第5章 角度测量与分辨

为了确定目标的位置，不仅要测定目标的距离，而且要测定目标的方向，即测定目标的角坐标，包括目标的方位角和俯仰角。方位角和俯仰角的测量和分辨的原理是相同的。

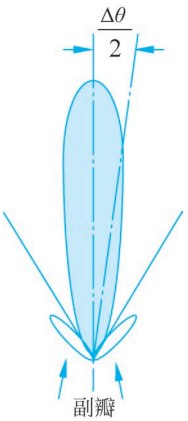


图 5.1　典型的基阵波束

雷达和声呐测角的物理基础之一是波在均匀介质中的匀速直线传播。

雷达和声呐测角的物理基础之二是天线或声基阵具有指向性，它对于幅度测向是必需的。指向性是指天线或基阵具有能量的聚集性，反映了发射能量或接收能量在角度上的分布。从发射的角度来看，其波束像探照灯的光束一样，如图 5.1 所示。从接收的角度来看，指向性是空间滤波器，它只让主瓣方向的信号和副瓣方向的信号进来。副瓣方向的信号实际上是干扰，因此需要尽量降低副瓣的电平。在设计天线或声阵列时更不能出现栅瓣，所谓栅瓣，是在角度测量范围内出现多个主瓣。如果出现栅瓣，则会出现角度模糊。角度的分辨率也是天线或声基阵的指向性提供的。

雷达和声呐测角的物理基础之三是波束方向必须能够改变。波束方向的改变包括角度改变（旋转或多波束）和平移（侧扫雷达或声呐），其目的是实现全方位探测和角度测量。对于天线或基阵有指向性的情形，这一点是必需的。角度改变又分成机械扫和电子扫描（简称电扫）。

本章主要讨论测角的基本方法、波束扫描方法、雷达自动测角、阵列波束扫描、相控阵雷达和三坐标雷达等。

5.1　角度测量与分辨的性能

5.1.1　指向性函数及参数

角度测量及分辨与天线或基阵的指向性密切相关。指向性可以用指向性函数完全描述，但在工程应用中，我们关心的往往是指向性的主要参数，有了这些参数，指向性就基本确定了。

1. 指向性函数

指向性函数是天线或基阵发射能量或接收信号响应在二维角度（方向角和俯仰角）上的分布，通常进行了归一化处理。如图 5.2 所示，对于面阵，其归一化指向性函数记为 $D(\alpha,\theta)$，α 和 θ 分别为俯仰角和方位角（与阵法线的夹角）。

2. 主瓣宽度与分辨率

如图 5.1 所示，天线或基阵由主瓣（阴影部分）和副瓣（箭头所示）构成。主瓣宽度通常定义为 3dB 对应的波束宽度，简称束宽。角度的分辨率就是主瓣宽度。

3. 副瓣高度

副瓣高度采用相对副瓣电平（假定主瓣电平为 0dB）和积分副瓣电平来定义。

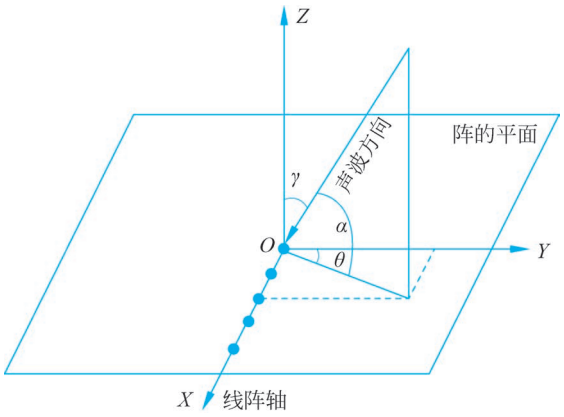


图 5.2　指向性函数坐标系

4. 聚集系数与指向性指数

聚集系数是衡量基阵抑制各向同性噪声的能力的一个量。对于任意波束形状，在如图 5.2 所示的坐标系中，它的定义为

$$\gamma=\frac{4\pi}{\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\alpha\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}|D(\alpha,\theta)|^2\cos\theta\mathrm{d}\theta} \tag{5.1}$$

其中，4π 为球面对应的空间角，分母为指向性函数模平方的积分，是波束对应的空间角度的度量。对于一个无指向性的小球换能器，式(5.1)分母积分的结果就是 4π。

通常噪声是各向同性的，因此聚集系数是阵处理获得的空间信噪比增益。$\mathrm{DI}=10\lg\gamma$ 称为指向性指数，在声呐方程中会经常用到。

当波束为回转体(如线阵)时，式(5.1)简化为

$$\gamma=\frac{2}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2}|D(\theta)|^2\cos\theta\mathrm{d}\theta} \tag{5.2}$$

其中，$D(\theta)$为线阵的指向性函数。

5.1.2　角度测量与分辨的性能指标

角度测量的测量性能可用测角的维度(方位、俯仰)、测角范围、测角速度(数据率，尤其对于三坐标雷达)、测角准确度或精度来衡量。

测量的准确度或精度用测角误差的大小来表示，它包括系统本身调整不良引起的系统误差及由噪声和各种起伏因素引起的随机误差。调整良好的系统测量精度主要由随机误差决定。

角分辨能力用角度分辨率或角度线分辨率来衡量。角度分辨率是指在多目标的情况下，雷达和声呐能在角度上把它们分辨开的能力，它等于主瓣宽度(方位束宽和俯仰束宽)。角度线分辨率是指通过角度能分辨的物体的尺寸。对于一个给定的天线或基阵，它的角度线分辨率通常与距离成正比。角度分辨率可能是一维的(方位或俯仰)，其波束

是扇形的；也可能是二维的，具有方位和俯仰，其波束是针状的。

5.2 测角基本方法

如图 5.3 所示，测角的方法主要分为幅度法和波程差法两大类。幅度法测角分成最大信号法和等信号法。波程差法又分成相位法和时延法两种，这两类方法是完全不同的，分别对应于距离测量中的相位测距和脉冲测距。相位法又可以分成比相法和互谱法。相同的天线或基阵可以采用不同的方法；例如，边跟边扫雷达（TWS）既可以采用最大信号法，也可以采用等信号法；被动声呐既可以采用多波束法，也可以采用互谱法。相同的方法可以用于不同类型的天线或基阵，例如，最大信号法既可以用于 TWS 雷达，也可以用于多波束声呐或雷达。

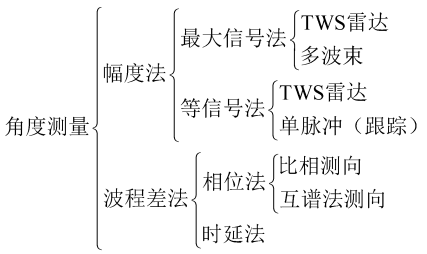


图 5.3 测角方法的分类图

5.2.1 幅度法测角

幅度法测角是用接收阵收到的回波信号幅度值进行角度测量，该幅度值的变化规律取决于基阵方向图以及扫描方式。幅度测角要求波束具有指向性。

幅度法测角可分为最大信号法和等信号法两大类。

5.2.1.1 最大信号法

最大信号法是雷达、声呐系统中测角常用且行之有效的方法之一。由于天线或声基阵输出电压随目标方位角的变化而变化，可以利用接收到的信号幅度达到最大时天线或换能器的指向来测量目标方位。

最大信号法可以用于单波束和多波束系统。

最大信号法的单波束典型应用是搜索雷达、图像声呐等。以搜索雷达为例，波束接触目标到离开目标的回波如图 5.4(a)所示。如果天线转动角速度为 ω_a(r/min)，脉冲雷达重复间隔为 T_r，则两脉冲间的天线转角为

$$\Delta\theta_s = \omega_a \frac{360^\circ}{60} T_r \tag{5.3}$$

这样，天线轴线(最大值)扫过目标方向时，不一定有回波脉冲，也就是说，将产生相应的“量化”测角误差 $\Delta\theta_s$。

对于采用人工录取的雷达，操纵员在显示器画面上看到回波最大值的同时读出目标的角度数据即可。

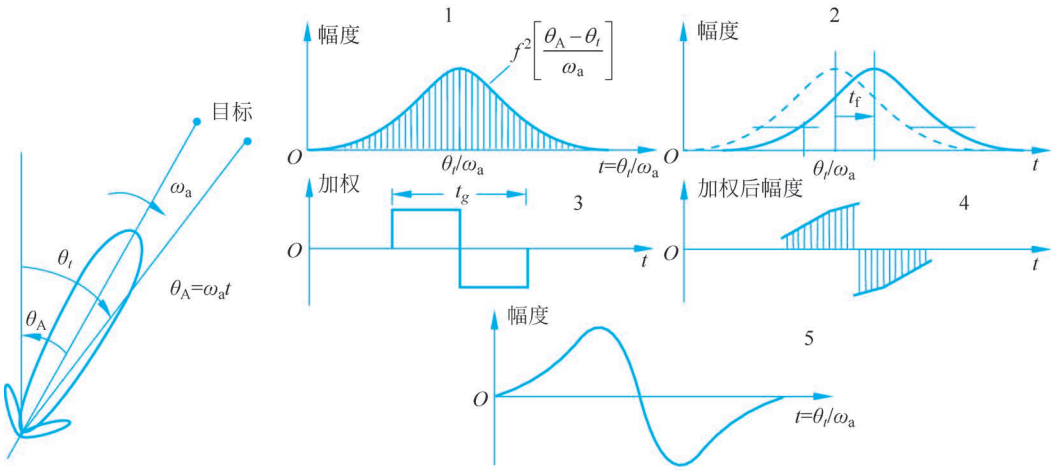
自动录取的雷达有两种检测峰值的方法，其中一种方法是将回波与天线的方向图做相关处理，相关峰值的位置即为目标的角度，它相当于空间匹配滤波，从而提高信噪比，可有效地克服漏报和虚警。这种方法会出现一个固定的滞后，如图 5.4(b)波形 2 实线所示(虚线为实际位置)，但可以消除掉。

多波束系统在声呐中普遍使用，声呐在空间（不同方位）同时形成多个波束，属于同时波瓣，哪个波束信号强，就认为目标在该波束对应的方向上。利用人耳或视觉显示器均可判断最大信号幅度值，因而在分析其性能时，还与选择何种方式显示有关。

最大信号法测向的主要优点：一是测向过程简单；二是测向是在信号最大值时获得的，所以信噪比最大，这在粗略测向的远程搜索时显得特别重要；三是人耳不仅可判别目标的性质，且在小信噪比下仍可判别目标的方位。

最大信号法测向的主要缺点：一是测角精度不高，这是因为波束方向性图在最大值附近比较平坦，所以信号幅度随天线或换能器转动角度变化小，不够灵敏；二是信号的振幅总是正值，不能判断目标偏离轴线的方向，所以最大信号法不能用于精密跟踪和精密测角，只能用于目标搜索。

最大信号法测向的精度主要取决于天线或换能器方向性主瓣的宽度和信噪比。



(a) 波束　　(b) 波形图

图 5.4　搜索雷达测角方法比较

5.2.1.2　等信号法

等信号法分成两类：一类是搜索雷达用等信号法，另一类是单脉冲（跟踪）法。

1. 搜索雷达用等信号法

该方法适用于单波束搜索雷达。采用图 5.4(b)波形 3 所示角度波门的方法，当前后波门信号能量和相等时所在的位置即为目标位置，这种方法还可以实现角度跟踪。图 5.2(b)波形 5 是差波束图，而波形 3 的波门是其近似实现。

该方法的测量精度为

$$\sigma_\theta=\frac{\theta_B}{K_p\sqrt{2E/N_0}}=\frac{\theta_B\sqrt{L_p}}{K_p\sqrt{2(S/N_0)_m^n}} \tag{5.4}$$

式中，θ_B 为天线波束宽度；E/N_0 为脉冲串能量和噪声谱密度之比；K_p 为误差响应曲线的斜率，见图 5.2(b)波形 5；L_p 为波束形状损失；$(S/N_0)_m$ 是中心脉冲的信噪比；n

为单程半功率点波束宽度内的脉冲数。在最佳积分处理条件下，$K_p/\sqrt{L_p}=1.4$，则

$$\sigma_\theta=\frac{0.5\theta_B}{\sqrt{(S/N_0)_m^n}} \tag{5.5}$$

2. 单脉冲法

以方位测角为例，如图 5.5(a)所示，左、右两个天线可以分别得到左、右两个波束，两个波束相加得到和波束(如图 5.5(b)所示)，两个波束相减得到差波束(如图 5.5(c)所示)，请注意差波束的正负和分岔的现象(左正右负)。差波束是两个相同且彼此部分重叠的波束。和差波束的电压响应如图 5.5(d)所示。如图 5.6(a)所示，如果目标处在两波束的交叠轴 OA 方向，则两波束收到的信号强度相等，等信号轴所指方向即为目标方向；如果目标处在 OB 方向，则波束 2 的回波比波束 1 的回波强；如果目标处在 OC 方向，则波束 2 的回波较波束 1 的回波弱。因此，比较两个波束回波的强弱就可以确定目标偏离等信号轴的方向。

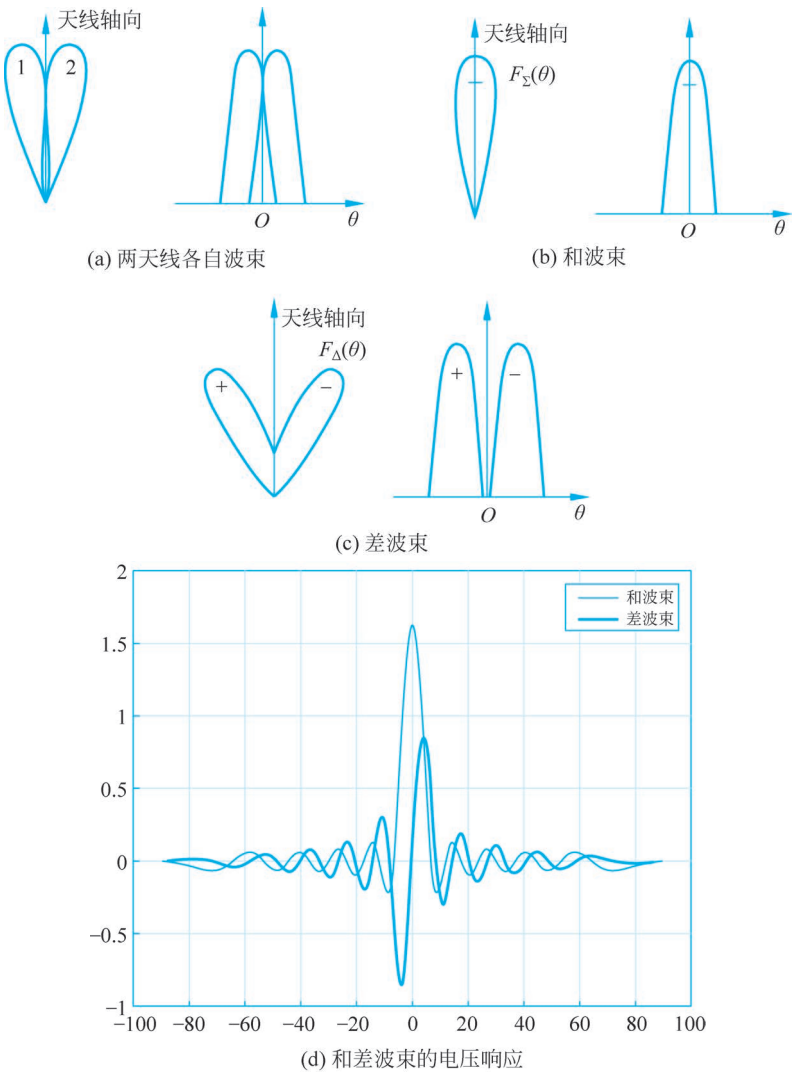


图 5.5　和差波束及其响应

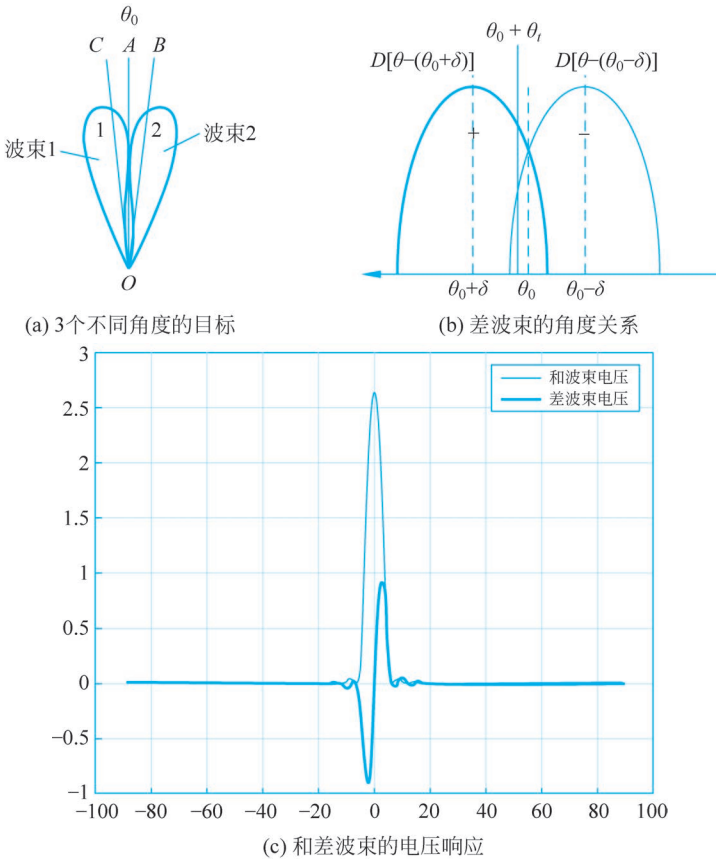


图 5.6 等信号法测角和差波束

在实际应用中通常使用比幅法，如图 5.6(b)所示，设差信号 $\Delta u = u_1 - u_2$，u_1 和 u_2 分别为波束 1 和波束 2 输出的电压，当 $\Delta u > 0$ 时，说明目标在 θ_0 方向的左边；当 $\Delta u < 0$ 时，说明目标在 θ_0 方向的右边。所以用 Δu 的大小和正负即可判定是否对准目标，并确定偏离方向。

