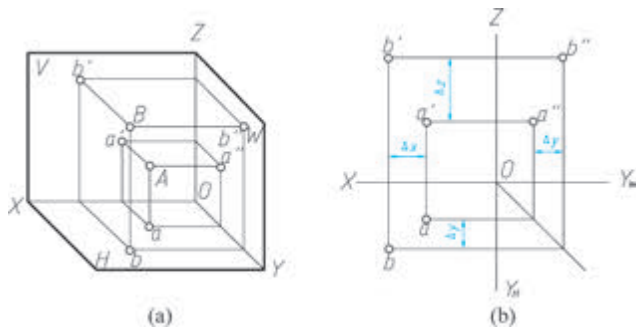


图 2.8 两点的相对位置

在判别相对位置的过程中应该注意:空间的前后位置关系是相对于投影面的前后位置,对水平投影而言,由 OY_H 轴向下就代表向前;对侧面投影而言,由 OY_W 轴向右也代表向前方向。

【例 2.3】 已知点 A 的三面投影,如图 2.9(a) 所示,点 B 在点 A 左方 12mm,上方 8mm,后方 10mm,求点 B 的三面投影。

解: 由于点 B 在点 A 左方 12mm,上方 8mm,后方 10mm,故点 B 比点 A 的 X 坐标大 12mm,点 B 比点 A 的 Z 坐标大 8mm,点 B 比点 A 的 Y 坐标小 10mm。作图方法如图 2.9(b) 所示,首先把垂直 OX 轴的投影连线 $a'a$ 向左作距离为 12mm 的等距平行线,其次把垂直 OZ 轴的投影连线 $a'a''$ 向上作距离为 8mm 的等距平行线,得到点 B 的正面投影 b' ,再次把垂直 OY_H 轴的投影连线向后作距离为 10mm 的等距平行线,得到点 B 的水平投影 b ,最后根据 b 和 b' 作出点 B 的侧面投影 b'' 。

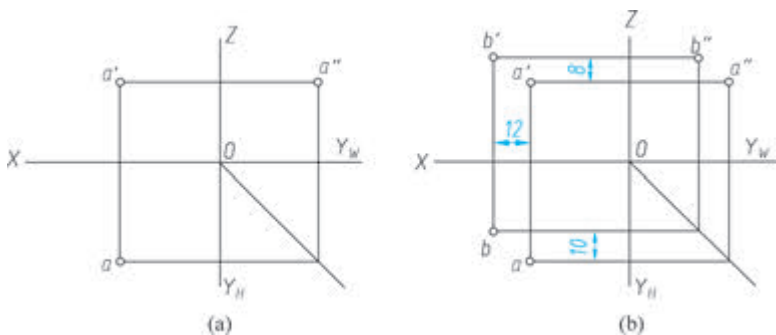


图 2.9 两点的相对位置

2. 重影点

如图 2.10 所示,点 A 在点 B 的正前方,即 $x_A = x_B, z_A = z_B$,两点位于垂直于 V 面的同一投射线上,故它们在 V 面上的投影重合,并称 A 、 B 两点在 V 面上的重影点。同理,若两

点位于垂直于 H 面的同一投射线上(如点 C 和点 D),即一点位于另一点的正下方或正上方,则该两点为对 H 面的重影点;若两点位于垂直于 W 面的同一投射线上(如点 E 和点 F),即一点位于另一点的正右方或正左方,则该两点为对 W 面的重影点。

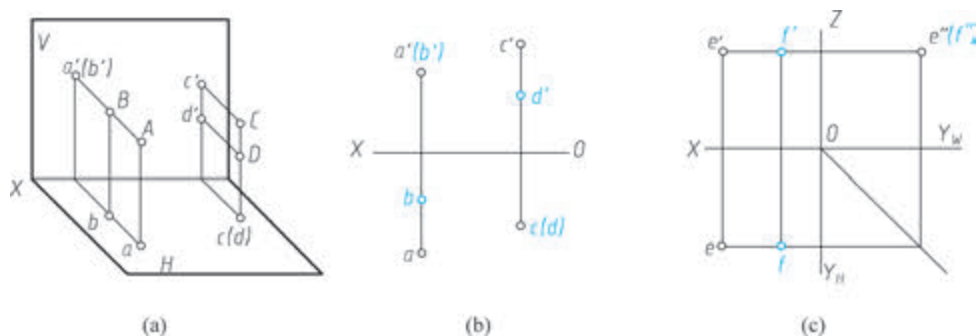


图 2.10 重影点的投影

重影点需要判别可见性,需根据这两点的不重影投影的坐标来判断,即坐标值较大者为可见,较小者为不可见;即前遮后、左遮右、上遮下,通常规定不可见点的投影应加注括号。如图 2.10(b)所示, A 、 B 两点是对 V 面的重影点,由于 $y_A > y_B$,所以从前面向后投影时点 A 是可见的,点 B 是不可见的,所以点 B 的正面投影应加注括号。 C 、 D 两点是对 H 面的重影点,由于 $z_C > z_D$,所以从上面向下投影时点 C 是可见的,点 D 是不可见的,点 D 的水平投影应加注括号。如图 2.10(c)所示, E 、 F 两点是对 W 面的重影点,由于 $x_E > x_F$,所以从左面向右投影时点 E 是可见的,点 F 是不可见的,所以点 F 的侧面投影应加注括号。

2.2.3 特殊位置点的投影

空间点位于投影面、投影轴或原点上,我们称这类点为特殊位置点,如图 2.11 所示。点 A 在 V 面上,其正面投影与空间点位置重合,水平投影在 X 轴上,侧面投影在 Z 轴上。点 B 在 H 面上,其水平投影与空间点位置重合,正面投影在 X 轴上,侧面投影在 Y 轴上(注意必须是在 Y_W 轴上)。点 C 在 OZ 轴上,其正面投影和侧面投影均与空间点位置重合,都在 OZ 轴上,水平投影在原点 O 上。

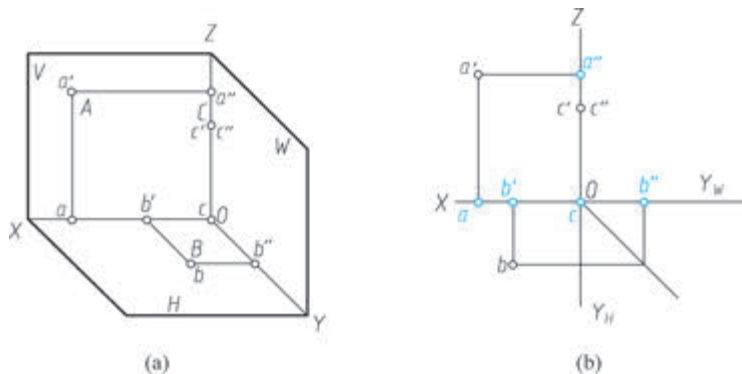


图 2.11 特殊位置点的投影

【例 2.4】 如图 2.12(a)所示,已知点 M 在 H 面上,点 N 在 V 面上,点 S 在 W 面上,完成点 M 、点 N 、点 S 的三面投影。

解: 因为点 M 、点 N 、点 S 都在投影面上,所以它们的另外两投影都落在相应的投影轴上。由点 M 的已知水平面投影 m 作 OX 轴垂线,垂足为其正面投影 m' ,由 m 作 OY 轴垂线,得到 OY_W 上的交点为其侧面投影 m'' ;同理,由点 N 的已知正面投影 n' 作 OX 轴垂线,垂足为其水平面投影 n ,由 n' 作 OZ 轴垂线,交点为其侧面投影 n'' ;由点 S 的已知侧面投影 s'' 作 OZ 轴垂线,交点为其正面投影 s' ,由 s'' 作 OY 轴垂线,得到 OY_H 上的交点为其水平投影 s 。

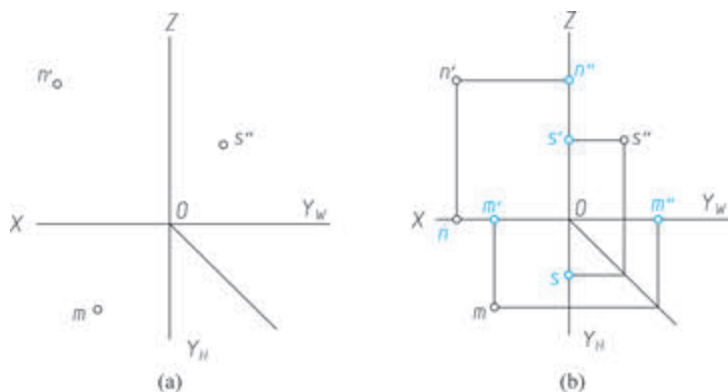


图 2.12 特殊点位置的投影

2.3 直线的投影

两点确定一直线,将直线上两点的同面投影用粗实线连接,就是直线的投影,如图 2.13 所示。求作直线的三面投影图时,可分别作出两端点的投影(a 、 a' 、 a''),(b 、 b' 、 b''),然后将其同面投影相连接(用粗实线绘制)即得直线 AB 的三面投影图(ab 、 $a'b'$ 、 $a''b''$)。