假定左右波束指向性函数形状相同且左右对称，定义 δ 为两波束最大值方向偏离等信号轴 θ_0 的角度，左右波束的指向性函数分别为 $D[\theta-(\theta_0+\delta)]$和 $D[\theta-(\theta_0-\delta)]$。

发射或接收的和波束指向性函数为

$$D_\Sigma(\theta) = D[\theta-(\theta_0+\delta)] + D[\theta-(\theta_0-\delta)] \tag{5.6a}$$

接收的差波束定义为

$$\begin{aligned} D_\Delta(\theta) &= D[\theta-(\theta_0+\delta)] - D[\theta-(\theta_0-\delta)] \\ &= D[(\theta-\theta_0)-\delta] - D[-\delta-(\theta-\theta_0)] \end{aligned} \tag{5.6b}$$

第二个等号成立是因为波束 1、波束 2 具有轴对称性。对于偏离等信号轴角度为 θ_t 的目标，和波束接收信号的电压为

$$\sum u(\theta) \approx 2kD_\Sigma^2(\theta)\,|_{\theta=\theta_0} \tag{5.7}$$

其中，k 为收发增益和传播衰减等。由式(5.6b)，差波束接收信号的电压为

$$\Delta u(\theta_t)=u_1(\theta_t)-u_2(\theta_t)=kD_\Sigma(\theta)[D(\theta_t-\delta)-D(-\delta-\theta_t)]$$
$$\approx 2kD_\Sigma(\theta)D'(\theta)\mid_{\theta=-\delta}\theta_t \tag{5.8}$$

式中，k 为常数，$D(\cdot)$为指向性函数。

归一化的差信号为

$$\frac{\Delta u(\theta)}{\sum u(\theta)}=\frac{D'(\theta)}{D_\Sigma(\theta)}\bigg|_{\theta=-\delta}\theta_t \tag{5.9}$$

从式(5.9)可以看出，由于 θ_0 是确定的，因此归一化的差信号大小与 θ 的大小成正比。振幅差值法的特点是：与下面将要介绍的相位法相比，测向精度不如相位法高，但抗各向同性干扰能力强，因为当干扰信号在方向、时间和频率上对两个接收天线或换能器都一样时，经相减后输出为零；与最大值法相比，测向精度更高；另外，由于等信号轴方向不在波束的最大方向上，因此在发射功率相同的情况下，用它来搜索目标，其作用距离不如最大信号法大。

由于在搜索、发现目标时，最大信号法优于振幅差值法，在定向精度上相位法又优于振幅差值法，所以一般不用振幅差值法发现目标，也不用该方法定向。当目标稍偏离 θ_0 方向时，可利用振幅差值法中两个天线或换能器输出信号振幅差 Δu 较大的特点，用振幅差值法进行角度自动跟踪。使用振幅差值法一个非常重要的前提是两波束等信号轴必须与目标方位接近。

和差信号法常用于跟踪状态的单脉冲雷达和压差式矢量水听器。由此可见，要充分发挥矢量水听器的性能，必须有跟踪系统。

5.2.2 波程差法测角

波程差法利用阵元之间的波程差进行角度测量。与三点式测距一样，波程差法分成相位法和时延法两大类，分别对应距离测量中的相位测距法和脉冲测距法；其特点与对应的测距方法类似，相位法精度高，但存在模糊问题；时延法精度低，但不存在模糊问题。相位法又分成比相法和互谱法。

5.2.2.1 比相法测角原理

相位法测角利用一对天线或阵元所接收回波信号之间的相位差进行测角。比相法测角并不要求天线或阵元具有指向性，且对于有指向性的天线或阵元也适用，但目标方向应该在主瓣范围内。如图 5.7 所示，设在 θ 方向(上为正，下为负)有一远处目标，则到达接收点处目标所反射的回波近似为平面波。两天线或阵元间距称为基线 d，它们所接收到的信号由于存在波程差 ΔS 而产生相位差 φ，且有

$$\varphi=\varphi_1-\varphi_2=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta S=\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta \tag{5.10}$$

式中，λ 为波长，φ_i 为第 i 个阵元的绝对相位。如用相位计进行比相，测出其相位差 φ，就可以确定目标方向 θ。

使用相位法的前提是接收天线或基阵无指向性，对于有指向性天线或基阵，指向性

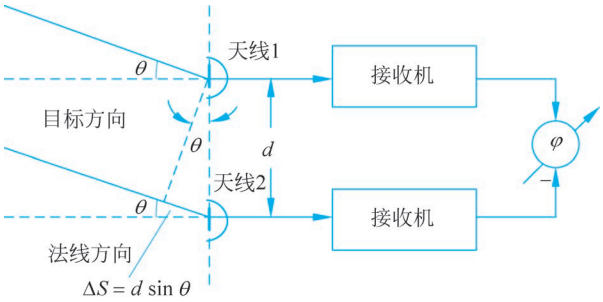


图 5.7　相位法测角示意图

必须与目标相接近，否则会降低信噪比，影响估计精度。

由于鉴相器角度范围为$-\pi\sim\pi$，由式(5.10)可知，要保证测角不模糊，阵元间隔必须小于或等于半波长，即：

$$d \leqslant \frac{\lambda}{2} \tag{5.11}$$

对于有指向性的天线或基阵，这个条件可以放宽，因为指向性可以避免出现模糊。(见思考题与习题 5.2)

对式(5.10)微分，得

$$\mathrm{d}\theta = \frac{\lambda}{2\pi d\cos\theta}\mathrm{d}\varphi \tag{5.12}$$

由式(5.12)可知，偏离基线的法线方向，测角精度变低。可通过增大基线长度来提高测角精度，但为了避免模糊，又不能增加基线长度，采用多基线技术即可达到解模糊的目的。多基线常用于电子对抗中的角度侦察。比较有效的办法是利用三天线测角设备，间距大的 1、3 天线用来得到高精度测量，而间距小的 1、2 天线用来解决多值性，如图 5.8 所示。

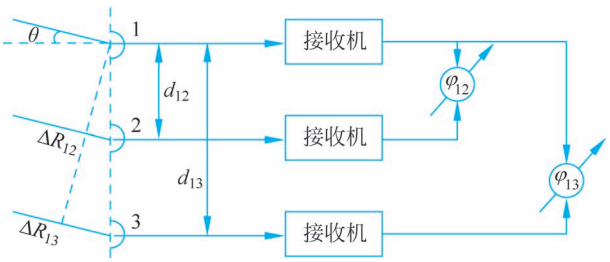


图 5.8　三天线解模糊框图

设目标方向为 θ，天线 1、2 之间的距离为 d_{12}，天线 1、3 之间的距离为 d_{13}，适当选择 d_{12}，使天线 1、2 收到的信号间相位差在测角范围内均满足：

$$\varphi_{12} = \frac{2\pi}{\lambda}d_{12}\sin\theta \leqslant 2\pi \tag{5.13}$$

φ_{12} 由相位计 1 读出。根据要求，选择较大的 d_{13}，则天线 1、3 收到的信号相位差为

$$\varphi_{13}=\frac{2\pi}{\lambda}d_{13}\sin\theta=2\pi N+\psi \tag{5.14}$$

φ_{13} 由相位计 2 读出，但实际读数是小于 2π 的 ψ，ψ 是相位计 2 的读数。为了确定 N 值大小，可利用如下关系：

$$\varphi_{13}=\frac{d_{13}}{d_{12}}\varphi_{12} \tag{5.15}$$

只要 φ_{12} 的读数误差值不大，就可用于确定 N。

$$N=\mathrm{int}\left[\frac{d_{13}}{2\pi d_{12}}\varphi_{12}\right] \tag{5.16}$$

式中，int[·]表示取整。

比相法测向阵元通常是无指向性的，因此没有角度分辨率。以上仅讨论了 3 个阵元时的情形，对于多阵元系统，比相法测向采用阵列信号处理技术。它可以提供多个目标分辨能力，如果阵元数为 M，那么可以分辨 $M-1$ 个目标。由此，两个阵元比相的方法仅能分辨单个目标。

5.2.2.2 互谱法测角原理

互谱法用于宽带情形下的精确测向，通常用于被动声呐。互谱法本质上是在不同频率上进行比相测向。互谱法可以用于一对阵元，也可以用于阵列角度精确测量。

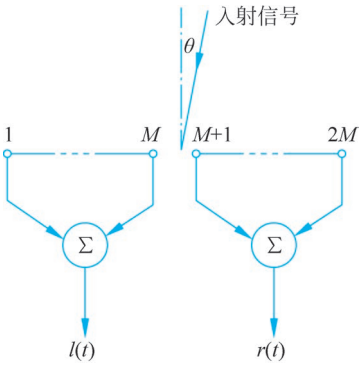


图 5.9 分裂波束测向

互谱法用于阵列角度精测称为分裂波束法。以分裂波束为例，说明互谱法原理。如图 5.9 所示，在目标的方向（由最大值信号法确定）上，将基阵分割成两个部分，分别形成等效相位中心不同、指向性函数重叠的两个波束，计算两个分裂波束信号的互功率谱来估计信号之间的时延 τ，进而计算出目标的精确方位 θ，称为互谱法精确定向，这是被动声呐中数字式声呐精确定向的一种新方法。

设一对分裂波束信号分别为 $l(t)=x(t)$ 和 $r(t)=x(t+\tau)$，其中，τ 为相对时延，可以通过计算 $l(t)$ 与 $r(t)$ 的互功率谱求出 τ。

若信号 $x(t)$ 的傅里叶变换为 $X(f)$，根据傅里叶变换时延不变性，$r(t)$ 的傅里叶变换为

$$R(f)=X(f)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f\tau} \tag{5.17}$$

$l(t)$ 与 $r(t)$ 的互功率谱为

$$G_{\mathrm{LR}}(f)=L^{*}(f)R(f)=|X(f)|^{2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f\tau}Y(f)=|X(f)|^{2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f\tau} \tag{5.18}$$

可知，τ 的信息包含于互谱 $Z(f)$ 的相位角 φ 之中：

$$\varphi(f)=2\pi f\tau=\arctan\left\{\frac{\mathrm{Im}[G_{\mathrm{LR}}(f)]}{\mathrm{Re}[G_{\mathrm{LR}}(f)]}\right\} \tag{5.19}$$

5.2.2.3 时延法测角原理

比相法测角仅适合单频信号或窄带信号，对于宽带信号必须采用时延法代替相位

法。通常主动雷达和声呐信号属于窄带信号；被动声呐带宽范围很宽，一般为 10Hz～10kHz，属于宽带信号。

时延法测角通常利用一对天线或阵元所接收回波信号之间的时间差进行测角，如图 5.7 所示，设在 θ 方向有一远处目标，则到达接收点处目标所反射的回波近似为平面波。两天线或阵元间距称为基线 d，它们所接收到的信号由于存在波程差：

$$\Delta S = d\sin\theta \tag{5.20}$$

导致两路信号存在时延：

$$\tau_{21} = \tau_2 - \tau_1 = \frac{\Delta S}{C} = d\sin\theta / C \tag{5.21}$$

其中，τ_i 为第 i 个阵元的绝对时延。以阵元 2 为基准求互相关函数：

$$R_{21}(\tau) = \int_{-T}^{T} s_1(t-\tau)s_2^*(t)\mathrm{d}t \tag{5.22}$$

其中，s_i 为第 i 个阵元的信号，互相关函数 $R_{21}(\tau)$ 峰值对应时延即为时延差的估计值 $\hat{\tau}_{21}$。可以证明，时延法测角的均方根误差为

$$\sigma_\theta = \frac{C}{d\cos\theta}\sigma_\tau = \frac{C}{d\cos\theta}\frac{1}{\pi\sqrt{2\mathrm{SNR}\,B_e}} \tag{5.23}$$

其中，B_e 为二阶中心带宽。可以看出，时延法测角误差与带宽成反比，只有当信号带宽足够大时，时延法测角才有性能优势。

5.2.3 测角方法比较

表 5.1 将以上测角方法按测角精度、角度分辨率、阵增益、适用的信号类型和特点等方面进行了比较。其中测角精度、分辨率、阵增益决定了测角方法的性能，是首先考虑的要素。在比较测量精度时假定信噪比相同。实际应用时测量精度要考虑阵增益对信噪比的影响，以相位法为例，可以用于单脉冲雷达，也可以用于电子侦察。前者往往有很大的抛物面天线，有很高的天线增益和很好的角度分辨率；后者可以采用两个阵元，孔径小（半波长），测角精度并不高，且没有角度分辨率。

通常幅度方法的精度劣于相位法，因此声呐中多波束方法测角精度不如相位法中的互谱法。但这并不意味着在实际应用中比相法测向精度高，相反它如果利用双阵元或天线测角，由于孔径小，波束宽且阵增益低，故测量精度很低。

表 5.1 测角方法性能比较表

性能	幅度法		波程差法		
			相位法		时延法
	最大信号法	等信号法	比相法	互谱法	
指向性要求	要求指向性		不要求指向性		
测角精度	较高	略高	理论上高 实际不会高	高	与带宽有关，通常很低

续表

性能	幅度法		波程差法		
			相位法		时延法
	最大信号法	等信号法	比相法	互谱法	
角度分辨率	通常高		分辨率由阵孔径决定，除了分裂波束法，其他应用通常没有分辨率		
阵增益	基阵增益				
测量的角度范围	由天线或阵扫描角度决定		角度分辨率高时，由天线和阵扫描角度决定		
信号类型	无限制		窄带	宽带	
角度先验信息	不需要	TWS雷达不需要，单脉冲跟踪需要	无指向性基阵不需要，有指向性基阵需要，必须保证目标在主瓣范围内（如分裂波束法）		
特点	应用广泛	应用广泛	存在模糊		测角不模糊
典型应用	TWS雷达、多波束、侧扫声呐	TWS雷达、单脉冲雷达（跟踪）	无指向性应用：电子侦察；干涉合成孔径。 有指向性应用：单脉冲雷达	被动声呐方位精测	干涉合成孔径声呐

5.3 阵列天线波束扫描

对于角度测量来说，天线和基阵除了应具有方向性外，还必须能够改变波束方向，以扩大搜索区域。小型雷达可以采用机械旋转的方式改变波束的方向，但如果雷达天线或声呐声基阵太大，机械旋转就不可能了，这时就要用到阵列天线技术。阵列天线或声基阵是指由多个小阵元构成的大的天线阵或声基阵，它的优点是：

（1）波束的改变不需要采用机械旋转，因为波束扫描速度很快，且天线孔径可以做得很大。

（2）可以同时形成多个波束，同时检测和跟踪多个目标。

阵列天线是我们熟知的声呐基阵和相控阵雷达的工作基础。

波束形成分成模拟波束形成和数字波束形成两类。声呐模拟波束形成通常采用无源网络（电感、电容和电阻）或有源网络（运放、电容和电阻）实现移相或延时，相控阵雷达采用各类移相器和延时线实现移相或延时。