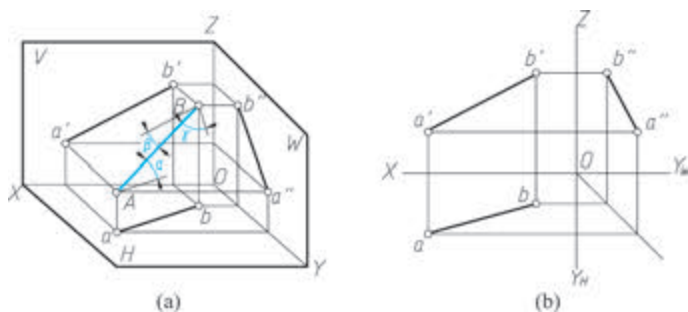


图 2.13 直线的投影

2.3.1 直线的投影特性

1. 直线对一个投影面的投影特性

直线对一个投影面的投影,有以下三种情况:

(1) 如图 2.14(a)所示,当直线垂直于投影面时,它在该投影面上的投影重合为一个点。这种投影特性称为积聚性。

(2) 如图 2.14(b)所示,当直线平行于投影面时,它在该投影面上的投影反映实长。这种投影特性称为实形性。

(3) 如图 2.14(c)所示,当直线倾斜于投影面时,它在该投影面上的投影长度缩短, $ab = AB \cos \alpha$ 。这种投影特性称为类似性。

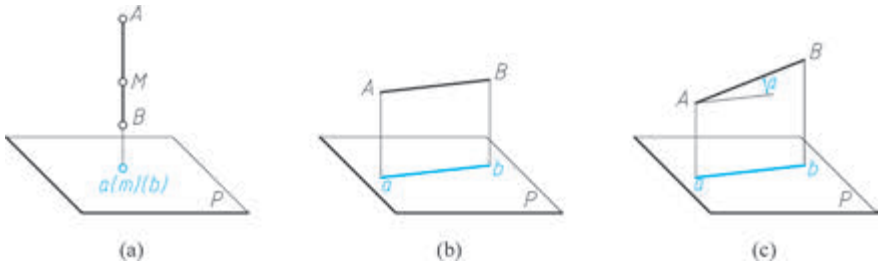


图 2.14 直线的投影

2. 直线在三投影面体系中的投影特性

直线在三投影面体系中的投影特性取决于直线与三个投影面之间的相对位置。根据直线与三个投影面的相对位置不同,可将直线分为三类,即一般位置直线、投影面平行线及投影面垂直线。后两类直线又称为特殊位置直线。

(1) 一般位置直线。与三个投影面都倾斜的直线称为一般位置直线,如图 2.13 所示。

一般位置直线与投影面之间的夹角为直线对该投影面的倾角。对水平投影面、正投影面、侧投影面的倾角,分别用 α 、 β 、 γ 表示,如图 2.13(a)所示。

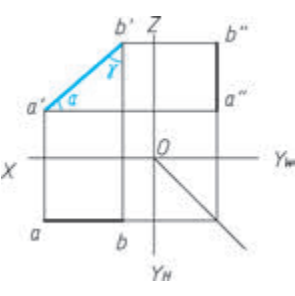
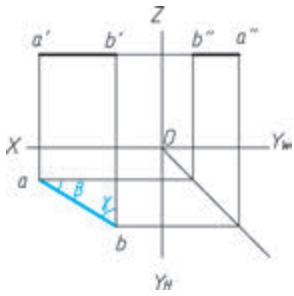
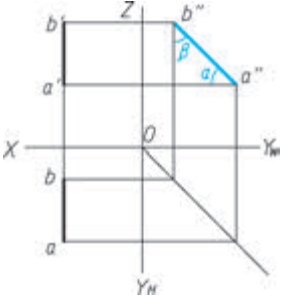
一般位置直线的投影特性为:①三个投影都与投影轴倾斜,长度都小于实长;②与投影轴的夹角都不反映直线对投影面的倾角。

(2) 投影面平行线。平行于某一投影面而与其他两个投影面倾斜的直线称为投影面平行线。其中,平行于 H 面的直线称为水平线;平行于 V 面的直线称为正平线;平行于 W 面的直线称为侧平线。表 2.1 中分别列出了正平线、水平线和侧平线的投影及其投影特性。

表 2.1 投影面平行线的投影特性

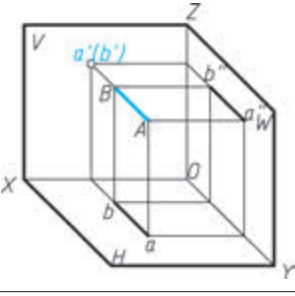
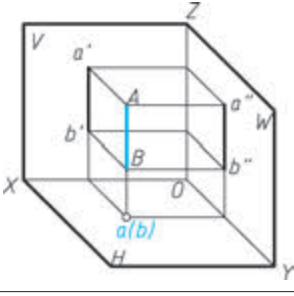
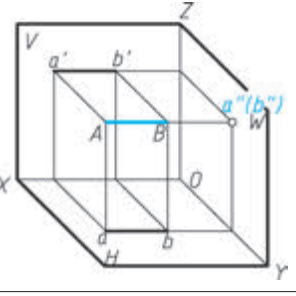
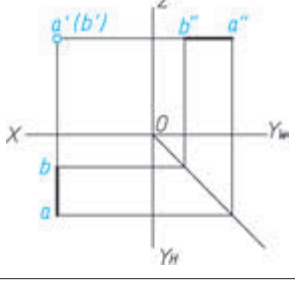
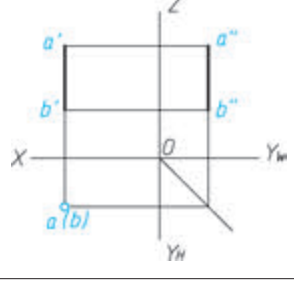
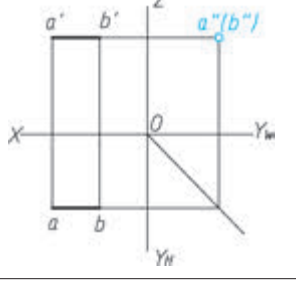
名称	正平线($AB // V$ 面)	水平线($AB // H$ 面)	侧平线($AB // W$ 面)
轴测图			

续表

名称	正平线($AB \parallel V$ 面)	水平线($AB \parallel H$ 面)	侧平线($AB \parallel W$ 面)
投影图			
投影特性	(1) $a'b' = AB$ 。 (2) $a'b'$ 与 OX 的夹角为 α , $a'b'$ 与 OZ 的夹角为 γ 。 (3) $ab \parallel OX$, $a''b'' \parallel OZ$, ab 、 $a''b''$ 均小于实长	(1) $ab = AB$ 。 (2) ab 与 OX 的夹角为 β , ab 与 OY_H 的夹角为 γ 。 (3) $a'b' \parallel OX$, $a''b'' \parallel OY_W$, $a'b'$ 、 $a''b''$ 均小于实长	(1) $a''b'' = AB$ 。 (2) $a''b''$ 与 OY_W 的夹角为 α , $a''b''$ 与 OZ 的夹角为 β 。 (3) $a'b' \parallel OZ$, $ab \parallel OY_H$, ab 、 $a'b'$ 均小于实长
小结:	(1) 在其平行的投影面上的投影反映实长; 投影与投影轴的夹角分别反映直线对另外两个投影面的真实倾角。 (2) 在另外两个投影面上的投影, 分别平行于不同的投影轴, 且长度比空间线段短		

(3) **投影面垂直线**。垂直于某一投影面, 从而与其余两个投影面都平行的直线称为**投影面垂直线**。垂直于 H 面的直线称为**铅垂线**; 垂直于 V 面的直线称为**正垂线**; 垂直于 W 面的直线称为**侧垂线**。表 2.2 中分别列出了正垂线、铅垂线和侧垂线的投影及其投影特性。

表 2.2 投影面垂直线的投影特性

名称	正垂线($AB \perp V$ 面)	铅垂线($AB \perp H$ 面)	侧垂线($AB \perp W$ 面)
轴测图			
投影图			

续表

名称	正垂线($AB \perp V$ 面)	铅垂线($AB \perp H$ 面)	侧垂线($AB \perp W$ 面)
投影特性	(1) $a'b'$ 积聚为一点。 (2) $ab \perp OX, a''b'' \perp OZ$ 。 (3) $ab = a''b'' = AB$	(1) ab 积聚为一点。 (2) $a'b' \perp OX, a''b'' \perp OY_W$ 。 (3) $a'b' = a''b'' = AB$	(1) $a''b''$ 积聚为一点。 (2) $a'b' \perp OZ, ab \perp OY_H$ 。 (3) $ab = a'b' = AB$
	小结: (1) 在直线垂直的投影面上的投影, 积聚成一点。 (2) 在另外两个投影面上的投影, 分别垂直于不同的投影轴, 且反映实长		

3. 直线段的实长和对投影面的倾角

一般位置直线的三面投影既不反映线段实长又不反映对投影面的倾角, 但它们可以通过作图构建直角三角形的方法获得。在轴测图上(见图 2.15(a)), AB 为一般位置直线, 过点 A 作 $AB_1 \parallel ab$, 可得一直角三角形 ABB_1 , AB 为实长, α 为 AB 与水平面的夹角。直角三角形 ABB_1 的两直角边分别为 AB_1 和 BB_1 , 而 AB_1 为水平投影 ab 的长度, BB_1 为 A 、 B 两点 Z 轴坐标之差(ΔZ_{AB})。在投影图 2.15(b)上, 利用 AB 的正面投影得到(ΔZ_{AB}), 再在水平投影上过点 b 作 ab 的垂线 $B_0b = \Delta Z_{AB}$, 连接 aB_0 , 得直角三角形 abB_0 (与直角三角形 ABB_1 全等), 则 aB_0 为 AB 的实长, ab 与 aB_0 的夹角 α 就是 AB 对水平面的倾角。同理可以求得 AB 对正面的倾角 β , 如图 2.15(a)和图 2.15(c)所示, 在投影面内构建全等于空间直角三角形 ABB_2 的直角三角形 $a'b'A_0$ 即可求得。上述求线段实长及倾角方法称为直角三角形法。

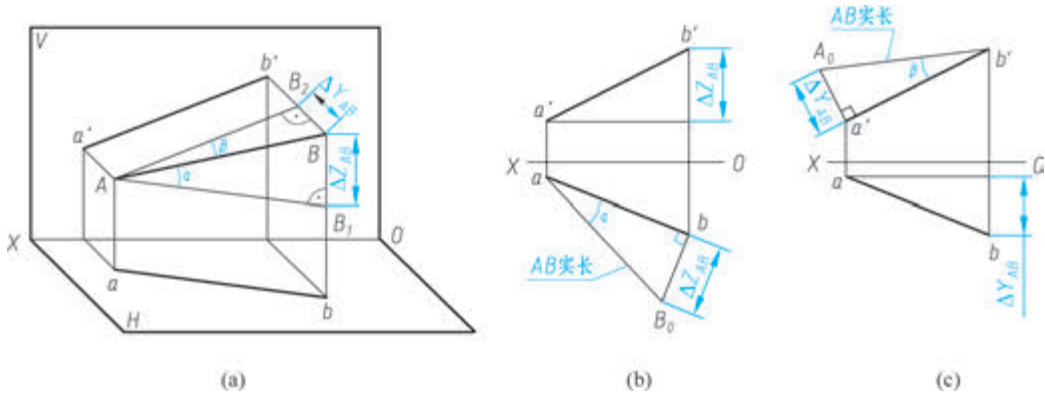


图 2.15 直角三角形法求线段实长及倾角

2.3.2 直线上的点

- 直线上的点有如下投影特性:
- (1) 若点在直线上, 则点的各面投影必定在该直线的同面投影上, 且符合点的投影规律, 反之亦然。
 - (2) 若点在直线上, 则点分直线段长度之比等于其投影分直线段投影长度之比, 反之亦然。



Video

如图 2.16 所示,直线 AB 上有一点 C ,则点 C 的三面投影 c 、 c' 、 c'' 必定分别在直线 AB 的同面投影 ab 、 $a'b'$ 、 $a''b''$ 上,且有 $AC:CB=ac:cb=a'c':c'b'=a''c'':c''b''$ 。

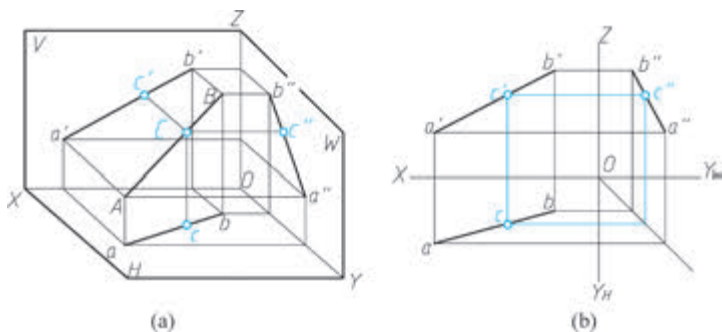


图 2.16 直线上点的投影

应用上述特性,可作出直线上定点的投影,也可用于判断点是否在直线上。

【例 2.5】 如图 2.17(a)所示,已知点 M 在直线 CD 上,求点 M 的水平投影。

解: 由于点 M 在直线 CD 上,所以点 M 的水平投影一定在直线的同面投影上。如图 2.17(b)所示,从 m' 作垂直于 OX 轴的直线,与 cd 的交点即为点 M 的水平投影 m 。

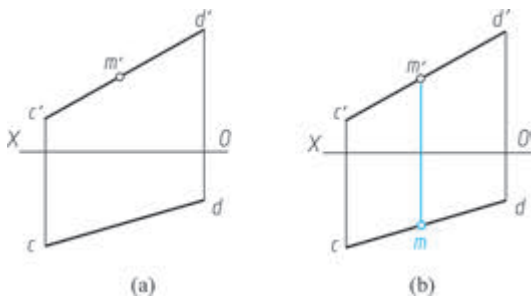


图 2.17 求直线上的点

【例 2.6】 如图 2.18(a)所示,已知直线 AB 和点 K 的正面和水平面投影,判断点 K 是否在直线 AB 上。

解: 根据点在直线上的投影特性,先作出直线 AB 和点 K 的侧面投影,从图 2.18(b)看出,点 K 的各面投影都在直线 AB 的同面投影上,且符合点的投影规律,所以点 K 在直线 AB 上。

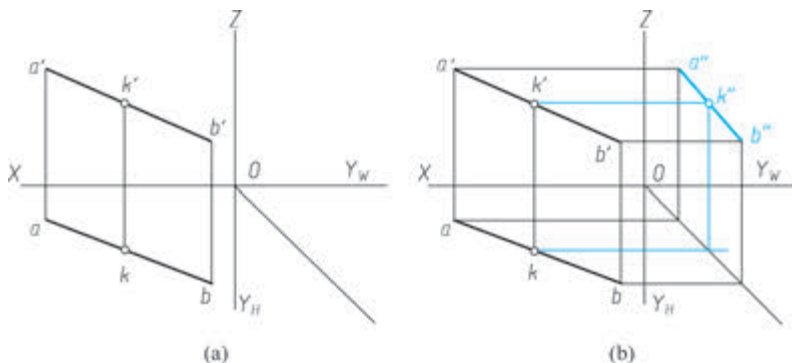


图 2.18 判断点是否在直线上

如果直线是一般位置直线,一般只需判断两个投影面上的投影即可判断点是否在直线上。但是当直线为投影面平行线,且给出的两个投影又都平行于投影轴时,则还需求出第三个投影进行判断,或用点分线段成定比的方法来判断。

【例 2.7】 如图 2.19(a)所示,已知侧平线 AB 及点 K 的正面和水平投影,判断点 K 是否在直线 AB 上。

解: 由于 AB 是侧平线,且给出的投影都平行于投影轴,故无法直接判断,须采用如下两种方法。

方法一: 求出其侧面投影。如图 2.19(b)所示,由于 k'' 不在 $a''b''$ 上,故点 K 不在直线 AB 上。

方法二: 用点分线段成定比的方法判断(见图 2.19(c))。

- (1) 取直线任一投影 $a'b'$,过 a' 作任意直线 $a'm'$;
- (2) 在 $a'm'$ 上取 $1'$ 、 $2'$ 两点,使 $a'1' = ak$ 、 $1'2' = kb$;
- (3) 连接 b' 和 $2'$,自 $1'$ 作 $1'n' \parallel 2'b'$;
- (4) 由于 n' 与 k' 不重合,故点 K 不在直线 AB 上。

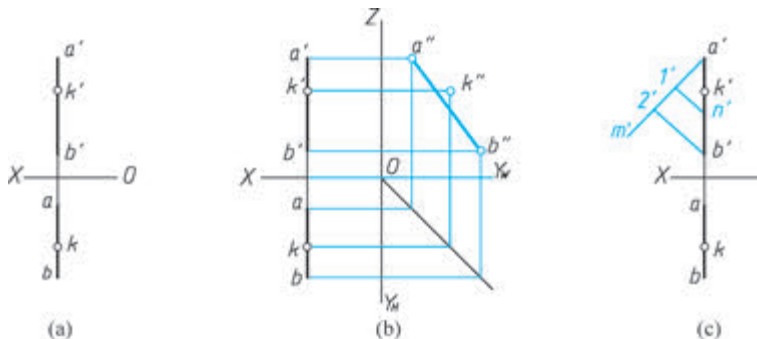


图 2.19 判断点是否在直线上

【例 2.8】 如图 2.20(a)所示,已知点 K 在直线 MN 上,求点 K 的正面投影。

解: 因为 K 在直线 MN 上,所以必然 $mk : kn = m'k' : k'n'$,由此可通过作图求出点 K 的正面投影。作图步骤如图 2.20(b)所示。

- (1) 过 m' 作一射线,并取 p' 、 q' 两点,使 $m'p' = mk$ 、 $p'q' = kn$;
- (2) 连接 n' 和 q' ,自 p' 作直线 $\parallel n'q'$,此平行线与 $m'n'$ 的交点就是点 K 的正面投影 k' 。

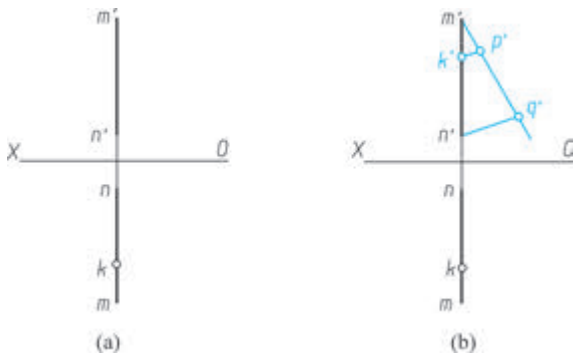


图 2.20 求点 K 的正面投影

【例 2.9】 如图 2.21(a)所示,在直线 AB 上取一点 C ,使 $AC:CB=1:2$ 。

解: 由于 $AC:CB=1:2$,则 $ac:cb=a'c':c'b'=1:2$,由此用比例作图法作图(见图 2.21(b)):