采用数字处理的方式实现波束形成，称为数字波束形成（DBF）。对于现代声呐而言，几乎所有的大型声呐都采用声基阵，波束形成完全由电子控制扫描（发射）和数字波束形成（接收）完成。目前雷达数字形成技术也正在走向战场应用，这就是数字阵列雷达（DAR）。

本节主要讨论均匀线阵窄带波束形成方法和性能，以及阵元间隔应如何选取。在性能部分主要研究阵指向性参数，包括主瓣宽度、副瓣高度和增益。然后讨论均匀线阵宽

带波束形成、非均匀线阵和圆柱阵波束形成及其指向性参数。最后讨论用于降低副瓣电平的加权方法和保证基阵单向辐射的加档方法。

5.3.1 远场条件

图 5.10 是推导远场条件的示意，其中线天线 AB 长度为 L，点源位于 O 点。

天线边缘与中心的程差为 CD：

$$CD=\sin\frac{\theta}{2}AD\approx\sin\frac{\theta}{2}\overset{\frown}{AD}=\sin\frac{\theta}{2}R\theta\approx\frac{\theta^2}{2}R\approx\frac{R}{2}(\sin\theta)^2=\frac{R}{2}\left(\frac{L/2}{R}\right)^2=\frac{L^2}{8R} \tag{5.24}$$

程差对应的相位差为

$$\varphi=k\frac{L^2}{8R}=\frac{2\pi}{\lambda}\frac{L^2}{8R}\leqslant\frac{\pi}{4} \tag{5.25}$$

等效为

$$R\geqslant\frac{L^2}{\lambda} \tag{5.26}$$

因此远场条件为

$$R\gg\frac{L^2}{\lambda} \tag{5.27}$$

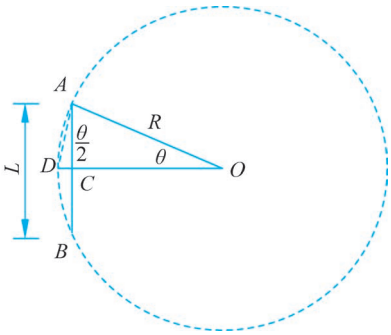


图 5.10 推导远场条件的示意

满足远场条件时，波前可以视为平面。因此远场假设就是平面波假设。

5.3.2 天线的乘积定理

如图 5.11 所示，若复合阵由 $N=N_1N_2$ 个阵元组成，其中有 N_2 个相同结构的子阵，每个子阵又由 N_1 个相同阵元构成；复合阵可以是线阵组合(如图 5.11(a)所示)，也可以是面阵组合(如图 5.11(b)所示)；则复合阵的指向性函数为

$$D(\alpha,\theta)=D_1(\alpha,\theta)D_2(\alpha,\theta) \tag{5.28}$$

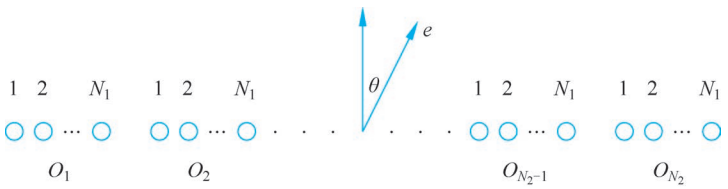
其中，α 和 θ 分别为方位角和俯仰角，$D_1(\alpha,\theta)$ 和 $D_2(\alpha,\theta)$ 分别为子阵(N_1 个阵元)和 N_2 个子阵等效中心阵的指向性函数。

5.3.3 均匀离散线阵窄带波束形成与方向性

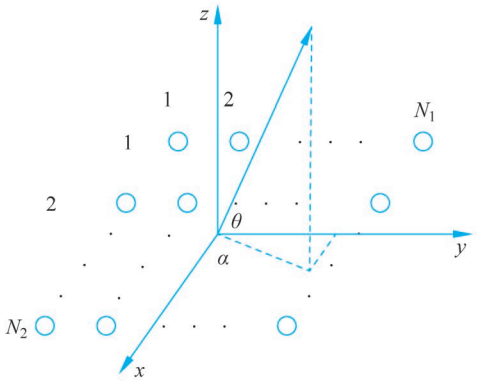
5.3.3.1 均匀离散线阵自然指向性函数

图 5.12 给出了一个基元间隔相等的线阵，接收器自左至右依次编为 $H_1,H_2,\cdots,H_N$，假定基元的间隔为 d。为了计算方便，将时间的参考点选在 H_1。假定源处在远场，入射波为平面波。设入射信号为单频信号 $A\cos(2\pi ft)$，它与基阵法线方向的夹角 θ 称为到达方向(Direction Of Arrival，DOA)或到达角，那么第 i 个基元 H_i 所接收到的信号超前 H_1，它是由程差 H_iP_i 引起的：

$$H_iP_i=(i-1)d\sin\theta \tag{5.29}$$



(a) 线阵组合



(b) 面阵组合

图 5.11　复合阵示意图

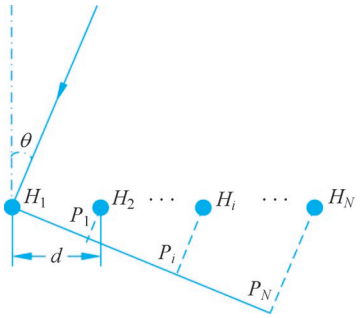


图 5.12　基元间隔相等的线阵

则第 i 个基元 H_i 所接收到的信号复包络为

$$\tilde{s}_i(t)=A\exp\{\mathrm{j}2\pi(i-1)d\sin\theta/\lambda\} \tag{5.30}$$

式中，λ 为波长，A 为包络，j 为虚数单位。考虑信号是单频的，所以 H_i 和 H_1 输出信号的相位差为

$$\varphi_i=2\pi(i-1)\frac{d}{\lambda}\sin\theta=(i-1)\varphi \tag{5.31}$$

记 $\varphi=(2\pi/\lambda)d\sin\theta$，对 $\tilde{s}_i(t)$ 求和，得

$$\tilde{s}(t)=\sum_{i=1}^{N}\tilde{s}_i(t)=A\sum_{i=1}^{N}\exp[\mathrm{j}(i-1)\varphi] \tag{5.32}$$

使用等比级数求和以及尤拉公式，可得

$$\tilde{s}(t)=A\exp\left[\mathrm{j}\frac{N-1}{2}\varphi\right]\frac{\sin\dfrac{N\varphi}{2}}{\sin\dfrac{\varphi}{2}} \tag{5.33}$$

指向性定义：

$$D(\theta)=\frac{|\tilde{s}(t)|}{|\tilde{s}(t)|_{\max}}=\left|\frac{1}{N}\frac{\sin\left(\dfrac{N\pi}{\lambda}d\sin\theta\right)}{\sin\left(\dfrac{\pi}{\lambda}d\sin\theta\right)}\right| \tag{5.34}$$

式中将 $\tilde{s}(t)$ 的均方根除以 N，目的是归一化，即使得 $D(0)=1$。

式(5.34)就是基元等间隔排列的线列阵的自然指向性公式，它以 N、d/λ 为参数，以

θ 为自变量，可以看出线阵自然波束是指向 0°的。

5.3.3.2 均匀离散线阵波束形成及指向性函数

类似地，如果要使线列阵定向在 θ_0 方向上（即让波束指向 θ_0 方向），那么第 i 个基元的信号相位改变量为

$$\varphi_i(\theta_0) = -2\pi(i-1)\frac{d\sin\theta_0}{\lambda} \tag{5.35}$$

窄带均匀离散线阵波束形成原理图如图 5.13 所示，波束形成是相移-求和的运算，其输出为

$$\tilde{s}_{\mathrm{BF}}(t) = \sum_{i=1}^{N}\tilde{s}_i(t)\exp\left[-\mathrm{j}2\pi(i-1)\frac{d\sin\theta_0}{\lambda}\right] \tag{5.36}$$

不难看出，式(5.36)相当于对阵元的接收信号进行了一次离散傅里叶变换，称 $d\sin\theta_0/\lambda$ 为空间频率，我们通常将波束形成后的域称为波束域或空间频域。

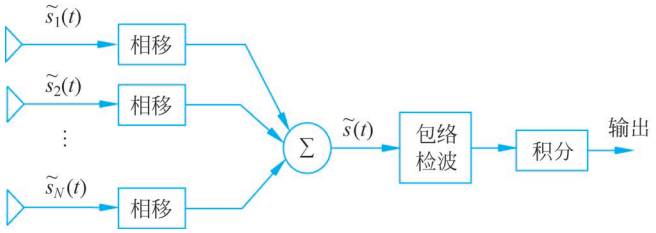


图 5.13 窄带均匀离散线阵波束形成原理图

为了得到其指向性函数，将式(5.30)代入式(5.36)得

$$\tilde{s}_{\mathrm{BF}}(t) = A\sum_{i=1}^{N}\exp\left[\mathrm{j}2\pi(i-1)\frac{d\sin\theta}{\lambda}\right]\exp\left[-\mathrm{j}2\pi(i-1)\frac{d\sin\theta_0}{\lambda}\right] \tag{5.37}$$

容易证明，此时指向性函数为

$$D(\theta) = \left|\frac{1}{N}\frac{\sin\left[\frac{N\pi}{\lambda}d(\sin\theta-\sin\theta_0)\right]}{\sin\left[\frac{\pi}{\lambda}d(\sin\theta-\sin\theta_0)\right]}\right| \tag{5.38}$$

式中，当 $\theta_0=0$ 时，$D(\theta)$关于 $\theta_0=0$ 对称；当 $0<\theta_0<\pi/2$ 时，$D(\theta)$关于 θ_0 不对称。图 5.14 给出了 $N=10$，$d/\lambda=0.5$ 时，$\theta_0=0°$和 $\theta_0=15°$的指向性曲线。

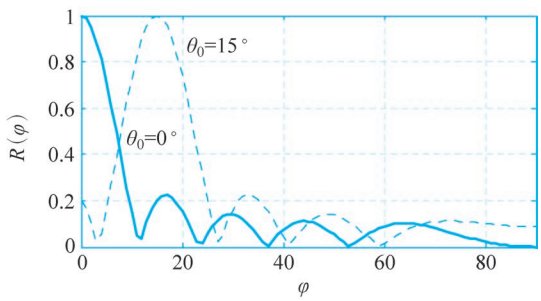


图 5.14 线列阵指向性曲线

由式(5.31)及式(5.35)可知,线列阵的指向性函数有着统一的形式:

$$R(\varphi)=\left|\frac{\sin\left(\frac{N\varphi}{2}\right)}{N\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}\right| \tag{5.39}$$

式中,

$$\varphi=\frac{2\pi d}{\lambda}[\sin\theta-\sin\theta_0] \tag{5.40}$$

对于阵列而言,d/λ 的选择十分重要,太大会导致栅瓣,太小会导致主瓣变宽,两者都使得阵的指向性变差。由于 $R(\varphi)$ 是 φ 的周期函数,其周期为 2π,而当 $d/\lambda\geqslant 1$ 时,φ 的值有可能超出$[-\pi,\pi]$,这时指向性曲线中可能会出现第二个甚至更多的最大值,如图 5.15 所示;多个最大值称为栅瓣,它的出现会破坏阵的指向性,在系统设计中必须保证没有栅瓣。如当 $\theta_0=0°$时,θ 的变化范围是完全确定的,即 θ 在 $0\sim\pm\pi/2$ 间变化,所以 φ 就在$[-2\pi d/\lambda,2\pi d/\lambda]$上变化。由于 $R(\varphi)$与 θ 是非线性关系,并不直观,仅适合用作理论分析。工程设计中应计算出 $D(\theta)$,如图 5.16 所示,它可以更清楚地给出阵的指向性。如果考查 $D(\theta)$,可以清楚地看到,为了保证没有栅瓣出现,应使 $d/\lambda\leqslant 1/2$,工程中一般取 $d/\lambda=1/2$。

在习惯上,把 $\theta_0=0°$时的指向性称为侧射指向性,把 $\theta_0=90°$时的指向性称为端射指向性。

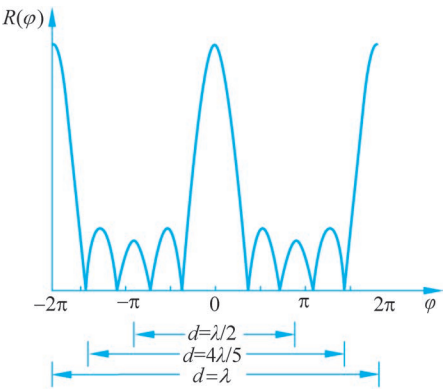


图 5.15　线列阵指向性的能见区($N=5$)

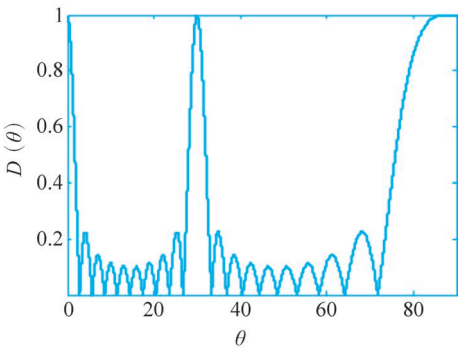


图 5.16　出现多个极大的线列阵($N=10,d/\lambda=2,\theta_0=30°$)

5.3.3.3　连续直线阵指向性函数

如果线阵的阵元间隔 d 比入射信号的波长 λ 小很多,即 $d/\lambda\ll 1$,那么这时的线阵就趋于一个连续线阵。关于连续线阵的指向性函数,很容易从离散线阵的指向性表达式(5.38)推导出来,用 $L=Nd$ 表示基阵的长度,令 $N\to\infty$,$d\to 0$ 并保持 L 不变,这时有

$$\left|\frac{1}{N}\frac{\sin\left[\frac{N\pi}{\lambda}d(\sin\theta-\sin\theta_0)\right]}{\sin\left[\frac{\pi}{\lambda}d(\sin\theta-\sin\theta_0)\right]}\right|\to\left|\frac{\sin\left[\frac{L\pi}{\lambda}(\sin\theta-\sin\theta_0)\right]}{\frac{L\pi}{\lambda}(\sin\theta-\sin\theta_0)}\right| \tag{5.41}$$

由此得到，连续线阵的指向性函数为

$$D(\theta)=\left|\frac{\sin\left[\frac{L\pi}{\lambda}(\sin\theta-\sin\theta_0)\right]}{\frac{L\pi}{\lambda}(\sin\theta-\sin\theta_0)}\right| \tag{5.42}$$

它是 $\sin\varphi/\varphi$（辛格函数）形状的函数。在实际设计中，无论是离散线阵还是连续线阵，都可用式(5.42)来大致估计指向性的主要参数，因为在大多数情况下，式(5.38)与式(5.42)所造成的差异很小。图 5.17 给出了 $L/\lambda=10$ 的连续线阵的指向性，同时还给出了长度 L 不变、$N=20$ 的离散线阵的指向性。

5.3.3.4 均匀离散线阵指向性主要参数

由图 5.17 可知，当阵元数较多时，连续阵与离散阵指向性差异很小；为了讨论方便，我们用连续阵替代离散线阵讨论均匀离散线阵指向性的三大主要参数。

1. 角度分辨率——主瓣宽度

由式(5.42)得

$$\frac{\sin\left[\frac{L\pi}{\lambda}(\sin\theta-\sin\theta_0)\right]}{\frac{L\pi}{\lambda}(\sin\theta-\sin\theta_0)}=0.707 \tag{5.43}$$

如图 5.18 所示，首先求出主瓣的半宽度。查 $\sin\varphi/\varphi$ 函数表可知，当 $\varphi=1.39$ 时，$\sin\varphi/\varphi=0.707$，所以有 $\frac{L\pi}{\lambda}(\sin\theta-\sin\theta_0)=1.39$，因此有

$$\sin\theta-\sin\theta_0=0.443\frac{\lambda}{L} \tag{5.44}$$

随着定向方向 θ_0 由小到大变化，主瓣宽度也随之增加，侧射波束的主瓣最窄，定向方向越偏离法线方向，主瓣就越宽。由于这个原因，声呐在采用直线阵时，往往只利用法线方向附近的一个扇面进行定向。