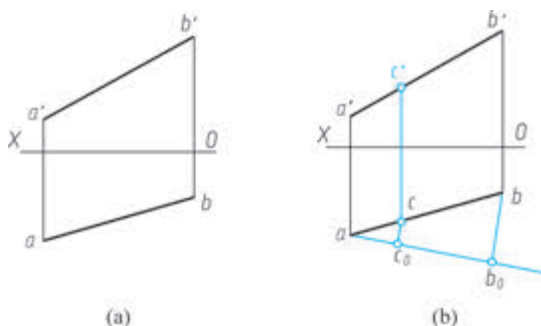


图 2.21 AB 上的点 C

取直线任一投影 ab ,过 a 作一射线,在该射线上以适当长度取 3 等份,得 c_0 、 b_0 等分点,连接 b 和 b_0 ,自 c_0 作直线 $//b_0b$,与 ab 的交点即为 c ,最后由 c 求出 c' 。

2.3.3 两直线的相对位置

空间两直线的相对位置可以分为三种:两直线平行、两直线相交和两直线交叉。前两种又称同面直线;后者又称异面直线。

1. 两直线平行

若空间两直线相互平行,则它们的各组同面投影必定互相平行。反之,如果两直线各组同面投影都互相平行,则两直线在空间必定互相平行,如图 2.22 所示。

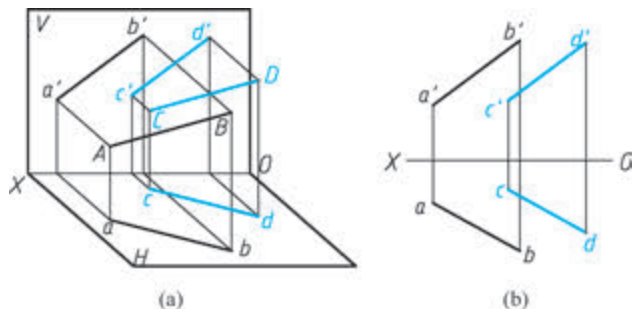


图 2.22 平行两直线的投影

当直线为一般位置直线时,判断两直线是否平行,只要判断任意两组同面投影是否平行即可,如图 2.22(b)所示。但若空间两直线均为投影面的平行线,则要根据直线所平行的投影面上的投影是否平行来断定它们在空间是否相互平行。

【例 2.10】 如图 2.23(a)所示,判断直线 AB 、 CD 是否平行。

解: 由于 AB 、 CD 均为侧平线,所以根据所给的两组同面投影不能确定两直线是否平行,需求出它们的侧面投影来判断。

如图 2.23(b) 所示, 作出 AB 、 CD 的侧面投影 $a''b''$ 、 $c''d''$ 。由于 $a''b''$ 、 $c''d''$ 不平行, 故 AB 、 CD 不平行。

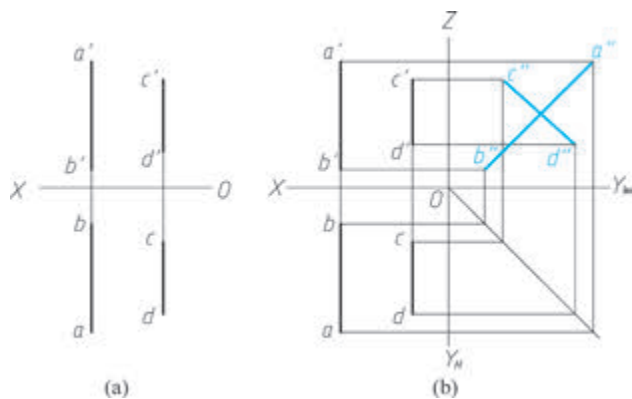


图 2.23 判断两直线是否平行

2. 两直线相交

若空间两直线相交, 它们的各组同面投影必定相交, 且交点的投影必符合点的投影规律; 反之, 两直线在投影图上的各组同面投影都相交, 且各组投影的交点符合空间点的投影规律, 则两直线在空间必定相交, 如图 2.24 所示。

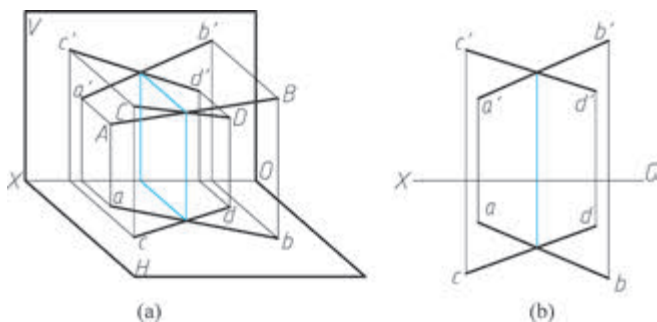


图 2.24 相交两直线的投影

当两直线都为一般位置直线时, 只要任意两组同面投影相交且交点符合点的投影规律即可判断两直线相交, 如图 2.24(b) 所示。但若空间两直线中有一条为投影面的平行线时, 只有两组同面投影相交的空间两直线不一定相交, 需要借助第三面投影或分长度比来判断。

【例 2.11】 如图 2.25(a) 所示, 判断直线 AB 、 CD 是否相交。

解: 由于 AB 是一条侧平线, 所以根据所给的两组同面投影不能确定两直线是否相交, 可用如下两种方法判断, 如图 2.25 所示:

(1) 求出它们的侧面投影。如图 2.25(b) 所示, 虽然 $a''b''$ 、 $c''d''$ 也相交, 但其交点不是点 K 的侧面投影, 即点 K 不是两直线的共有点, 故 AB 、 CD 不相交。

(2) 用点分线段成定比的方法判断。如图 2.25(c) 所示, 由于 $a'k' : k'b' \neq ak : kb$, 故点 K 不在直线 AB 上, 点 K 不是交点, 故 AB 、 CD 不相交。

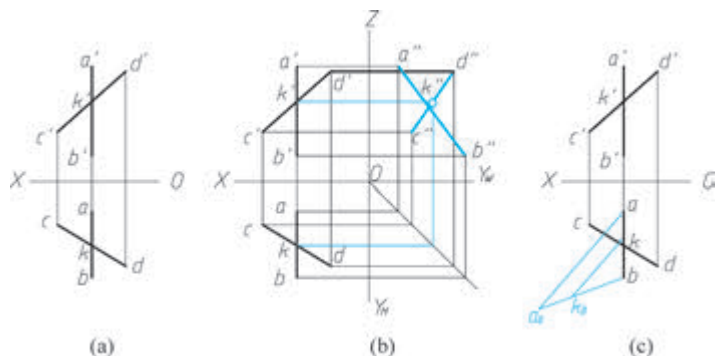


图 2.25 判断两直线是否相交

3. 两直线交叉

既不平行又不相交的空间两直线称为交叉两直线。交叉两直线的投影可能会有一组或两组是互相平行的,但绝不会三组同面投影都互相平行;交叉两直线的投影也可能是相交的,但各个投影的交点一定不符合同一点的投影规律,如图 2.26(b)所示。

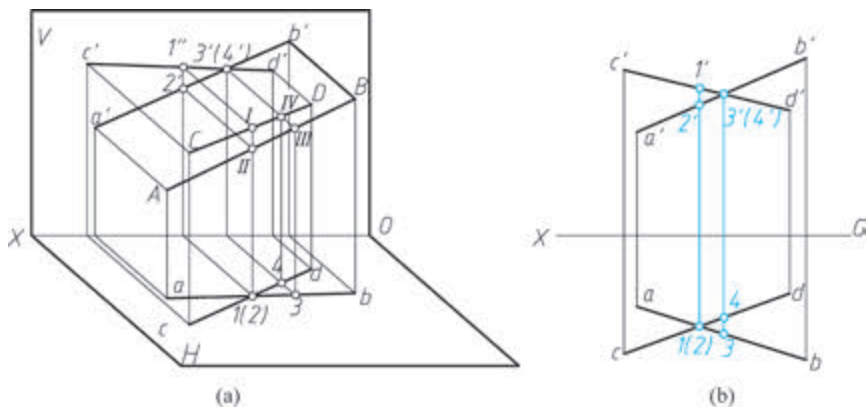


图 2.26 交叉两直线同面投影的重影点的投影

交叉两直线在同一投影面上的交点为对该投影面的一对重影点。如图 2.26 所示,直线 AB 和直线 CD 的水平投影的交点是直线 AB 上的点 II 和直线 CD 上的点 I 的对 H 面的重影点 1(2),由正面投影可知点 I 在点 II 的上面,故水平投影点 I 可见、点 II 不可见;同理,直线 AB 和直线 CD 的正面投影的交点是直线 AB 上的点 III 和直线 CD 上的点 IV 的对 V 面的重影点 3'(4')。

【例 2.12】 作一直线 MN,使其与已知直线 CD、EF 相交,同时与已知直线 AB 平行,点 M、N 分别在直线 CD、EF 上,如图 2.27(a)所示。

解: 如图 2.27(b)所示,因所求直线与 CD 相交,且 M 在 CD 上,故点 M 的水平投影 m 与 CD 水平投影重合。又因 MN 与 AB 平行,且与 EF 相交,故过 m 作 ab 平行线交 ef 于 n,再根据 N 在直线 EF 上,求得 n'。最后过 n' 作 a'b' 平行线交 c'd' 于 m'。