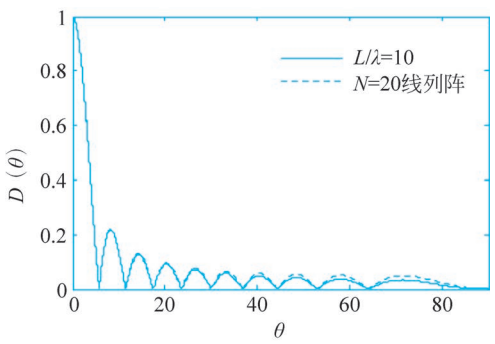


图 5.17 连续和离散线阵指向性的比较

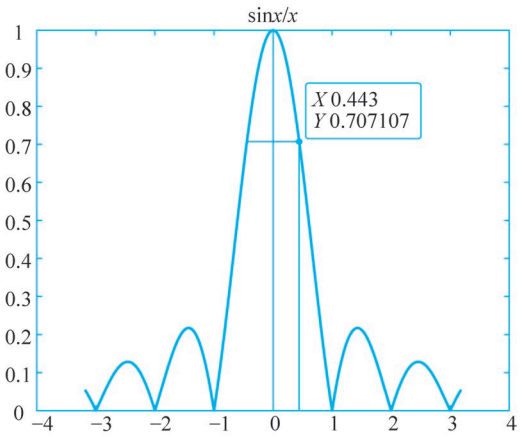


图 5.18 波束主瓣宽度

如果 $L/\lambda \gg 1$，波束很窄，则有 $\theta \approx \theta_0$，式(5.44)左边可以近似为

$$\sin\theta - \sin\theta_0 = 2\sin[(\theta-\theta_0)/2]\cos[(\theta+\theta_0)/2] \approx (\theta-\theta_0)\cos\theta_0 \tag{5.45}$$

将式(5.45)代入式(5.44)得

$$\theta - \theta_0 \approx \frac{0.443\lambda}{L}\frac{1}{\cos\theta_0} \tag{5.46}$$

式(5.46)可用于获得 θ_0 附近的主瓣半宽度。由式(5.46)可得主瓣宽度为

$$\theta_{3\mathrm{dB}} \approx \frac{0.886\lambda}{L}\frac{1}{\cos\theta_0}(\text{弧度}) = \frac{51\lambda}{L}\frac{1}{\cos\theta_0}(\text{度})$$

假设一个线阵长 4m，工作频率为 1.2kHz，根据式(5.46)可以求出波束指向为 0°、15°、30°时的主瓣半宽度分别是 7.8°、8.1°、9.0°。

2. 副瓣高度

由于 $|\sin\varphi/\varphi|$ 的第一个次极大值是 0.22，且在 $\varphi=4.5$ 时取得(采用图解法或数值计算得到)，所以连续线阵的副瓣高度是 22%。令 $L\pi/\lambda\sin\theta_1 = 4.5$ 得

$$\theta_1 = \arcsin\left(\frac{4.5}{\pi}\frac{\lambda}{L}\right) = \arcsin\left(1.43\frac{\lambda}{L}\right) \tag{5.47}$$

当 $L/\lambda \gg 1$ 时，

$$\theta_1 \approx 1.43\frac{\lambda}{L} \tag{5.48}$$

3. 空间信噪比增益——聚集系数

根据式(5.2)，连续线阵的侧射空间聚集系数为

$$\gamma = \left[\frac{1}{2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left|\frac{\sin\left[\frac{L\pi}{\lambda}(\sin\theta)\right]}{\frac{L\pi}{\lambda}(\sin\theta)}\right|^2\cos\theta\,\mathrm{d}\theta\right]^{-1}$$

$$= \left\{\frac{\lambda}{\pi L}\left[s_i\left(\frac{2\pi L}{\lambda}\right) - \frac{\lambda}{\pi L}\sin^2\left(\frac{\pi L}{\lambda}\right)\right]\right\}^{-1} \tag{5.49}$$

式中，$s_i(x) = \int_0^x \frac{\sin u}{u}\mathrm{d}u$，且有 $\lim\limits_{x\to\infty} s_i(x) = \frac{\pi}{2}$。当 $L/\lambda \gg 1$ 时，

$$\gamma \approx \frac{2L}{\lambda} \tag{5.50}$$

由式(5.50)可知，N 个间隔为半波长的均匀离散线阵，其阵增益为 N，指向性指数 $\mathrm{DI}=10\lg N$。这个增益等于空间白噪声背景下 N 个阵元相干叠加获得的阵增益。

5.3.4 有限扫描角线阵最大阵元间隔

由上面的讨论可知，当 $d=\lambda/2$ 时，在 $\theta\in[-\pi/2,\pi/2)$ 范围内没有栅瓣。在实际应用中，由于线阵形成波束的宽度随到达方向增大而变宽，因此扫描角范围是有限的。在扫描角有限的情形下，均匀线阵的阵元间隔可以大于半个波长，使得在相同的孔径下可以节省单元个数，这对于面阵而言可降低不少成本。

由式(5.39)可知，天线波束扫描至最大值 $\theta_{\max}$ 出现栅瓣的条件为

$$\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_m - \frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_{\max} = m2\pi \tag{5.51}$$

式中，θ_m 为可能出现波瓣最大值的位置，$m=0,\pm1,\pm2,\cdots$表示栅瓣位置序号。

考虑$|\sin\theta_m|\leqslant1$，由式(4.54)可知，出现栅瓣的条件是

$$d \geqslant \frac{m\lambda}{1+|\sin\theta_{\max}|} \tag{5.52}$$

因此，波束扫描到 $\theta_{\max}$ 时仍不出现栅瓣的条件为

$$d < \frac{\lambda}{1+|\sin\theta_{\max}|} \tag{5.53}$$

假定四面相控阵，每个面扫描角度为 $\theta_{\max}=45°$即可，选择 $d<0.585\lambda$，可以节省17%的阵元。

5.3.5 均匀离散线阵宽带波束形成

5.3.5.1 相位扫描的带宽约束

宽带波束形成带宽有两个约束条件。

其一是波束指向性误差的约束。采用改变相位来改变波束的形状称为相位扫描。假定波束的指向为 θ_0，那么对于均匀线阵来说，相邻阵元的程差为 $d\sin\theta_0$。如果采用延时的方法补偿这个程差，则当雷达工作频率改变时，就不会带来误差。但仅靠改变相邻阵元相位$(2\pi/\lambda)d\sin\theta_0$ 的方式进行补偿，波束指向就会发生改变。

当工作频率为 f，波束指向为 θ_0 时，第 n 个阵元的相移量为

$$\varphi=(2\pi/\lambda)(n-1)d\sin\theta_0 \tag{5.54}$$

如果工作频率的改变量为 δf，而相移量 φ 不改变，则波束指向将变化 $\delta\theta$：

$$\delta\theta=-\frac{\delta f}{f}\tan\theta_0 \tag{5.55}$$

式(5.55)表明，角度误差与相对带宽成正比，即 θ_0 增大，误差也增大；当频率增大时，角度向法线偏移。

其二是距离徙动补偿的约束。延时后的求和要求信号在同一个距离分辨单元，但随着信号带宽增大，信号可能不在同一个距离分辨单元，如图 5.19 所示。

理论上最大时延造成的距离徙动必须远小于距离分辨单元，才能使用移相-求和的方法进行波束形成，根据表 1.1 有

$$\tau_{\max}C \ll \frac{C}{2B} \tag{5.56}$$

通常最大时延造成的距离徙动小于半个距离分辨单元可以接受，将均匀线阵最大时延 $\tau_{\max}=(N-1)d/C\approx Nd/C$ 代入式(5.56)有

$$N\cdot d \leqslant \frac{C}{B} \tag{5.57}$$

5.3.3 节讨论的是单频正弦波的波束形成问题，正弦波只有一根谱线，因此波长也是单一的，仅适合相对带宽在 10%以下的情形。但是被动声呐频率工作范围为 10Hz～

10kHz，不能视为窄带。随着技术的进步，雷达的相对带宽也往往超过40%的载频。在宽带条件下，波束形成就不能采用移相的方法。宽带波束形成的原理框图如图5.20所示，其中$s_i(t)$，$i=1,2,\cdots,N$为N个阵元的接收信号。根据波束形成的原理，为了保持不同频率信号同相叠加，实现信噪比积累，只有采用时延的方法，以后到者为基准，将先到的那些阵元信号进行延时，使得各路信号的时延完全相同，然后求和：

$$s_{BF}(t)=\sum_{i=1}^{N}s_i(t-\tau_i) \tag{5.58}$$

由式(5.29)可知，对于均匀线阵，$\tau_i=(i-1)d\sin\theta/C$。

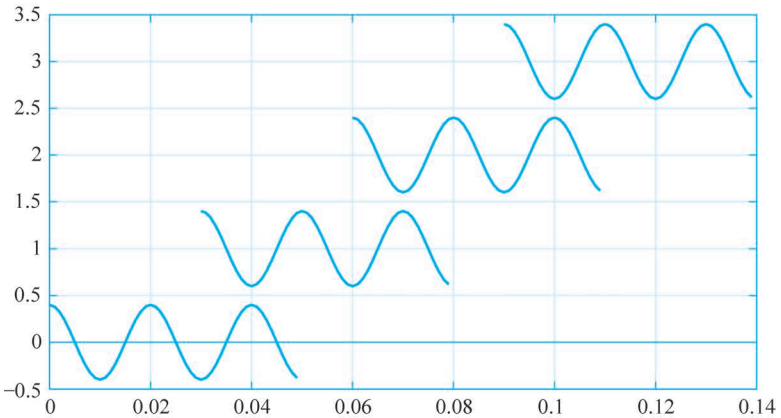


图5.19　距离徙动超过一个距离分辨单元

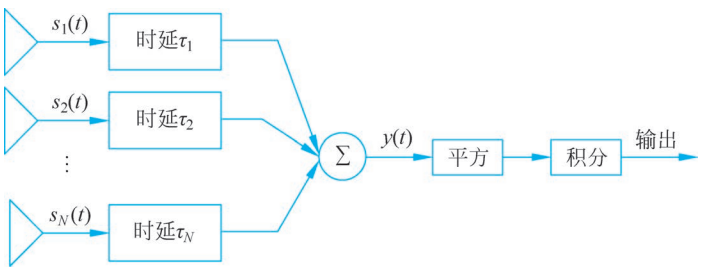


图5.20　宽带波束形成的原理框图

5.3.5.2　实信号宽带波束形成方法

由上可知，宽带波束形成实质上要实现延时-求和运算的过程。在相控阵雷达中，延时需要采用昂贵的延时线来实现。在旧的声呐装备中，一般采用电感、电容和电阻来实现延时，尽管线路简单，但是调试困难、易受温度影响。这些方法均属于模拟处理。

现代声呐一般采用数字式波束形成(DBF)，主要的方法有延时求和法、频域方法。下面主要介绍被动声呐广泛采用的实信号延时求和法和均匀线阵的频域波束形成方法。

1. 采用存储器寻址方式实现时延

采用时延实现波束形成，需要用到桶形存储器来实现。桶形存储器相当于一组先进先出(FIFO)存储器，但是其地址首尾相接，周期性变化。为了理解如何采用存储器寻址

实现时延，首先对采用线性存储器寻址进行讲解。

如图 5.21 所示，对于一维线阵，数据存储可以采用二维数据，行号为阵元号，列号为时间采样序列的序号。

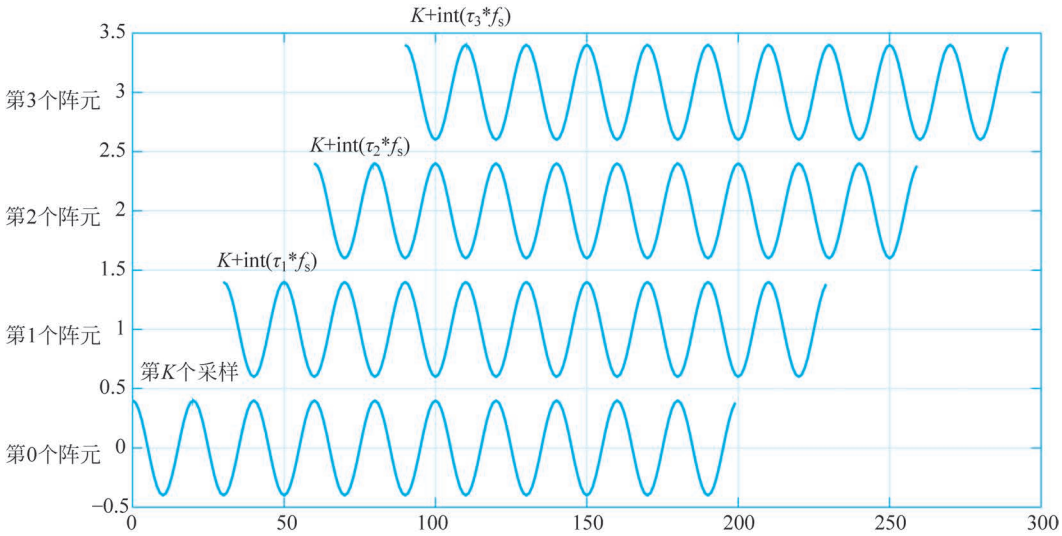


图 5.21　阵列数据时延及寻址

设每个阵元对应接收通道的采样率为 f_s，第 0 个阵元当前的采样点号为 K，假定第 i 个阵元相对阵元 1 的时延为 τ_i，对应的地址（虚线表示选择的存储器）为

$$K_i = K + \mathrm{int}(\tau_i f_s) \tag{5.59}$$

如果 $\tau_i f_s$ 正好为整数，则不会带来误差；如果 $\tau_i f_s$ 不为整数，则存在误差，但只要采样率足够高，使得信号最高频率分量相位误差小于 $\pi/8$，那么带来的误差可以忽略。这意味着采样率至少应为信号最高频率的 16 倍，如果采样率不能满足这一要求，必须做插值。通常使用 8 点 sinc(·)内插即可满足要求，采样率高时，采用线性内插亦可。

桶形存储器寻址，采用先进先出（FIFO）结构，使得数据不断刷新，那么这个 FIFO 尺寸为多大呢？假定系统最大的延时量为 $\tau_{\max}$，考虑到角度的正负，延时也有正负，那么每个阵元对应的 FIFO 最小尺寸应为

$$M = 2\mathrm{ceil}(|\tau_{\max} \cdot f_s|) \tag{5.60}$$

式中，ceil(·)表示取最大整数，且要求阵元 0 的数据指针指向中间序号。

具体实现采用桶形存储器，寻址（包括数据写入寻址和波束形成寻址）时，地址需要做模 M 运算。

2. 均匀线阵频域波束形成

任意阵形的波束形成均可以采用频域实现，但对均匀线阵来说更为方便，具体方法描述如下：

设 $x_i(k)$ 为第 i 个阵元（$i=0,1,\cdots,N-1$）实信号的第 k 个采样（$k=0,1,\cdots,K$），对每个阵元的时间序列进行离散傅里叶变换，得

$$X_i(l)=\sum_{k=0}^{K-1}x_i(k)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi kl/K},\quad l=0,1,\cdots,K-1 \tag{5.61}$$

将 $X_i(l)$ 乘上复相位 $\exp\left[-\mathrm{j}2\pi(i-1)\dfrac{d\sin\theta_m}{\lambda_l}\right]$，其中，$\theta_m$ 为第 m 个波束对应的角度，λ_l 为第 l 个频率对应的波长，则第 m 个波束第 l 个频率的输出为

$$\begin{aligned}s_m(l)&=\sum_{i=1}^{N}X_i(l)\exp\left[-\mathrm{j}2\pi(i-1)\frac{d\sin\theta_m}{\lambda_l}\right]\\&=\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=0}^{K-1}x_i(k)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi kl/K}\exp\left[-\mathrm{j}2\pi(i-1)\frac{d\sin\theta_m}{\lambda_l}\right]\end{aligned} \tag{5.62}$$

从式(5.61)可以看出，对于均匀线阵，其频率宽带波束形成相当于二维傅里叶变换，而窄带波束形成是一维傅里叶变换，足见两者运算量的差异。频域宽带波束形成是批处理过程，即对一段时间的数据形成波束，这样可能会出现数据遗漏。为了减少遗漏，可以采用数据重叠的方法。

5.3.5.3 复包络信号宽带波束形成方法

当主动声呐绝对带宽大时，波束形成需考虑距离徙动校正或补偿时延。由于主动声呐相对带宽一般不大，信号一般用复包络表示，因此需要讨论复包络信号宽带波束形成。主动声呐信号处理是基于一个脉冲处理的，采用频域波束形成方法很合适。

波束形成的方法和公式与实信号相同。所不同的是，由于 DFT 定义在$[0,2\pi)$区间，因此在完成 DFT 后，需要进行谱移位，使得其对应的数字角频率为$[-\pi,\pi)$。移位后的第 l 根谱线对应的模拟频率为

$$f_l=f_s\left[-\frac{K}{2}+(l-1)\right]\Big/K+f_0 \tag{5.63}$$

其中，f_0 和 f_s 分别为信号的载频和带通采样率。式(5.62)中的波长 λ_l 为式(5.63)频率 f_l 对应的波长，$\lambda_l=C/f_l$。

5.3.6 非等间隔离散线阵

在正确设计的情况下，基元间隔相等的线阵其副瓣高度约为 22%。如果为了满足某种特殊的需求，希望降低副瓣高度或使主瓣窄一点，同时又不增加基元的个数，那么可以用不等间隔排列基元的线阵。这种基阵最初是在雷达天线的研究中引入，其基本设计思想是用改变各基元之间距离的方法来调节它们的相位差，从而达到束控的目的。

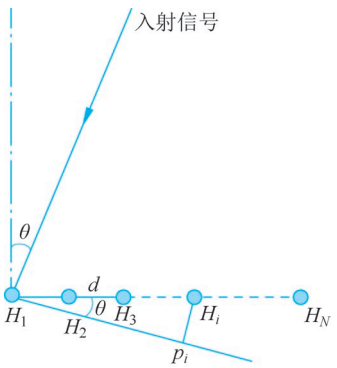


图 5.22 非等间隔基元的线阵

当接收基阵是不等间隔排列的线阵时，基阵的指向性已不能由简单的求和公式得到如式(5.34)那样的分析表达式。

如图 5.22 所示，自左至右将基元依次编为 $H_1,H_2,\cdots,H_N$，时间的参考点选在 H_1。设源在远场，入射信号为

单频信号，在 H_1 所接收到的信号为 $A\cos(2\pi ft)$，那么第 i 个基元 H_i 所接收到的信号为 $A\cos(2\pi ft+\varphi_i)$，$i=1,2,\cdots,N$。其中，φ_i 表示由声程差 H_iP_i 所引起的相位差：

$$\varphi_i=2\pi f\frac{H_iP_i}{c}=2\pi f\frac{H_1H_i\sin\theta}{c} \tag{5.64}$$

式中，H_1H_i 表示两换能器之间的距离，对各水听器信号求和之后，得到

$$s(t)=\sum_{i=1}^{N}A\cos(2\pi ft+\varphi_i)=A\cos(2\pi ft)\left(\sum_{i=1}^{N}\cos\varphi_i\right)-A\sin(2\pi ft)\left(\sum_{i=1}^{N}\sin\varphi_i\right) \tag{5.65}$$

将 $s(t)$ 平方之后求平均，即得到 $E[s^2(t)]$，再将它归一化，则有

$$D(\theta)=\frac{1}{N}\left[\left(\sum_{i=1}^{N}\cos\varphi_i\right)^2+\left(\sum_{i=1}^{N}\sin\varphi_i\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{5.66}$$

利用式(5.66)来计算指向性是十分方便的，φ_i 与 θ 的关系已由式(5.64)给出，但是由于阵元间隔未知，因此不像均匀线阵那样有解析解。

与等间隔线阵相比，在基元个数相同的情况下，当基元排列中间比较密、两边比较稀时，指向性曲线的主瓣就要比等间隔排列时的宽，但副瓣却要低一些。相反地，当基元排列是中间稀、两边密时，它的主瓣就要比等间隔时窄一些，但副瓣要高一些。

图 5.23 给出了一个不等间隔线阵的例子，12 基元的线阵，基元间隔已标在图上，副瓣低于−19dB。

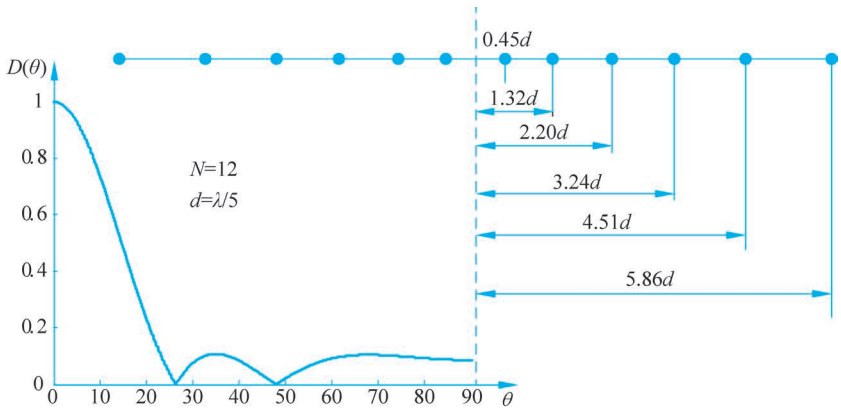


图 5.23 不等间隔线阵的指向性

5.3.7 圆阵与圆弧阵的波束形成

5.3.7.1 均匀分布的圆阵

图 5.24 给出了一个平面离散均匀间隔的圆阵，设它的半径为 r，将基元按顺时针方向编号为 $H_1,H_2,\cdots,H_N$，把圆心 O 通过 H_1 的方向选作 0°的方向，基元个数为 N，相邻两个基元的夹角为 $\alpha=2\pi/N$。在计算指向性时，将时间的参考点选在圆心 O，设入射信号来自 θ 方向，那么到达 O 点的信号假定为 $A\cos(2\pi ft)$，则第 i 个基元 H_i 所接收到的信号是 $s_i(t)=A\cos\{2\pi f[t+\tau_i(\theta)]\}$，其中，$\tau_i(\theta)$ 为 H_i 相对于 O 点的延时，假设入

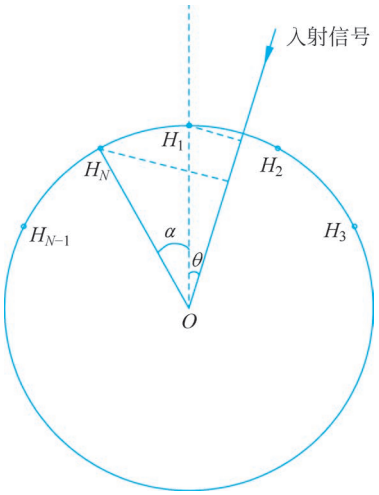


图 5.24　平面离散均匀间隔圆阵

射波为平面波，有

$$\tau_i(\theta)=\frac{r\cos[\theta-(i-1)\alpha]}{C}\quad i=1,2,\cdots,N \tag{5.67}$$

式中，C 为水中的声速。C/f 用波长 λ 来表示，则有

$$s_i(t)=A\cos(2\pi ft+\varphi_i) \tag{5.68}$$

$$\varphi_i=\frac{2\pi r}{\lambda}\cos[\theta-(i-1)\alpha] \tag{5.69}$$

为了在 θ_0 方向形成波束，应将 H_i 信号延时 $\tau_i(\theta_0)$，经过延时的信号为

$$\begin{aligned}s_i[t-\tau_i(\theta_0)]&=A\cos\{2\pi f[t+\tau_i(\theta)-\tau_i(\theta_0)]\}\\&=A\cos\{2\pi f[t+\Delta_i(\theta)]\}\end{aligned} \tag{5.70}$$

式中，$\Delta_i(\theta)=\tau_i(\theta)-\tau_i(\theta_0)$，$N$ 个基元输出信号求和之后得到

$$s(t)=\sum_{i=1}^{N}s_i[t-\tau_i(\theta_0)]=\sum_{i=1}^{N}A\cos\{2\pi f[t+\Delta_i(\theta)]\} \tag{5.71}$$

为了求出指向性函数需计算 $E[s^2(t)]$，为此把 $s(t)$ 中的每一项 $\cos\{2\pi f[t+\Delta_i(\theta)]\}$ 展开，合并同类项，并将公因子 $\cos(2\pi ft)$ 和 $\sin(2\pi ft)$ 提到求和号的外边去，然后再求平均值，就得到归一化的指向性函数：

$$\begin{aligned}D(\theta)&=\frac{1}{N}\{E[s^2(t)]\}^{1/2}\\&=\frac{1}{N}\left\{\left[\sum_{i=1}^{N}\cos\{2\pi f[\Delta_i(\theta)]\}\right]^2+\left[\sum_{i=1}^{N}\sin\{2\pi f[\Delta_i(\theta)]\}\right]^2\right\}^{1/2}\end{aligned} \tag{5.72}$$

这就是圆阵指向性函数的表达式。在一般情况下，由于 $D(\theta)$ 的计算与 $\Delta_i(\theta)$ 有关，而 $\Delta_i(\theta)$ 的表达式又比较复杂，所以式(5.72)只有通过数值计算方能获得结果。

在满足下述条件时，$D(\theta)$ 可以近似地表示为贝塞尔函数，用 s_0 表示相邻两基元之间的弧长，即 $s_0=r2\pi/N$。如果

$$N\geqslant\frac{4\pi r}{\lambda}+2\quad\text{或}\quad\frac{s_0}{\lambda}<\frac{1}{2}-\frac{1}{N} \tag{5.73}$$

这意味着相邻两基元的弧长小于半波长

那么

$$D(\theta)\approx\left|\mathrm{J}_0\left(\frac{4\pi r}{\lambda}\sin\frac{\theta-\theta_0}{2}\right)\right| \tag{5.74}$$

式中，$\mathrm{J}_0(x)$ 为零阶贝塞尔函数

$$\mathrm{J}_0(x)=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\left[\left(\frac{x}{2}\right)^{2k}/(k!)^2\right] \tag{5.75}$$

对于声呐所使用的圆阵来说，如果是工作在窄带情况下，那么式(5.73)不难满足，但

是如果声呐工作在很宽的频带内，式(5.73)往往在低频段可以满足，在高频段却不能满足。

为使用方便，可以把式(5.73)转换为对频率 f 的约束条件：

$$f \leqslant 0.24\frac{C}{r}\left(\frac{N}{2}-1\right) \tag{5.76}$$

式中，r 的单位为 m，f 的单位为 kHz。

一般来说，圆阵的波束是非常均匀的，尤其是当式(5.73)得到满足时，各个方向的指向性都是一样的，因为式(5.74)仅仅是$(\theta-\theta_0)$的函数，这也是圆阵比线阵优越的地方。

图 5.25 给出了一个 $N=60$，$\lambda/r=0.4$ 的圆阵的指向性图。

当圆阵的半径 r 一定时，指向性函数随频率而变化。图 5.26 给出了 $N=100$ 的圆阵，在几种不同 λ/r 下的指向性。由图 5.26 可知，当频率升高时，主瓣变窄，副瓣个数也随之增多，但副瓣的高度基本不变。

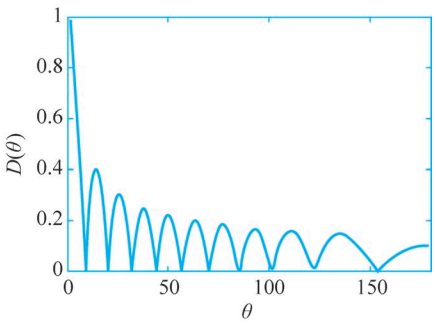


图 5.25　均匀离散圆阵的指向性

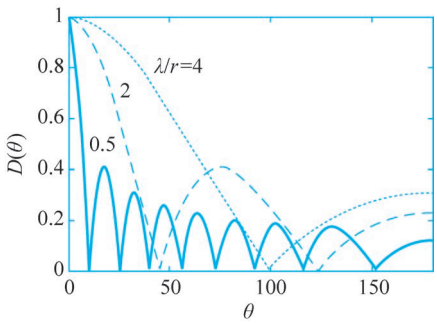


图 5.26　圆阵指向性随频率变化的关系

假设一个均匀分布的圆阵能满足式(5.73)，在此条件下分析 $D(\theta)$的主要参数。

(1) 主瓣宽度。根据式(5.73)，令

$$\mathrm{J}_0\left(\frac{4\pi r}{\lambda}\sin\frac{\theta-\theta_0}{2}\right)=0.7073 \tag{5.77}$$

当 $x=1.126$ 时，$\mathrm{J}_0(x)=0.7073$，可得

$$\frac{4\pi r}{\lambda}\sin\frac{\theta-\theta_0}{2}=1.126 \tag{5.78}$$

当 $r/\lambda\gg1$ 时，

$$\theta-\theta_0\approx 0.36\lambda/D \tag{5.79}$$

式中，$\theta-\theta_0$ 的单位是弧度，D 为圆阵的直径，相当于线阵的长度 L。

因此圆阵主瓣宽度为

$$\theta_{3\mathrm{dB}}\approx 0.72\lambda/D(\text{弧度})=\frac{41\lambda}{D}(\text{度}) \tag{5.80}$$

(2) 副瓣高度。$\mathrm{J}_0(x)$的次极大为 0.40，所以指向性曲线的副瓣高度为 40%。

(3) 聚集系数。圆阵的空间聚集系数与平面聚集系数的计算都是相当复杂的，只能通过数值计算得到，下面以平面聚集系数为例加以说明：

$$\gamma=\left\{\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\left[\mathrm{J}_0\left(\frac{4\pi r}{\lambda}\sin\frac{\theta}{2}\right)\right]^2\mathrm{d}\theta\right\}^{-1} \tag{5.81}$$

图 5.27 是对 $N=100$，$r=0.5$ 圆阵的实际计算结果。注意，当频率较高时，式(5.73)的条件不能满足，必须直接应用式(5.72)进行计算。

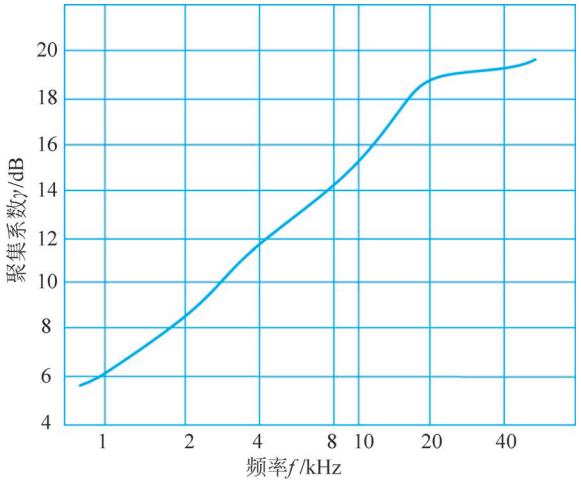


图 5.27　圆阵增益与频率的关系

从图 5.27 中可以看出，增益值在开始时随频率的增加而迅速增加，但达到一定程度之后，基本上不再随频率增加而变化。所以在实际设计声呐基阵时，往往对增益开始接近最大值时的频率感兴趣。当其他条件允许时，该频率附近值可以作为主动声呐的工作频率。

5.3.7.2　圆弧阵

前面给出的计算圆阵的指向性公式(见式(5.72))，只要稍加改变就可以用到圆弧阵上去。若在给基元编号时选取比较合理的顺序，可以使得计算简单一些。图 5.28 给出了计算两种波束圆弧阵的例子，一种是波束指向在某一基元与圆心的连线上，这时参加定向的基元个数为 $2M+1$ 个，这种情况下的工作扇面为 $2\pi\cdot 2M/N$；另一种波束指向两个基元的中间，这时参加定向的基元数为 $2M$ 个，其工作扇面是 $2\pi\cdot(2M-1)/N$。

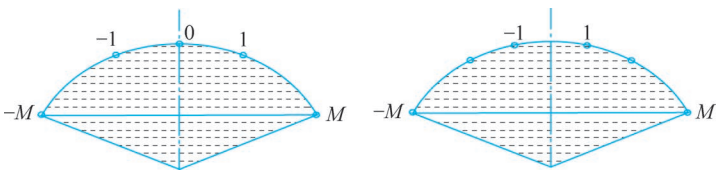


图 5.28　两种波束圆弧阵的示例

这两种情况下的指向性函数分别为

$$D(\theta)=\frac{1}{2M+1}\left\{\left[\sum_{i=-m}^{M}2\pi f\cos[\Delta_i(\theta)]\right]^2+\left[\sum_{i=-m}^{M}2\pi f\sin[\Delta_i(\theta)]\right]^2\right\}^{1/2} \tag{5.82}$$

式中，

$$\Delta_i(\theta)=\tau_i(\theta)-\tau_i(\theta_0) \tag{5.83}$$

$$\tau_i(\theta)=r\cos(\theta-i\alpha)/c \quad i=-M,\cdots,-1,0,1\cdots,M \tag{5.84}$$