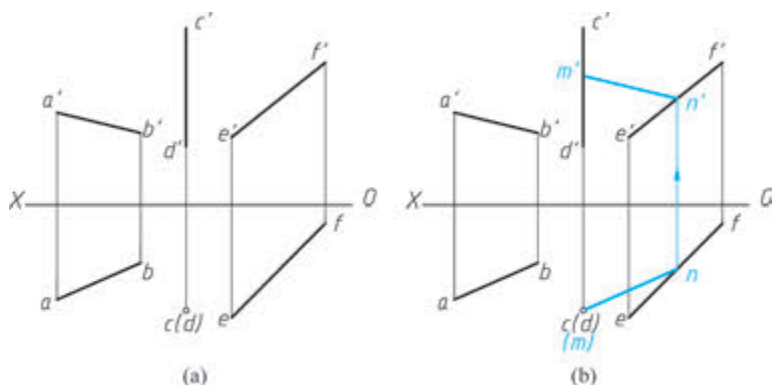


图 2.27 求作直线与一直线平行且与另两直线相交

4. 两直线垂直

若空间两个直线垂直,且其中一条直线为投影面的平行线,则两条直线在该投影面上投影必定垂直,此投影特性称为**直角投影定理**。如图 2.28 所示, $BC \parallel H$ 面, $AB \perp BC$, 则其 H 面投影 $ab \perp bc$ 。

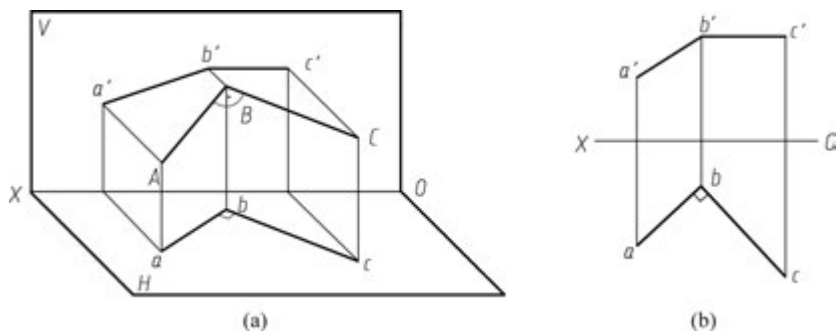
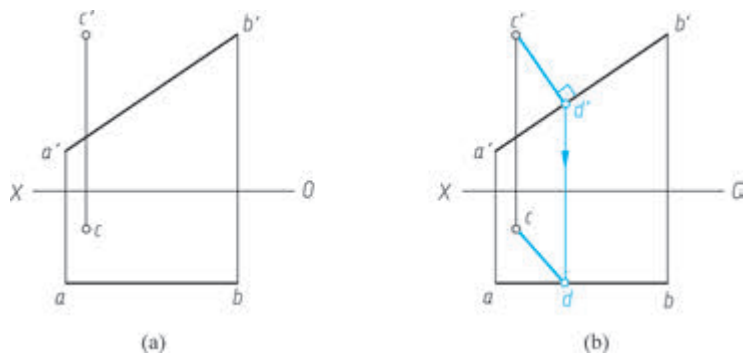


图 2.28 两直线垂直

反之,如果两直线在某一投影面的投影垂直,且其中有一条直线与该投影面平行,则这两条直线在空间也必定垂直。

【例 2.13】 如图 2.29(a)所示,已知直线 AB 与直线 CD 垂直相交,求直线 CD 的投影。

解: 由图 2.29(a)可以发现 AB 是一条正平线, $AB \perp CD$, 则 AB 、 CD 的正面投影 $a'b'$ 和 $c'd'$ 必垂直。作图步骤如图 2.29(b)所示。

图 2.29 求直线 CD 的投影

- (1) 在正面投影过 c' 作 $a'b'$ 的垂线交于 d' , 得到 CD 的正面投影 $c'd'$ 。
- (2) 过 d' 作 OX 轴垂线, 并交 ab 于 d , 连接 cd 即得 CD 的水平投影。

2.4 平面的投影

表示平面的方式有五种(见图 2.30): ①不在同一直线上的三点(见图 2.30(a)); ②一直线和该直线外一点(见图 2.30(b)); ③相交两直线(见图 2.30(c)); ④平行两直线(见图 2.30(d)); ⑤任意平面图形(见图 2.30(e))。分别作出这些几何元素的投影, 即可得到平面的投影。

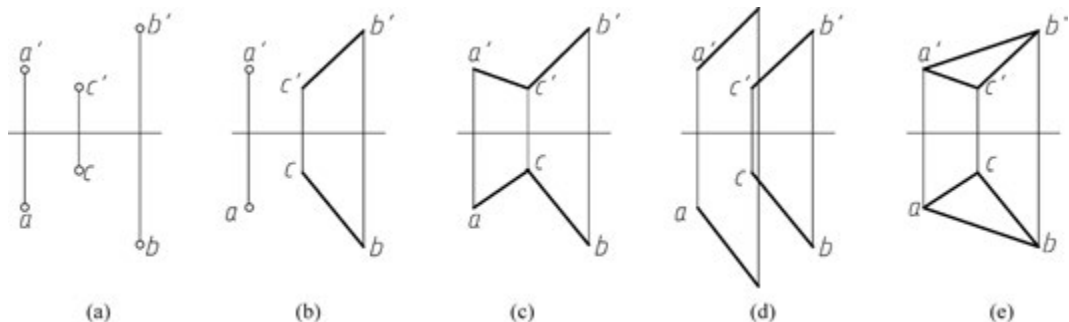


图 2.30 平面在投影图上的表示方法

2.4.1 平面的投影特性

1. 平面对一个投影面的投影特性

平面对一个投影面的投影, 可能有下列三种情况:

- (1) 如图 2.31(a)所示, 当 $\triangle ABC$ 平面垂直于投影面时, 它在该投影面上的投影积聚成一条直线。这种投影特性称为积聚性。
- (2) 如图 2.31(b)所示, 当 $\triangle ABC$ 平面平行于投影面时, 它在该投影面上的投影反映实形。这种投影特性称为真实性。
- (3) 如图 2.31(c)所示, 当 $\triangle ABC$ 平面倾斜于投影面时, 它在该投影面上的投影是一个与原平面类似的闭合线框, 但它不反映实形。这种形状与原平面类似的投影特性称为类似性。

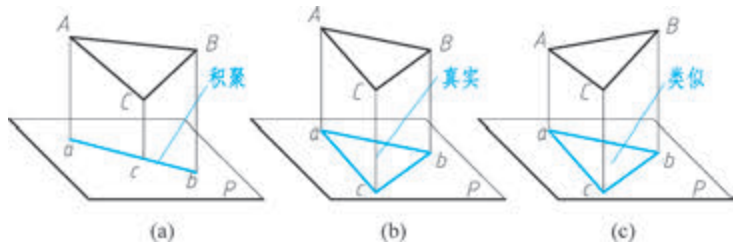


图 2.31 平面在单投影面上的投影

性。平面图形的类似性表示平面图形的投影与真实平面图形相比,具有以下投影特性:边数不变、平行不变、曲直不变、凹凸不变。

2. 平面在三投影面体系中的投影特性

平面在三投影面体系中的投影特性取决于与三个投影面之间的相对位置。根据平面与三个投影面的相对位置不同,可将平面分为三类,即一般位置平面、投影面垂直面及投影面平行面。后两类平面又称为特殊位置平面。

(1) 一般位置平面。对三个投影面都处于倾斜位置的平面称为一般位置平面,如图 2.32(a)所示。

如图 2.32(b)所示,一般位置平面具有如下投影特性:

- ① 三面投影 $\triangle abc$ 、 $\triangle a'b'c'$ 、 $\triangle a''b''c''$ 均为 $\triangle ABC$ 的类似形。
- ② $\triangle abc$ 、 $\triangle a'b'c'$ 、 $\triangle a''b''c''$ 均不反映 $\triangle ABC$ 的实形,且面积均小于 $\triangle ABC$ 。

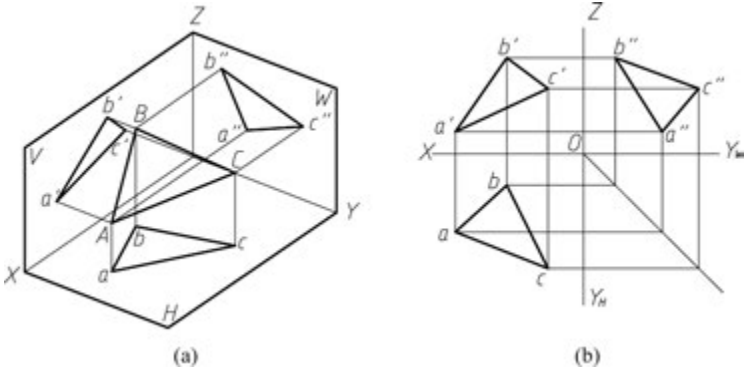


图 2.32 一般位置平面的投影特性

(2) 投影面垂直面。垂直于一个投影面且与其余两个投影面都倾斜的平面称为投影面垂直面。垂直于 H 面的平面称为铅垂面;垂直于 V 面的平面称为正垂面;垂直于 W 面的平面称为侧垂面。表 2.3 中分别列出了铅垂面、正垂面和侧垂面的投影及其投影特性。

(3) 投影面平行面。平行于一个投影面,即同时垂直于其他两个投影面的平面称为投影面平行面。平行于 H 面的称为水平面;平行于 V 面的称为正平面;平行于 W 面的称为侧平面。表 2.4 中分别列出水平面、正平面和侧平面的投影及其投影特性。