以及

$$D(\theta)=\frac{1}{2M}\left\{\left[\sum_{i=1}^{M}(\cos[2\pi f\Delta_i(\theta)]+\cos[2\pi f\Delta'_i(\theta)]\right]^2+\left[\sum_{i=1}^{M}(\sin(2\pi f\Delta_i(\theta))+\sin(2\pi f\Delta'_i(\theta)))\right]^2\right\}^{1/2} \tag{5.85}$$

式中，

$$\Delta_i(\theta)=\tau_i(\theta)-\tau_i(\theta_0) \tag{5.86}$$

$$\Delta'_i(\theta)=\tau'_i(\theta)-\tau'_i(\theta_0) \tag{5.87}$$

$$\tau_i(\theta)=\frac{r\cos[\theta-(i-0.5)\alpha]}{c} \tag{5.88}$$

$$\tau'_i(\theta)=\frac{r\cos[\theta+(i-0.5)\alpha]}{c} \quad i=1,2,\cdots,M \tag{5.89}$$

5.3.8 加权

加权是就是对每一基元的输出信号在幅度上乘以一个实数或复数，从而起到压低副瓣或抑制特定方向干扰的作用。过高的副瓣会导致虚警和大目标掩盖小目标的情形发生；以下仅讨论如何通过加权降低副瓣，用于这种目的的权系数是实数，且具有两边小、中间大且对称的特点，才能保证降低副瓣；否则称为反加权，副瓣会增大。圆柱阵相对于均匀线阵来说，相当于反加权，因此圆柱阵的副瓣高于均匀线阵。

图 5.29 是一个加权的波束形成系统的方框图。设共有 N 个基元，第 i 个基元所接收到的信号是 $x_i(t)$，未加权时的系统输出为 $y(t)=\sum_{i=1}^{N}x_i(t-\tau_i)$；如果第 i 路信号的加权系数是 w_i，那么加权之后的输出为

$$y(t)=\sum_{i=1}^{N}w_ix_i(t-\tau_i) \tag{5.90}$$

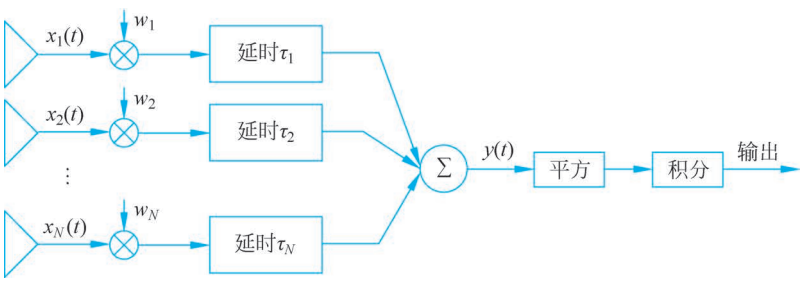


图 5.29 加权的波束形成系统的方框图

尽管加权可以降低副瓣，但会导致主瓣展宽，即以牺牲角度分辨率为代价，工程中应选择合理的主副瓣比和合适的加权方法。本节仅介绍适用于均匀线阵的 Dolph-Chebyshev 加权，因为它是一种最优的加权。由逼近理论可知，当阵元间隔 d 与波长 λ

的关系满足 $d \geqslant \lambda/2$ 时，Dolph-Chebyshev 加权在给定主副瓣比时，主瓣宽度增加最小；或者说，在给定主瓣展宽的条件下，Dolph-Chebyshev 加权副瓣最低。

Dolph-Chebyshev 加权将参考点选为阵列的中点，如图 5.30 所示。

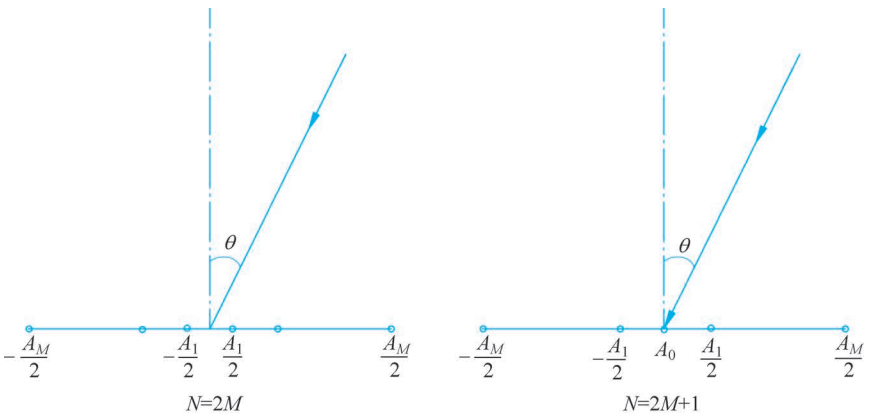


图 5.30　阵元数为奇、偶数时参考点的选取

假定阵元个数 $N=2M$ 为偶数，M 为正整数。假定入射信号为单频信号，其波长为 λ，它与基阵法线方向的夹角为 θ，各阵元相对参考点的相位差为 $\dfrac{2\pi(2m-1)d\sin\theta}{2\lambda}$，$m=-M,-M+1,\cdots,-1,1,\cdots,M-1,M$。且假定权值具有对称性，即 $a_m=a_{-m}$。第 m 个阵元接收信号的复包络为 $\tilde{s}_m(t)=\exp\{\mathrm{j}\pi(2m-1)d\sin\theta/2\lambda\}$；$\theta_0$ 为阵列主波束指向的方向。以阵列中心为参考点，由图 5.30 和式(5.36)可得阵列总输出复包络为

$$\begin{aligned}\tilde{y}(t)&=\sum_{m=-M}^{-1}\frac{A_m}{2}\exp\left[-\mathrm{j}(2m-1)\frac{2\pi d(\sin\theta-\sin\theta_0)}{2\lambda}\right]+\\&\quad\sum_{m=1}^{M}\frac{A_m}{2}\exp\left[-\mathrm{j}(2m-1)\frac{2\pi d(\sin\theta-\sin\theta_0)}{2\lambda}\right]\\&=\sum_{m=1}^{M}A_m\cos\left[-(2m-1)\frac{\pi d(\sin\theta-\sin\theta_0)}{\lambda}\right]=\sum_{m=1}^{M}A_m\cos[(2m-1)\phi]\end{aligned}\tag{5.91}$$

式中，A_m 为第 m 个阵元的幅度权，$\phi=\pi d(\sin\theta-\sin\theta_0)/\lambda$。其归一化方向性函数可以写成

$$D(\theta)=\frac{1}{r}\sum_{m=1}^{M}A_m\cos[(2m-1)\phi]\tag{5.92}$$

其中，r 为归一化常数，同理可以得到阵元数为奇数时的方向性函数(见思考题和习题 5.13)。不难发现，无论阵元数 N 为偶数或奇数，方向性函数的统一表达式为

$$D(\theta)=\begin{cases}\dfrac{1}{r}\displaystyle\sum_{m=1}^{M}A_k\cos[(2m-1)\phi], & M=N/2,\quad N\text{ 为偶数}\\[2ex]\dfrac{1}{r}\displaystyle\sum_{m=0}^{M}A_k\cos(2m\phi), & M=(N-1)/2,\quad N\text{ 为奇数}\end{cases}\tag{5.93}$$

为了推导 Dolph-Chebyshev 加权，首先介绍第一类 Chebyshev 多项式。

1. 第一类 Chebyshev 多项式

第一类 Chebyshev 多项式定义为

$$T_m(x)=\begin{cases}\cos(m\arccos x), & |x|\leqslant 1\\ \cosh(m\operatorname{arcosh} x), & |x|>1\end{cases} \tag{5.94}$$

令

$$\begin{cases}x=\cos\phi, & |x|\leqslant 1\\ x=\cosh\phi, & |x|>1\end{cases}$$

有

$$T_m(x)=\begin{cases}\cos(m\phi), & |x|\leqslant 1\\ \cosh(m\phi), & |x|>1\end{cases} \tag{5.95}$$

当$-1<x<1$时，有

$$T_m(x)=(-1)^m\frac{\sqrt{1-x^2}}{(2n-1)!!}\frac{\mathrm{d}^m}{\mathrm{d}x^m}\{(1-x^2)^{m-\frac{1}{2}}\}=\frac{m}{2}\sum_{k=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]}(-1)^k\frac{(m-k-1)!}{k!(m-2k)!}(2x)^{m-2k} \tag{5.96}$$

式中，$[\cdot]$表示取实数的整数部分。可以看出，当$|x|\leqslant 1$时，$|T_m(x)|\leqslant 1$，有 $T_n(\pm 1)=(\pm 1)^n$，$T_{2n}(0)=(-1)^n$，$T_{2n+1}(0)=0$，因此第一类 Chebyshev 多项式具有等波纹特性。当 $M=7$ 时，第一类 Chebyshev 多项式如图 5.31 所示。当 $m\geqslant 2$ 时，第一类 Chebyshev 多项式的递推关系式为 $T_m(x)=2xT_{m-1}(x)-T_{m-2}(x)$。

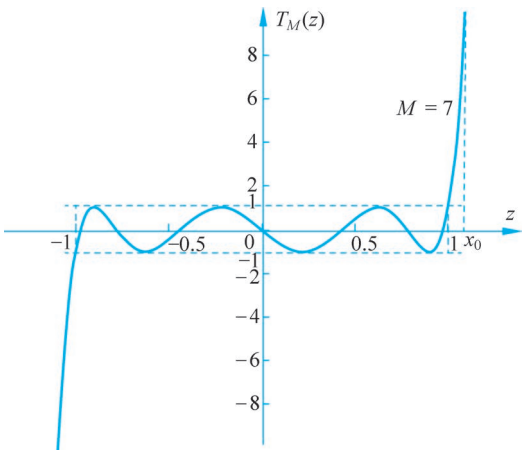


图 5.31 Chebyshev 多项式($M=7$)

令 $x=\cos\theta$，当$|x|\leqslant 1$时，由第一类 Chebyshev 多项式或其递推关系，可得余弦倍角公式的通式

$$\cos(m\theta)=T_m(\cos\theta)=\frac{m}{2}\sum_{k=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]}(-1)^k\frac{(m-k-1)!}{k!(m-2k)!}(2\cos\theta)^{m-2k} \tag{5.97}$$

具体地，有

$$T_0(x)=1,\quad T_0(\cos\theta)=1$$
$$T_1(x)=x,\quad T_1(\cos\theta)=\cos\theta$$
$$T_2(x)=2x^2-1,\quad T_2(\cos\theta)=\cos2\theta$$
$$T_3(x)=4x^3-3x,\quad T_3(\cos\theta)=\cos3\theta$$
$$T_4(x)=8x^4-8x^2+1,\quad T_4(\cos\theta)=\cos4\theta$$
$$T_5(x)=16x^5-20x^3+5x,\quad T_5(\cos\theta)=\cos5\theta$$

2. Dolph-Chebyshev 加权

由式(5.94)可以看出，利用第一类 Chebyshev 多项式，$D(\theta)$可以表示为余弦函数 $\cos\theta$ 的多项式，其最高次数为 $N-1$。同时 Dolph 进一步巧妙地利用了第一类 Chebyshev 多项式来设计等间隔均匀线列阵阵元的权值，或者说用第一类 Chebyshev 多项式逼近指向性函数。在 Dolph-Chebyshev 加权中，使 $D(\theta)$的主极大方向的值对应 $T_m(x)$在$|x|>1$ 的值，而副瓣的值对应 $T_m(x)$在$|x|\leqslant 1$ 的值，使得副瓣电平在±1 之间。下面以一个 6 个基元的均匀线阵为例说明 Dolph-Chebyshev 加权系数的求解过程。

例 5.1 设计一个 6 个基元的均匀线阵，要求副瓣电平为-30dB，也就是要求主瓣与副瓣的比 $r=31.62$，即 $20\lg r=30$。

解：

(1) 将非归一的指向性函数用 Chebyshev 多项式展开成 $x=\cos\phi$ 的形式

$$\begin{aligned}F(\phi)&=A_1\cos\phi+A_2\cos3\phi+A_3\cos5\phi\\&=16A_3x^5+(4A_2-20A_3)x^3+(A_1-3A_2+5A_3)x\triangleq G(x)\end{aligned}$$

式中，$x=\cos\phi$。

(2) 用 Chebyshev 多项式逼近指向性函数。

根据 Dolph-Chebyshev 的加权原则，需要找出一个 $N-1$ 阶 Chebyshev 多项式，使它与 $G(x)$相等，即令 $T_5(z_0x)=G(x)$。同时选择 z_0，使得 $T_5(z_0)=r$，则有

$$16(z_0x)^5-20(z_0x)^3+5(z_0x)=16A_3x^5+(4A_2-20A_3)x^3+(A_1-3A_2+5A_3)x$$

两个多项式相等，其对应的系数必须相等，有

$$16A_3=16z_0^5$$
$$4A_2-20A_3=-20z_0^3$$
$$A_1-3A_2+5A_3=5z_0$$

(3) 由 r 求出 z_0。

当 $\phi=0$ 时，$x=1$，$T_5(z_0)=31.62$，$z_0=\cosh\dfrac{\operatorname{arcosh}(r)}{5}=1.36$。

(4) 解线性方程组求出权值。

解方程组就得到 $A_1=15.98$，$A_2=10.92$，$A_3=4.72$。

(5) 归一化指向性函数。

$$D(x=\cos\phi)=\frac{T_5(z_0x)}{T_5(z_0)}=\frac{1}{r}T_5(z_0x)=\frac{16(z_0x)^5-20(z_0x)^3+5(z_0x)}{r}$$

以上 Dolph-Chebyshev 加权系数的推导颇为烦琐，可以根据以下公式方便地计算 Dolph-Chebyshev 权值。对于 $N=2M$ 的情形，权值排列为 $A_M/2,\cdots,A_1/2,A_1/2,\cdots,A_M/2$；对于 $N=2M+1$ 的情形，权值排列为 $A_M/2,\cdots,A_1/2,A_0,A_1/2,\cdots,A_M/2$，且有

$$T_M(z_0)=\frac{\text{主瓣电平}}{\text{副瓣电平}},\quad A_M=z_0^{2M-1}$$

$$A_{M-m}=\sum_{p=0}^{m-1}\frac{(N-1)(m-1)!(N-p-2)!}{(m-p)!p!(N-m-1)!}\cdot z_0^{N-(2m+1)}(z_0^2-1)^{m-p},$$

$$m=1,2,\cdots,M \tag{5.98}$$

需要说明的是，这样计算出来的权系数将使副瓣具有 $|G(x)|\leqslant 1$ 的等波纹特性，指向性函数不是归一，其最大值为 r。如有必要，令 $A_i'=A_i/r$ 即可得到如式(5.85)所示的归一化指向性函数。

图 5.32 给出了一个 12 基元线阵($d=0.4\lambda$)经 Dolph-Chebyshev 加权之后的指向性图，它是按副瓣电平 −30.5dB 而设计的，加权系数分别为 $A_1=0.327$，$A_2=0.478$，$A_3=0.733$，$A_4=0.983$，$A_5=1.184$，$A_6=1.295$。需要说明的是，由于阵元间隔不满足 $d\geqslant\lambda/2$，它不是最优加权。

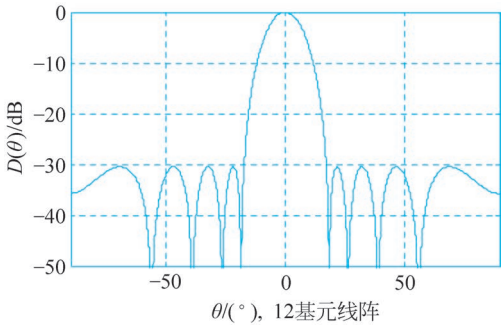


图 5.32　12 基元线阵的 Dolph-Chebyshev 加权指向性图

5.3.9　加挡

所谓加挡，就是对基阵加一定结构的挡板，使基阵具有单方向的指向性，从而也起到改善指向性的作用。如果阵元本身具有单方向指向性，则无须加挡，如复合棒换能器。加挡主要用于声阵列，因为雷达一般工作在微波波段，抛物面天线本身具有单方向指向性，无须加挡；地波或天波雷达天线的发射天线反射振子和地网都相当于加挡。

为了提高系统的抗干扰性能，实际使用的声呐基阵一般都是加了挡板的，后挡的形式可以是吸声型的，也可以是反声型的，这主要根据所使用的频率及客观条件允许采用何种结构而定。在这里并不研究如何加挡以及挡板的吸声、反声机理，而是从信号处理的角度去研究加挡后基阵所具有的特点。

一个由无方向性的水听器所组成的基阵，在加了后挡之后，每个水听器在阵上测试时不再是无指向性的。因此，由这些基元所合成的基阵的指向性就不能按前面所讨论的方法进行计算了。