表 2.3 投影面垂直面的投影特性

名称	铅垂面($\triangle ABC \perp H$ 面)	正垂面($\triangle ABC \perp V$ 面)	侧垂面($\triangle ABC \perp W$ 面)
轴测图			

续表

名称	铅垂面($\triangle ABC \perp H$ 面)	正垂面($\triangle ABC \perp V$ 面)	侧垂面($\triangle ABC \perp W$ 面)
投影图			
投影特性	(1) abc 积聚为一直线。它与 OX、OY_H 的夹角分别反映 β、γ 角。 (2) $\triangle a'b'c'$、$\triangle a''b''c''$ 为类似形	(1) $a'b'c'$ 积聚为一直线。它与 OX、OZ 的夹角分别反映 α、γ 角。 (2) $\triangle abc$、$\triangle a''b''c''$ 为类似形	(1) $a''b''c''$ 积聚为一直线。它与 OY_W、OZ 的夹角分别反映 α、β 角。 (2) $\triangle a'b'c'$、$\triangle abc$ 为类似形
小结: (1) 在所垂直的投影面上的投影积聚成直线, 积聚性的投影与投影轴的夹角分别反映平面对另外两个投影面的倾角。 (2) 在另外两个投影面上的投影均为类似形			

表 2.4 投影面平行面的投影特性

名称	水平面($\triangle ABC \parallel H$ 面)	正平面($\triangle ABC \parallel V$ 面)	侧平面($\triangle ABC \parallel W$ 面)
轴测图			
投影图			

续表

名称	水平面($\triangle ABC//H$ 面)	正平面($\triangle ABC//V$ 面)	侧平面($\triangle ABC//W$ 面)
投影特性	(1) $\triangle abc$ 反映实形。 (2) $a'b'c'//OX$ 、 $a''b''c''//OY_W$ ，且具有积聚性	(1) $\triangle a'b'c'$ 反映实形。 (2) $abc//OX$ 、 $a''b''c''//OZ$ ，且具有积聚性	(1) $\triangle a''b''c''$ 反映实形。 (2) $abc//OY_H$ 、 $a'b'c'//OZ$ ，且具有积聚性
	小结： (1) 在平行的投影面上的投影，反映实形。 (2) 在另外两个投影面上的投影分别积聚成直线，且分别平行于相应的投影轴		

2.4.2 平面上的点和直线



Video

1. 平面内取直线

直线在平面上的几何条件是：

(1) 若一直线通过平面上的两个点，则此直线必在该平面内。如图 2.33 所示，相交两直线 AB 、 AC 决定一平面 P ，在 AC 、 AB 上分别取点 M 、 N ，则过 M 、 N 两点的直线一定在平面 P 上。

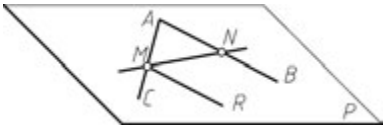


图 2.33 平面上的点和直线

(2) 若一直线通过平面上已知点且平行于平面内的另一直线，则此直线必在该平面内。同样如图 2.33 所示，过点 M 作直线 MR 平行于直线 AB ，则 MR 一定在平面 P 上。

【例 2.14】 如图 2.34(a) 所示，已知直线 MN 在 ABC 所决定的平面内，求作其水平投影。

分析： 直线在平面上，则必定通过平面上两点，故延长 MN 必与 AB 、 AC 相交于 I 、 II 点，由于 I 、 II 是 AB 、 BC 上的点，可直接求出，由此可求出 MN 水平投影。

作图(见图 2.34(b))：

- (1) 延长 $m'n'$ 分别与 $a'b'$ 、 $b'c'$ 交于 $1'$ 和 $2'$ ；
- (2) 应用直线上点的投影特性，求得 I 、 II 的水平投影 1 和 2 ；
- (3) 连接 1 和 2 ，再应用直线上点的投影特性，求出 m 和 n 。

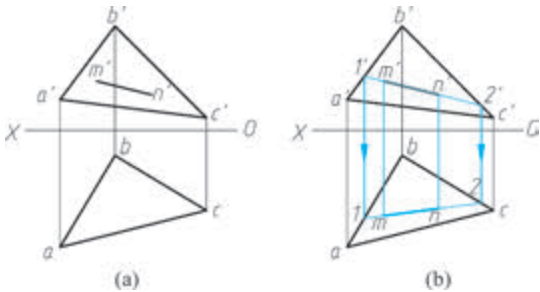


图 2.34 平面上的点和直线

2. 平面内取点

点在平面上的几何条件是:若点在平面内任一直线上,则此点必在该平面上。所以,要在平面上取点,应先在平面上取直线,然后在该直线上取点。

【例 2.15】 如图 2.35(a)所示,已知点 K 在 $\triangle ABC$ 上,求点 K 的水平投影;并判断点 N 是否为 $\triangle ABC$ 上的点。

分析: 在平面内过 K 任作一辅助直线,点 K 的投影必在该直线的同面投影上。如果直线 AN 在 $\triangle ABC$ 上,则点 N 是 $\triangle ABC$ 上的点;若直线 AN 在 $\triangle ABC$ 上,则 AN 一定与 BC 相交,否则直线 AN 就不在平面内。这样就把判断点是否为平面上的点转化为直线是否相交的问题。

作图: 如图 2.35(b)所示,连 $b'k'$ 并延长交 $a'c'$ 于 m' ,求出 AC 上的点 M 的水平投影 m ,连接 bm ,再利用直线上点的投影特性,求出 k 。

如图 2.35(c)所示,连接 $a'n'$ 和 an ,根据 $a'n'$ 和 $b'c'$ 的交点作垂直 X 轴的直线,它并不通过 an 和 bc 的交点,所以 AN 与 BC 不相交, AN 不是 $\triangle ABC$ 上的直线,则判定点 N 不是 $\triangle ABC$ 上的点。

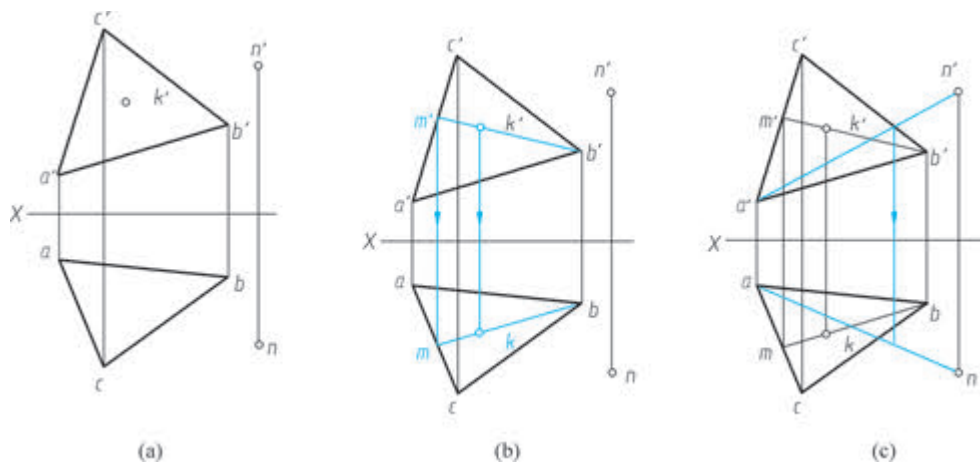


图 2.35 平面上的取点

【例 2.16】 如图 2.36(a)所示,已知平面四边形 $ABCD$ 的正面投影和 AB 边的水平投影,且 AD 为正平线,完成该四边形的水平投影。

分析: 由于 AD 为正平线,根据正平线的投影特点知其水平投影平行 OX 轴,若四边形两条边 AB 和 AD 的两面投影都已知,则该四边形平面的空间位置已经确定,点 C 是四边形 $ABCD$ 上的点,故利用点在平面上的原理作出点的投影即可。

作图(见图 2.36(b)):

- (1) 过 a 作 $ad \parallel OX$, 通过 d' 求得点 D 的水平投影 d 。
- (2) 连接 $a'c'$ 和 $b'd'$, 交于点 m' , 然后连接 bd , 根据点 M 是 AC 和 BD 交点的特性可以求得 M 的水平投影 m 。
- (3) 连接 am 并延长, 因为点 C 是 AM 上的点, 由 c' 求得 c 。
- (4) 依次连接 b, c, d 得平面图形 $ABCD$ 的水平投影。

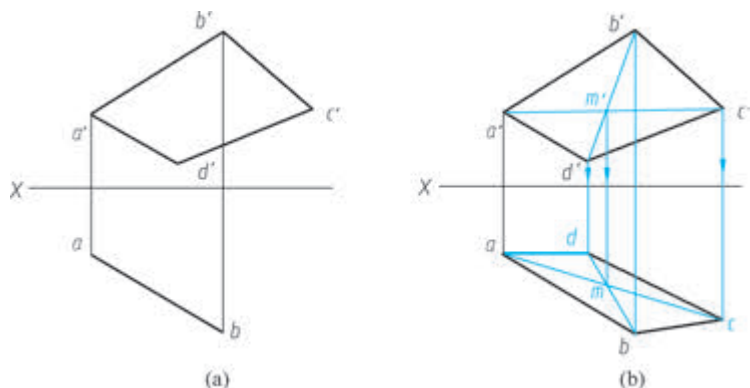


图 2.36 完成平面图形的投影

3. 平面上投影面的平行线

平面上平行于某投影面的直线称为平面上投影面的平行线。它具有如下特点：

- (1) 符合直线在平面上的几何条件；
- (2) 符合投影面平行线的投影特性。

如图 2.37 所示, AD 在 $\triangle ABC$ 上, 因 AD 的水平投影 $ad \parallel OX$ 轴, 符合正平线的投影特性, 因此 AD 为 $\triangle ABC$ 上的正平线。同理, CE 在 $\triangle ABC$ 上, CE 的正面投影 $c'e' \parallel OX$ 轴, 符合水平线的投影特性, 所以 CE 为 $\triangle ABC$ 上的水平线。