首先研究挡板对单个水听器指向性的影响，在图 5.33 中，AB 为一块挡板，H 为水听器，它与挡板之间的距离假定是 a，设挡板的长度比入射声波的波长大很多。

如果在 H 处接收到的直达波为 $A\cos(2\pi ft)$，挡板的反射系数是 β，那么反射声波是 $A\beta\cos(2\pi ft-\delta)$，这里 δ 为由反射而引起的相位差，它由两部分组成：第一部分是由声程差 PQ+QH 引起的，第二部分是由挡板材料的声学反射特性决定的（见式(2.103)）。第一部分很容易计算

$$\delta_1=2\pi f\frac{a}{C_s\cos\theta}[1+\cos(2\theta)] \tag{5.99}$$

第二部分记作 δ_2，一般来说，δ_2 与声波入射角 θ 有一定关系，但在一定的频率范围内，可以认为 δ_2 是一个与 θ 无关的量，即

$$\delta=2\pi f\frac{a}{C_s\cos\theta}[1+\cos(2\theta)]+\delta_2 \tag{5.100}$$

由此，得到反射波为

$$A\beta\cos\left\{2\pi ft-\delta_2-2\pi f\frac{a}{C_s\cos\theta}[1+\cos(2\theta)]\right\} \tag{5.101}$$

水听器 H 所接收到的合成波为

$$u(t)=A\cos(2\pi ft)+A\beta\cos(2\pi ft-\delta)\triangleq p\cos(2\pi ft-\gamma) \tag{5.102}$$

其中，

$$p=A(1+2\beta\cos\delta+\beta^2)^{1/2} \tag{5.103}$$

$$\gamma=\arctan\left(\frac{\beta\sin\delta}{1+\beta\cos\delta}\right) \tag{5.104}$$

当入射角 θ 改变时，$u(t)$的幅度 p 就随之而变化，从而使单个水听器形成指向性。

水听器与挡板的距离 a 是一个可以调节的参数。从式 (5.102)、式(5.103)及式(5.104)可以看出，在硬反射的情况下 $\delta_2=0$，如果 $\alpha=0$，那么此时反射波就和入射波同相，也就是说，在这种情况下，将水听器紧贴挡板可以提高灵敏度；如果是软反射，$\delta_2=\pi$，此时水听器紧贴挡板就不好了。

仔细分析式(5.101)可以发现，单水听器在挡板上的指向性和灵敏度之间具有某种互相转换的关系。事实上，当 $\theta=0$ 时，改变 f 可以得到单水听器的频率响应；当固定 f、θ 改变时，就可以得到指向性。而 f 与 θ 的改变，都只是使得 $fa(1+\cos2\theta)/c\cos\theta$ 变化。这个结论虽然十分简单，却是实际设计的重要参考原则。根据这一原则，只要看一下频响曲线就可以大致地估计出指向性来，反之亦然。

很显然，$[1+\cos(2\theta)]/\cos\theta$ 是 θ 的单调下降函数，所以当 θ 由小变大时，$[1+\cos(2\theta)]/\cos\theta$ 由大变小，相当于 f 由大变小。所以为了得到一个心形的指向性，就应当设计平的或沿频率方向稍有正梯度的频响曲线（见图 5.34），但在实际情况下难以得到理想的特性，因为在加了后挡后，频响曲线具有正弦波那样的振荡形式，所以只能用其中的一个频段。

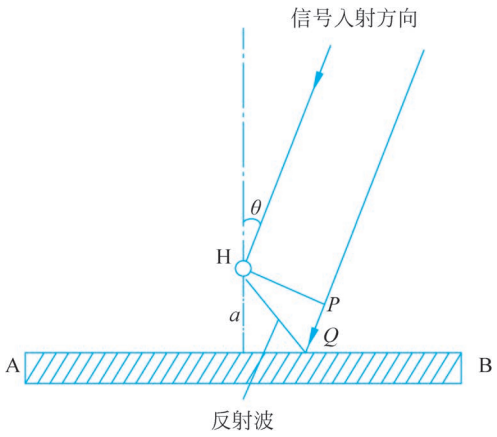
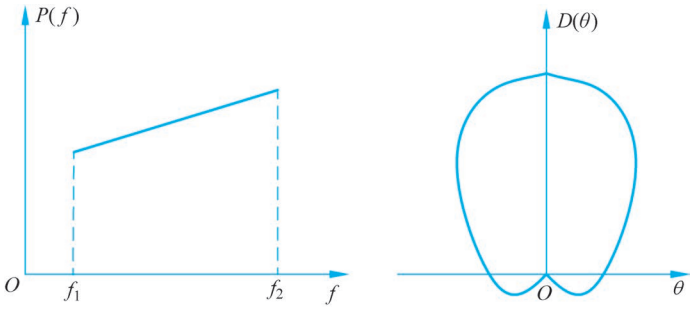


图 5.33 挡板的作用



(a) 频率响应　　(b) 指向性

图 5.34 单水听器加挡后的理想频响及指向性

基阵加挡之后，指向性的计算变得复杂起来。但对线阵来说，却可以应用下面的布里奇(Bridge)乘积定理，该定理表明加挡线阵的指向性等于不加挡线阵的指向性和加挡后单水听器指向性的乘积。

设单水听器在加挡之后的指向性函数为 $d(\theta)$，那么第 i 个水听器所接收到的信号为 $d(\theta)\cos(2\pi ft+\varphi_i)$，基阵总的响应为

$$D(\theta)=\left\{E\left[\sum_{i=1}^{N}d(\theta)\cos(2\pi ft+\varphi_i)\right]^2\right\}^{1/2}$$

$$=d(\theta)\left\{E\left[\sum_{i=1}^{N}\cos(2\pi ft+\varphi_i)\right]^2\right\}^{1/2}=d(\theta)D(\theta) \tag{5.105}$$

式中，$D(\theta)$正是未加挡时的指向性函数。

由式(5.105)可以看出，如果想通过加挡来改善基阵的指向性，就必须对 $d(\theta)$提出相应的要求。第一，要求 $d(\theta)$在基阵的工作扇面内响应比较一致；第二，要求 $d(\theta)$在基阵的工作扇面之外迅速下降为零。

图 5.35 给出了一个 8 基元线阵加挡前后指向性的对比(挡板是一个空气腔)。由图 5.35 可知，加挡之后基阵的指向性有所改善。

对于圆弧阵，加挡之后的指向性函数的计算要复杂得多，这是因为乘积定理在这里无法应用。如图 5.36 所示，加挡之后的每一基元在基阵上都有指向性，这些指向性的极大值（即声轴方向）并不像直线阵那样相互平行，而是交于圆心的。相邻两个基元指向性的声轴方向的夹角是 $\alpha=2\pi/N$，设声波入射角为 θ，那么第 i 个基元 H_i 的响应就是 $A\xi[\theta-(i-1)\alpha]\cos(2\pi ft+\varphi_i)$，其中，$\xi(\theta)$ 假定为单水听器的指向性。记 $a_i(\theta)=A\xi[\theta-(i-1)\alpha]$，有

$$D(\theta)=\left\{\left[\sum_{i=1}^{M}a_i\cos[\Delta_i(\theta)]\right]^2+\left[\sum_{i=1}^{M}a_i\sin[\Delta_i(\theta)]\right]^2\right\}^{1/2} \tag{5.106}$$

式中，M 为参加定向的水听器的个数，且给出的 $D(\theta)$ 表达式是未经归一化的。如果要归一化就必须将它除以 $\sum_{i=1}^{M}a_i(\theta_0)$，其中 θ_0 为定向方位角。

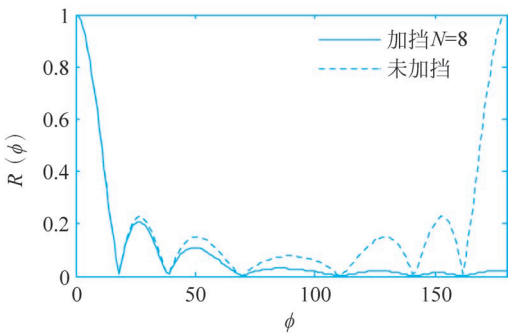


图 5.35　线阵加挡与不加挡指向性的比较

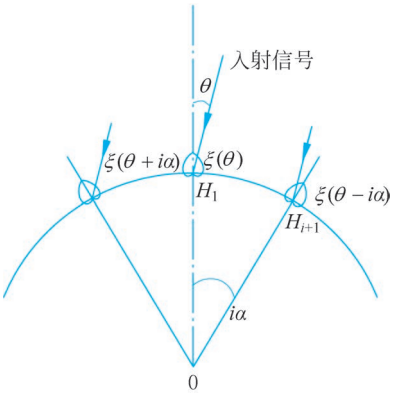


图 5.36　加挡圆阵指向性的计算

图 5.37 给出了一个 $N=60$ 的圆阵在加挡之后指向性的变化，加挡前 60 个基元都参加定向，加挡后用 $M=28$ 个基元参加定向。由图 5.37 可知，加挡以后的指向性有所改善。

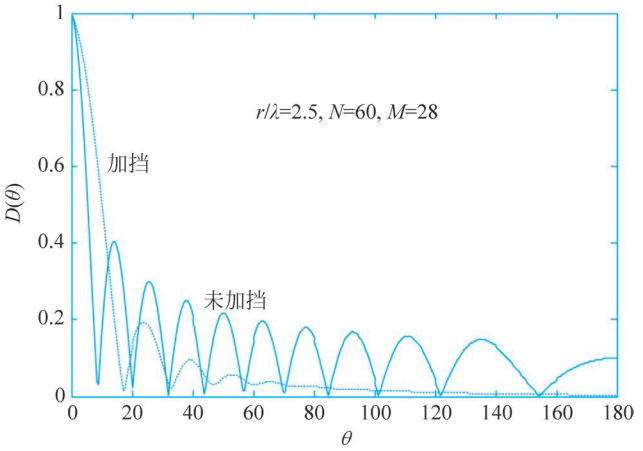


图 5.37　圆阵加挡与不加挡指向性的比较

一个圆阵在加挡之后，参加定向的基元数就减少了，那么空间增益会不会下降呢？一般情况下是不会的。一个声学结构设计得比较好的基阵，可以使每个基元都具有较强的抑制干扰的能力。举例来说，一个基阵在不加挡时由 N 个基元构成，它的空间增益就是 $10\lg N$。加了后挡之后，参加定向的基元数减少为 $M<N$，这时空间增益似乎下降了，但是实际上每个基元在加挡之后都具有抑制噪声的能力，它的平面聚集系数为

$$\gamma=\left[\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\xi^2(\theta)\mathrm{d}\theta\right]^{-1} \tag{5.107}$$

一般情况下，$10\lg\gamma$ 在 3dB 以上，它足以抵消由于基元个数减少而引起的系统空间增益的下降。

最后需要说明的是，即使设计制作得很好的后挡，也会使各基元之间有相移，这种相移不仅与信号频率有关，而且还与信号入射方向有关，这样就会使基阵的指向性受到一定的影响。所以，在设计整个声呐系统时，后挡引起的相移应当要考虑到。

在一般情况下，可同时采用加权与加挡这两种办法。

5.4 波束扫描方式

5.4.1 波束形状

基本波束形状通常有无指向性（或低指向性）、扇形波束、针状波束等，其指向性分别如图 5.38 中的(a)、(b)和(c)所示。其中扇形波束可以是方位窄波束或俯仰窄波束，扇形波束的扇形可以赋形，以满足探测的需要，例如，雷达垂直波束通常采用余割平方天线，使同一高度不同距离目标的回波强度基本相同。

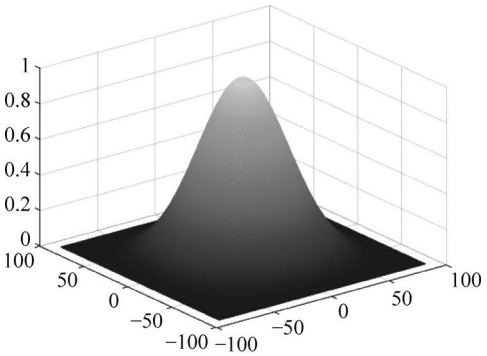
按照波束宽度，扇形波束可以是宽扇形波束或窄扇形波束，针状波束可以是粗或细针状波束。对于阵列声呐或雷达，还可能有多个波束，多个扇形波束（如图 5.39(a)所示）或多个针状波束（如图 5.39(b)所示）。为了保证在被搜索的空间内不漏掉目标，波束旋转的角度要保证波束之间在 3dB 处重叠。多波束形成一般采用数字形成技术，广泛应用于被动声呐、主动声呐，也用于超视距天波或地波雷达。相控阵雷达数字波束形成是一个全新的发展方向——数字阵列雷达（Digital Array Radar，DAR）。

无指向性（或半空间指向性）天线或基阵的特点是尺寸较小、外形为圆柱形或球形；没有分辨率，仅能进行比相测向。扇形指向性天线或基阵的孔径的特点是水平和垂直孔径差异较大，外形为条阵；波束有一维分辨率。针状波束天线或基阵的孔径的特点是外形为面天线或面阵，波束具有二维分辨率。根据乘积定理，收发组合可能提升分辨维度，两个交叉的扇形波束也可以形成针状波束，多波束测深仪就是这样获得二维角分辨率的。

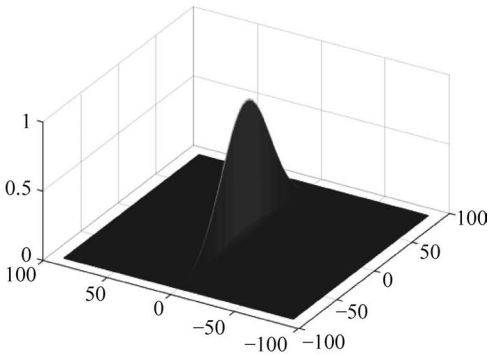
除了比相法或时延法测角外，通常发射天线或基阵、接收天线或基阵，必须有一个具有指向性或两者都具有指向性。

5.4.2 波束扫描

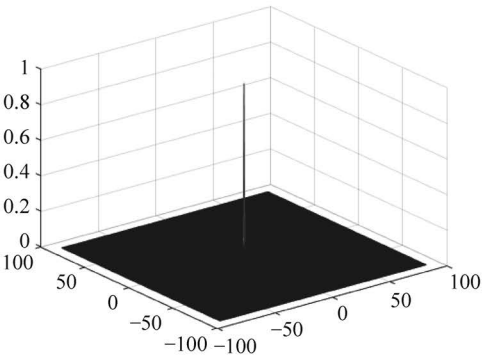
要实现全方位（或俯仰）或有限方位（或俯仰）探测，波束必须扫描。本节按扇形波束



(a) 低指向性

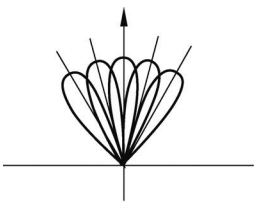


(b) 扇形波束

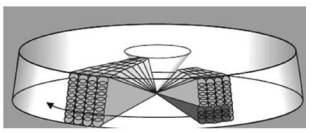


(c) 针状波束

图 5.38　基本波束形状



(a) 多个扇形波束



(b) 多个针状波束

图 5.39　多波束示意图

和针状波束分开讨论。

5.4.2.1　扇形波束扫描

扇形波束扫描相对简单，分为波束转动和波束平移两大类，其中波束转动又分成3种：单波束旋转扫描、单波束扇区扫描和多波束旋转扫描。

1. 波束转动

1）单波束旋转扫描

如图5.40(a)所示，波束为方位方向扇形波束，水平面窄，垂直面宽。水平面窄有利于测定目标方位，俯仰面宽可有较大的垂直探测范围。波束保持一定的俯仰角，在360°方位角范围内转动。可以对整个空间进行全面搜索，大多数二坐标雷达采取这种扫描方式。测量