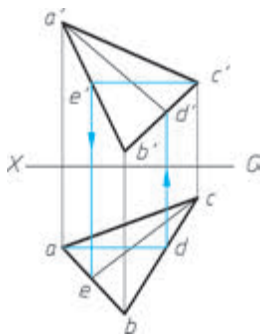


图 2.37 平面上投影面的平行线

【例 2.17】 如图 2.38(a) 所示, 已知 $\triangle ABC$ 的两个投影, 在 ABC 内取一点 M , 并使其到 V 面的距离为 15mm, 到 H 面的距离为 10mm。

分析: 因点 M 在 $\triangle ABC$ 上, 且距 V 面 15mm, 所以点 M 应处于 $\triangle ABC$ 上距 V 面为 15mm 的正平线 ED 上; 同时又因为点 M 距 H 面 10mm, 所以点 M 也应处于 $\triangle ABC$ 上距 H 面为 10mm 的水平线 FG 上, ED 和 FG 的交点即为点 M 。

作图 (见图 2.38(b)):

(1) 在 H 面上作与 OX 轴平行且相距 15mm 的直线, 其与 ab 、 bc 交点的连线即为正平线 ED 的水平投影 ed , 再根据点在直线上作出 e' 、 d' ;

(2) 同理在 V 面上作与 OX 轴平行且相距 10mm 的直线, 其与 $a'b'$ 、 $b'c'$ 的交点连线即为水平线 FG 的正面投影 $f'g'$, 它与 $e'd'$ 交点即为 m' , 再根据点在直线上作出 m 。

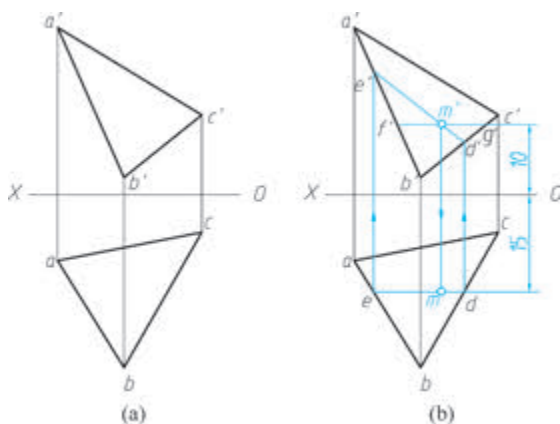


图 2.38 平面内取点

4. 平面上的最大斜度线

如图 2.39(a)所示,初始静止状态的球从斜面某点自由滚落时,它的运动轨迹就是斜面对地面的最大斜度线。

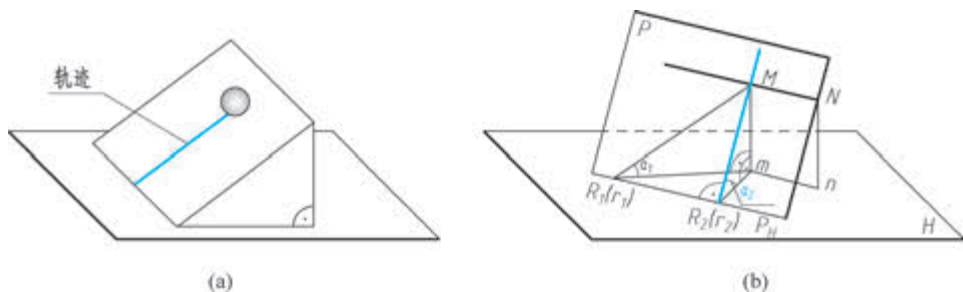


图 2.39 平面上的最大斜度线

平面内对某投影面倾斜角度最大的直线称为对该投影面的**最大斜度线**。如图 2.39(b)所示, MN 、 MR_1 、 MR_2 为平面 P 内各种不同位置的直线, 它们对投影面 H 的倾角各不相同。其中 MN 为 P 面内的水平线, MR_1 、 MR_2 对投影面 H 的倾角分别为 α_1 、 α_2 。点 M 向 H 面的投射射线 Mm 分别与点 R_1 和点 R_2 形成了等高直角 $\triangle MmR_1$ 和 $\triangle MmR_2$ 。根据等高直角三角形中斜边最短则倾角最大的原理, 斜边 MR_1 、 MR_2 、……中最短的一条即为最大斜度线。令 $MR_2 \perp MN$, 且垂直于 P 面与 H 面的交线 P_H , 可见 MR_2 为最短的斜边, 它的倾角 α_2 最大, 即 MR_2 为 P 面上过点 M 对 H 面的最大斜度线。根据垂直相交两直线的投影特性, 当 MN 为水平线时, 投影 $mr_2 \perp mn$ 。

由此可知, 平面上对投影面的最大斜度线必定垂直于平面上该投影面的平行线, 最大斜度线在该投影面上的投影必定垂直于平面上该投影面平行线的同面投影。

由 $MR_2 \perp P_H$ 、 $mR_2 \perp P_H$, 则 $\triangle MmR_2$ 与交线 P_H 垂直, 因此 $\angle mR_2M$ 即为 P 面对 H 面的倾角。所以平面 P 对投影面 H 的倾角就是平面 P 对投影面 H 的最大斜度线对投影面 H 的倾角。该倾角可以通过直角三角形法求得。同样, 平面 P 还可以分别作出对 V 面、 W 面的最大斜度线, 求出 P 面与 V 面、 H 面的倾角。

【例 2.18】 如图 2.40(a)所示, 求 $\triangle ABC$ 对 H 面的倾角。

分析：求平面对 H 面的倾角，就是求平面内最大斜度线对 H 面的倾角。先在平面内作一条水平线，再作出该水平线的垂线，最后利用直角三角形法求出所作垂线对 H 面的倾角。

作图(见图 2.40(b)):

- (1) 过 $\triangle ABC$ 上任一点, 如点 A , 作平面上的水平线 $AD(a'd', ad)$ 。
- (2) 作平面对 H 面的最大斜度线 BE : 过 b 作 $be \perp ad$, 再作出 $b'e'$ 。
- (3) 用直角三角形法求出 BE 对 H 面的倾角即为平面对 H 面的倾角 α 。

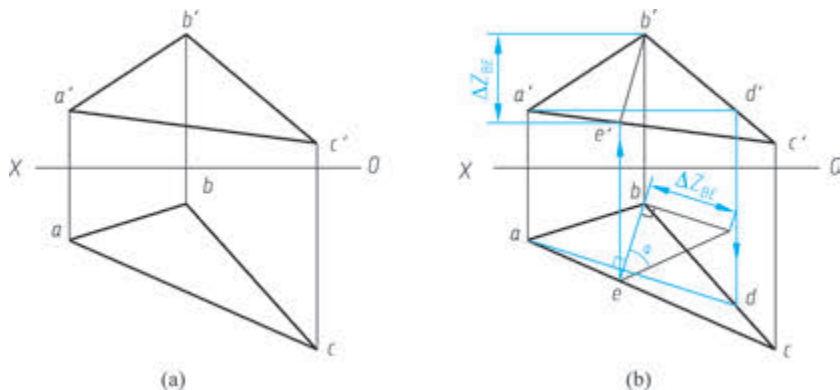


图 2.40 求 $\triangle ABC$ 对 H 面的倾角

2.5 直线与平面以及两平面间的相对位置

2.5.1 平行问题

1. 直线与平面平行

若一直线平行于平面内任意一直线, 则该直线平行于该平面。

在图 2.41 中, 直线 DE 的正面投影 $d'e' \parallel m'n'$, 水平投影 $de \parallel mn$, 因为直线 MN 位于 $\triangle ABC$ 内, 所以 $DE \parallel \triangle ABC$ 。

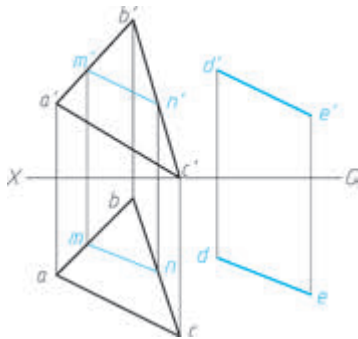


图 2.41 直线与平面平行

【例 2.19】 过已知点 M , 求作一水平线 MN 平行于已知平面 $\triangle ABC$, 如图 2.42(a) 所示。

分析：在 $\triangle ABC$ 内取一条水平线 AD , 然后过 M 作该直线的平行线即为所求。



Video

作图(见图 2.42(b)): 过 a' 作直线 $a'd' \parallel OX$ 轴交 $b'c'$ 于 d' , 按投影关系确定 d 。作 $m'n' \parallel a'd'$, $mn \parallel ad$, 则 MN 即为所求。

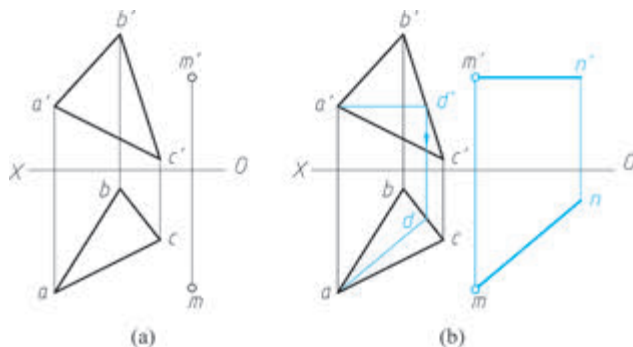


图 2.42 作直线与平面平行

2. 平面与平面平行

若两个平面内各有一对相交直线对应地平行, 则这两个平面互相平行。如图 2.43(a) 所示, 平面 P 内的一对相交直线 AB 和 BC 相应地平行于平面 Q 内的一对相交直线 ED 和 DF , 则该两平面平行, 其投影图如图 2.43(b) 所示。

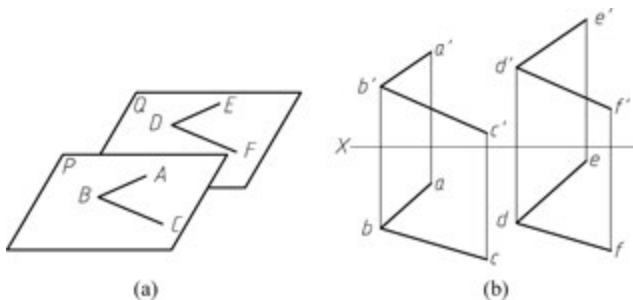


图 2.43 两平面平行

【例 2.20】 判断 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是否平行。已知 $AC \parallel EF$, 如图 2.44(a) 所示。

分析: 两平面平行的条件是分别位于两平面内的一对相交直线对应平行。该题只要再判断 $\triangle ABC$ 内与 AC 相交的某条直线是否平行于 $\triangle DEF$ 内与 EF 相交的一条直线即可。

作图(见图 2.44(b)): 过 f' 作直线 $f'k' \parallel b'c'$ 交 $e'd'$ 于 k' , 求直线 ED 上的点 K 的水平投影 k , 连 ek , 则直线 EK 在 $\triangle DEF$ 内。由于 $fk \parallel bc$, 因而 $FK \parallel BC$, 所以 $\triangle ABC \parallel \triangle DEF$ 。

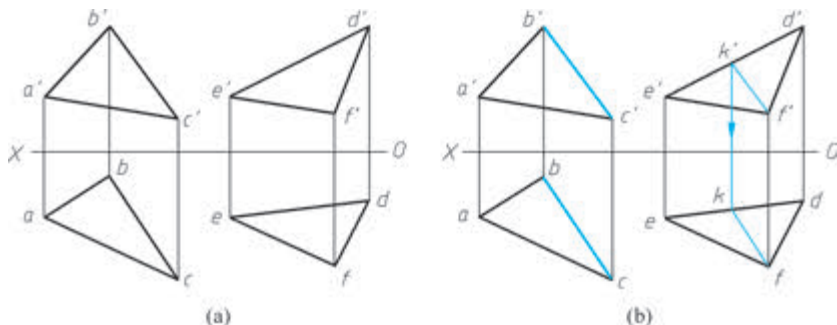


图 2.44 判断两平面是否平行



Video

2.5.2 相交问题

1. 直线与平面相交

直线与平面相交的交点是直线与平面的共有点,其投影既满足直线上点的投影特性,又满足平面内点的投影特性。

当直线或平面其中之一的投影具有积聚性时,交点的投影也必定在有积聚性的投影上,由此得到交点的一个投影,然后按点在直线或平面上的关系求出另外的投影。

由于平面是不透明的,则在投射(或观察)时直线总有一部分被平面遮住看不见,不可见部分画成虚线。交点是可见段和不可见段的分界点,求出交点后还要判别线段的可见性。

1) 一般位置直线与特殊位置平面相交

当一般位置直线与特殊位置平面相交时,平面有积聚性的投影和直线同面投影的交点,即为直线与特殊位置平面交点投影;可见性的判断可以在投影图中直接判断。

【例 2.21】 求直线 AB 与 $\triangle CDE$ 交点 K 的投影,并判别可见性,如图 2.45(a)所示。

解: (1) 求交点。因 $\triangle CDE$ 为铅垂面,其水平投影呈积聚性,根据交点的共有性,可确定 K 的水平投影 k ,再利用交点 K 位于直线 AB 上的投影特性,可求出交点的正面投影 k' 。如图 2.45(b)所示。

(2) 可见性判别。由水平投影可知, KB 在 $\triangle CDE$ 之前,故正面投影 $k'b'$ 可见,而 $k'a'$ 与 $\triangle c'd'e'$ 重叠部分不可见,应画成虚线。

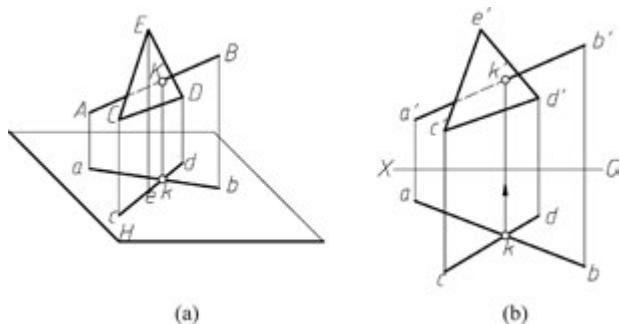


图 2.45 求一般位置直线与铅垂面的交点

2) 投影面垂直线与一般位置平面相交

若平面与投影面垂直线相交,其交点一个投影就重合在该直线积聚成一点的同面投影上,因交点也在平面上,故可以利用平面上取点,求出交点其他的投影;可见性可利用交叉直线重影点判别。

【例 2.22】 求铅垂线 AB 与一般位置平面 $\triangle CDE$ 的交点 K ,并判别可见性,如图 2.46 所示。

解: (1) 求交点(见图 2.46(b))。由于直线 AB 的水平投影有积聚性,故交点 K 的水平投影与直线 AB 的水平投影重合。又因交点 K 也在 $\triangle CDE$ 内,故可利用平面上取点的

方法,作出交点 K 的正面投影 k' 。

(2) 可见性判别(见图 2.46(c))。取交叉直线 AB 和 CD 正面投影中的重影点 $1'$ 和 $2'$ (假设点 1 在直线 CD 上,点 2 在直线 AB 上),求出它们的水平投影,从中可以看出 1 在 2 前面。因此,直线 AB 上的 $K2$ 线段位于平面后方是不可见的,其正面投影画成虚线,相反交点 K 的另一侧位于平面上方,是可见的,其正面投影画成粗实线。

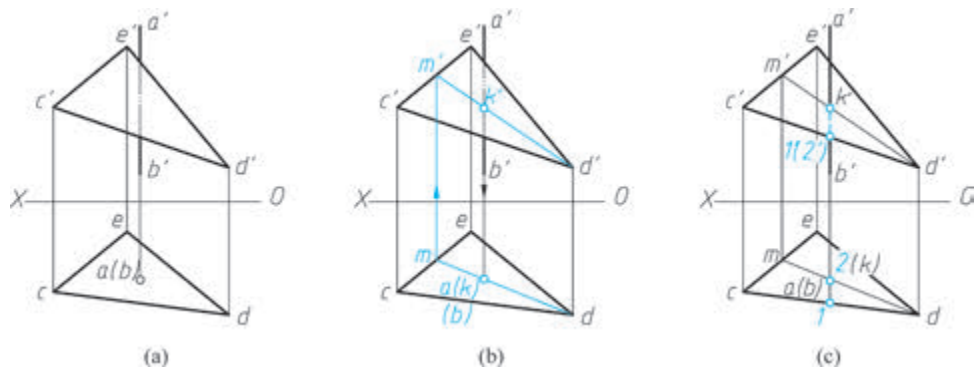


图 2.46 求铅垂线与一般位置平面的交点

3) 一般位置直线与一般位置平面相交

当直线和平面相交但它们的三面投影都不积聚时,可通过添加辅助平面的方法求交点。如图 2.47 所示,直线 MN 与平面 $\triangle ABC$ 相交,交点为 K 。通过直线 MN 作一辅助平面 P 垂直于 H 面,并与 $\triangle ABC$ 相交,交线 EF 必与 MN 相交,其交点 K 是直线 MN 与 $\triangle ABC$ 的共有点,即为直线 MN 与 $\triangle ABC$ 的交点。

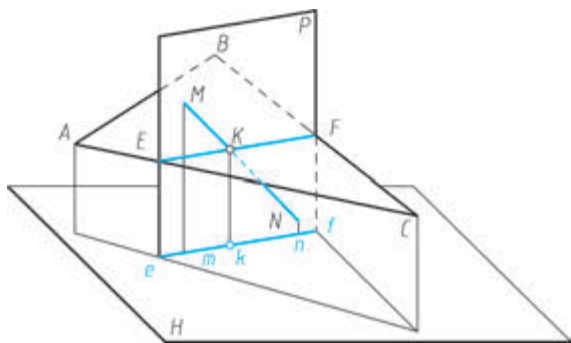


图 2.47 用辅助平面法求交点

用辅助平面法求直线与平面的交点的作图步骤如下:

- (1) 过已知直线投影作与投影面垂直的辅助平面;
- (2) 作出辅助平面与已知平面的交线;
- (3) 求该交线与已知直线的交点,即为所求的交点;
- (4) 判断投影图中的可见性。

【例 2.23】 如图 2.48(a)所示,求直线 MN 与 $\triangle ABC$ 的交点 K 。

分析: 一般位置直线和一般位置平面相交,用辅助平面法求交点。

作图(见图 2.48(b)):