的角度参数是方位，具有方位分辨率。主动声呐一般采用发射波束旋转的宽扇形波束。

2）单波束扇区扫描

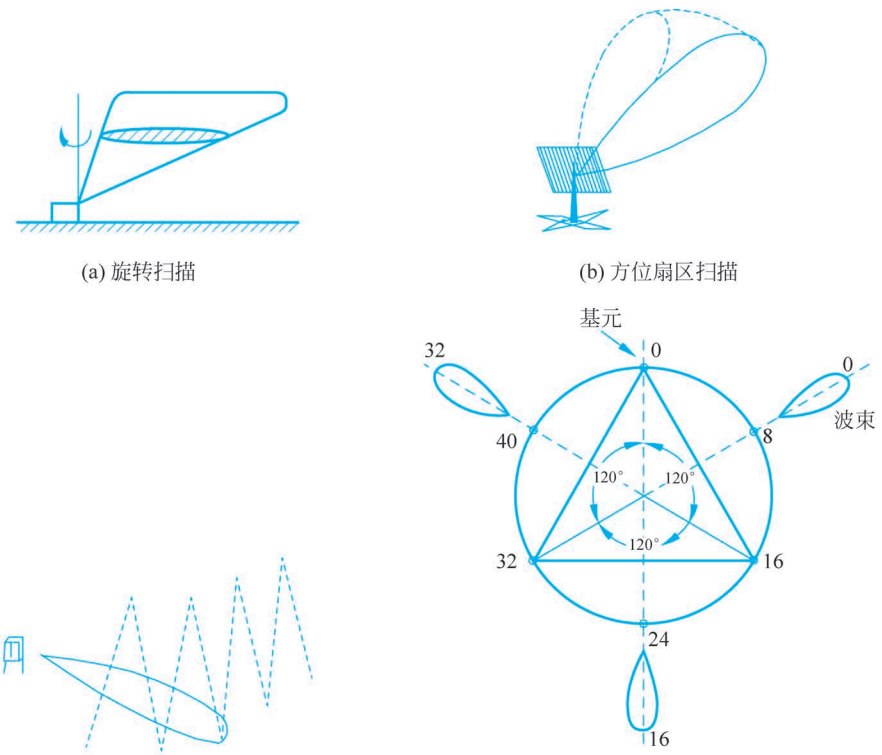
扇区扫描分成方位扫描和俯仰扫描两类。

方位扇区扫描如图 5.40(b)所示，波束与圆周扫描相同，但波束仅在一定的方位角范围内往复转动，用于对某一方位区的目标进行搜索和监视。测量的角度参数是方位。

俯仰扇区扫描如图 5.40(c)所示，其与方位扇区扫描相似，只是波束为俯仰方向的窄扇形波束，在一定的俯仰角范围内转动。波束在水平面上较宽，在垂直面上较窄。俯仰面窄有利于测高，方位垂直面宽可有较大的垂直探测范围，适用于发现某一方位区内不同高度的空中目标。这种扫描方式的雷达（如测高雷达）天线波束在以此保证获得很高的测高精度。测量的角度参数是俯仰，这种雷达通常称为点头测高雷达。

3）多波束旋转扫描

如图 5.40(d)所示，球鼻艏主动声呐的三重旋转发射波束发射 3 个相隔 120°的宽扇形波束以提高数据率。



(a) 旋转扫描　(b) 方位扇区扫描

(c) 俯仰扇区扫描　(d) 三重旋转发射波束

图 5.40　扇形波束扫描形式

2. 波束平移

如图 5.41 所示，该扫描方式的波束为方位方向窄扇形波束，水平面窄，垂直面宽。波束保持一定的俯仰角，沿直线平移，可以对测绘范围的空间进行全面搜索。侧扫成像

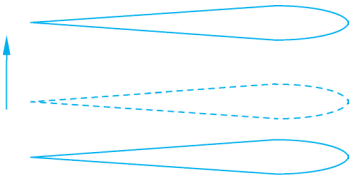


图 5.41　水平移动

雷达、声呐和合成孔径雷达和声呐均采取这种扫描方式。若波束方向与阵法向一致，则称为侧扫；如果波束方向向前，则称为斜前视。

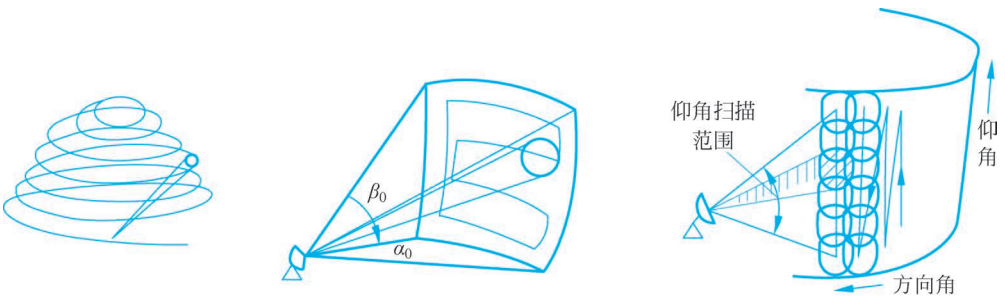
5.4.2.2　针状波束扫描

针状波束可以测量的角度参数有方位和仰角，其方位和仰角两者的分辨力和测角精度都高。其波束扫描分成单波束扫描和多波束扫描两种。

1. 单波束扫描

根据雷达的不同用途，针状波束的扫描方也分很多种，如图 5.42 所示。图 5.42(a)为螺旋扫描，在方位上做圆周快扫描，同时仰角上缓慢上升，到顶点后迅速降到起点并重新开始扫描。图 5.42(b)为分行扫描，方位上快扫，仰角上慢扫。图 5.42(c)为锯齿扫描，仰角上快扫，方位上缓慢移动。

单针状波束因波束窄，扫完给定的空域所需的时间较长，搜索能力较差，通常需要引导雷达辅助搜索。



(a) 螺旋扫描　　(b) 分行扫描　　(c) 锯齿扫描

图 5.42　针状波束扫描示意图

2. 多波束扫描

该扫描方式的同时形成多个针状波束，优点是数据率高，但需要二维面阵作为硬件基础，成本高。

5.4.2.3　收发波束的组合扫描

由阵的乘积定理可知，主动探测系统波束指向性由发射波束和接收波束的乘积决定。

发射波束和接收波束的组合会衍生出多种多样的扫描组合方式。组合后扫描波束的性能由组合指向性和组合扫描范围这两个指标决定。根据乘积定理可以预判这两个指标，其一般性规律如下。

组合指向性主要取决于高指向性的发射或接收，一般都是接收具有高指向性或发射和接收同时具有高指向性。通常情形下，高指向性发射的收发指向性的维度(方位或俯仰)相同；但多波束测深仪的两个分辨维度是垂直的，根据乘积定理，它合成的指向性是多个针状波束，再加上波束的沿航迹方向的水平移动。组合扫描范围取决于低指向性发

射阵的指向性。常用的收发组合扫描方式按照发射指向性从低到高、接收指向性从低到高的顺序，指向性相同则按系统组成从简单到复杂，具体组合情况列于表 5.2。

表 5.2 常用的发射波束和接收波束组合扫描

序号	发射指向性	接收指向性	合成指向性和范围	适用情形	天线或阵的形式	扫描方式
1	无指向性阵元或低指向性	无指向性阵元或低指向性	无指向性阵元或低指向性	窄带信号：比相测向 宽带信号：时延测向和互谱测向	一对阵元	不需要扫描
2	方位无指向性	方位窄扇形多波束	方位窄扇形多波束	警戒声呐、DAR	圆柱阵、球阵和线阵	接收电扫
3	方位宽扇形	方位窄扇形多波束	方位窄扇形多波束	天波或地波雷达、DAR、前视声呐、反蛙人声呐	发射为单阵，接收阵为阵列	接收电扫
4	方位旋转宽扇形或三重旋转宽扇形	方位窄扇形多波束	方位旋转窄扇形多波束或三重旋转窄扇形多波束	圆柱阵声呐、DAR	发射和接收均为圆形阵列	发射、接收电扫
5	方位宽扇形波束	方位宽扇形波束	方位线分辨率为常数，极高方位分辨率	合成孔径雷达或声呐	单天线或多子阵	水平移动
6	方位或俯仰窄扇形波束	方位或俯仰窄扇形波束	方位或俯仰窄扇形波束	两坐标雷达、点头测高雷达、DAR	天线水平和垂直方向孔径差异大、阵列天线	机械扫或电扫，波束 360°或局部旋转
7	方位窄扇形波束	方位窄扇形波束	方位窄扇形波束	侧扫雷达或声呐	单天线	水平移动
8	沿航迹向窄扇形波束	垂直航迹向窄扇形多波束	针状波束	多波束测深仪	船移动，阵型为十字阵或 T 形阵	水平移动
9	粗针状波束	细针状多波束	细针状多波束	三维成像声呐	发射单个面换能器，接收为面阵	电扫
10	细针状波束	细针状波束	空间单针状波束	三坐标雷达 多阵相控阵雷达	收发均为面阵	全电扫
11	垂直多针状波束	垂直多针状波束	空间多针状波束	旋转三坐标雷达	面天线，垂直线阵	方位旋转扫描机械或电扫描、垂直电扫

5.5 雷达自动测角和角度跟踪

在火控系统中使用的雷达，必须快速连续地提供单个目标（飞机、导弹等）坐标的精确数值，此外，在靶场测量、卫星跟踪、宇宙航行等方面应用时，雷达也是观测一个目标，而且必须精确地提供目标坐标的测量数据。

为了快速地提供目标的精确坐标值，需要采用自动测角的方法。自动测角时天线能自动跟踪目标，同时将目标的坐标数据经数据传递系统送到计算机数据处理系统。

与自动测距需要有一个时间鉴别器一样，自动测角也必须要有一个角误差鉴别器。当目标方向偏离天线轴线（即出现了误差角）时，就能产生一个误差电压，误差电压的大小正比于误差角，其极性随偏离方向的不同而改变。此误差电压经跟踪系统变换、放大、处理后，控制天线向减小误差角的方向运动，使天线轴线对准目标。

下面分别介绍雷达单脉冲自动测角的原理和方法，单脉冲是指在一个脉冲内即可测量目标的角度。

单脉冲法只要发射一个脉冲，就可以形成误差信号，而不需要像圆锥扫描测角（一种老的角跟踪方法，因容易受到欺骗干扰，已淘汰）那样发射一串脉冲才能得到误差信号，所以称为单脉冲法。

如图 5.43 所示，在单脉冲雷达中，天线有 4 个照射器，它们上、下、左、右对称地排列在抛物面的焦点附近，但不在焦点上。当照射器偏离抛物面轴线的角度为（$+\Delta\theta$）时，它的辐射波瓣的指向约为（$-\Delta\theta$），所以 4 个照射器在焦点附近对称地排列，将得到两对天线波瓣：一对在水平面上，另一对在垂直面上，每对波瓣是固定的，不是旋转的。水平的一对可以测出水平方向的角误差，垂直的一对可以测出垂直方向的角误差。所以发射一个脉冲，它的回波就可以给出误差信号，故称单脉冲法。

角误差信号可以通过比较振幅，也可以通过比较相位得到。图 5.43 是采用和差方法取得误差信号的单脉冲雷达的组成框图。天线的 4 个辐射器和定向耦合接头相连接，在发射时，功率先送到接头 3，被分成相等的两路，分别送到接头 1 和 2，再被一分为二，使 4 个照射器得到功率相同的同相激励。在接收时，通过这些接头，可以得到适当的和、差信号，最后形成 3 路输出，分别是：

第一路信号为（1＋2＋3＋4），是 4 个照射器接收功率的总和，加到距离接收机上，作为发现目标和测量距离之用。

第二路信号为（1－2）＋（3－4）＝（1＋3）－（2＋4），这一输出代表方位角的误差，送给方位接收机。

第三路信号为（1＋2）－（3＋4），这一路输出代表仰角的误差，送给仰角接收机。

后两路信号经过放大和相位检波，归一的差信号正比于误差角的大小，将该电压控制天线的驱动设备，纠正天线的指向误差，完成跟踪目标的任务。

用比相取得角误差信号的单脉冲角跟踪雷达至少需要两个接收天线，图 5.44 是采

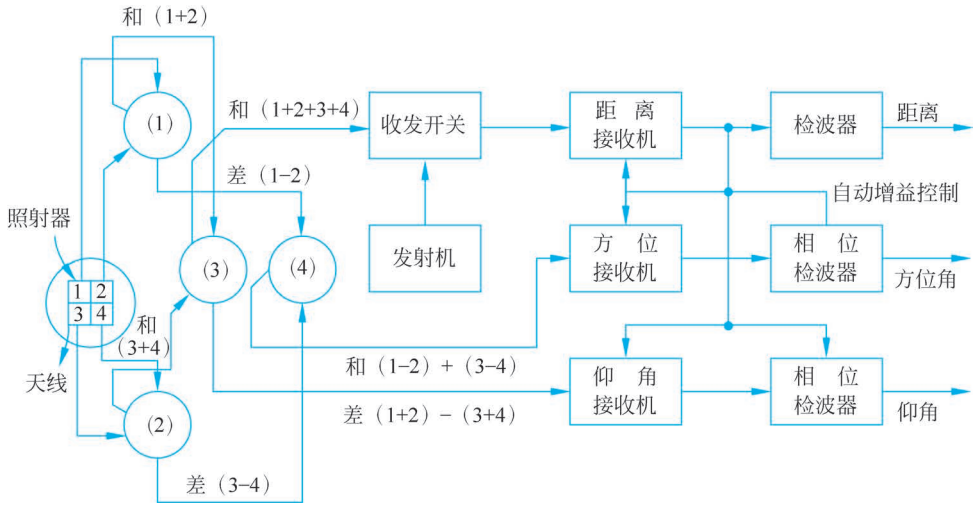


图 5.43 采用和差方法取得误差信号的单脉冲雷达的组成框图

用两个接收天线的单脉冲跟踪雷达的组成框图。两个天线的中心距离是 d，目标的方向与法线的夹角为 θ，离天线中点的距离是 R，离天线 1 和 2 的距离分别是 R_1 和 R_2。由图 5.44 可知

$$\begin{aligned} R_1 &= R + (d/2)\sin\theta \\ R_2 &= R - (d/2)\sin\theta \end{aligned} \tag{5.108}$$

所以，两个天线接收到的回波有一个相位差

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d\sin\theta \tag{5.109}$$

当偏角 θ 很小时，$\sin\theta \approx \theta$，相位差 $\Delta\varphi$ 与 θ 成正比。因此，比较两个天线的接收信号，得出它们的相位差 $\Delta\varphi$，经过放大以后，就可以用来驱动天线，修正角度的偏差。

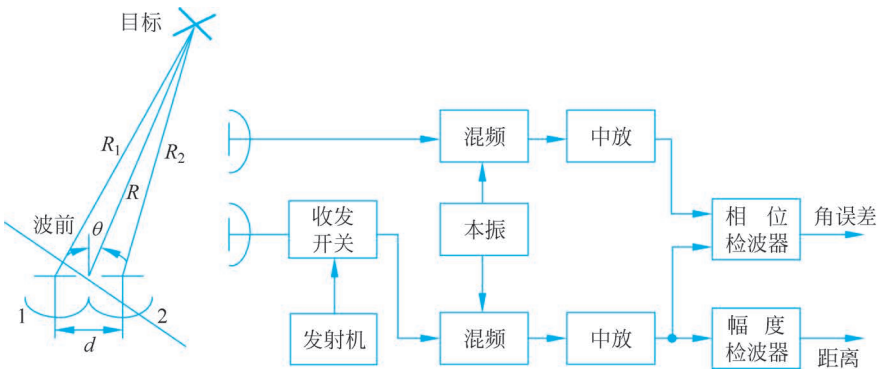


图 5.44 比相单脉冲跟踪雷达的组成框图

5.6 相控阵雷达

相控阵雷达是一种电子扫描雷达，用电子方法实现天线波束指向空间的转动或扫描的天线称为电子扫描天线或电子扫描阵列(ESA)天线。相控阵分无源相控阵、有源相控阵和数字阵列雷达三大类。无源相控阵全系统只有一个发射机，依靠传输线或空间给各阵元馈电，采用全模拟方式实现相控发射和接收。无源相控阵成本低，但灵活性差。有源相控阵每个阵元有各自的波形产生和发射机，实现了发射数字化，但接收相控阵仍然采用模拟移相器或延时线。数字阵列发射和接收均实现了数字化。

5.6.1 相控阵天线和相控阵雷达的特点

1. 天线波束快速扫描，实现多目标搜索、跟踪与多种雷达功能

相控阵波束扫描速度远高于机械扫描。相控阵雷达具有的多目标跟踪与多种雷达功能的工作能力是基于相控阵天线波束快速扫描的技术特点，利用波束快速扫描能力，合理安排雷达搜索工作方式与跟踪方式之间的时间交替及其信号能量的分配与转换，可以合理解决搜索、目标确认、跟踪起始、目标跟踪、跟踪丢失等不同工作状态遇到的特殊问题；可以在维持对多目标跟踪的前提下，继续维持对一定空域的搜索能力，可以有效地解决对多批、高速、高机动目标的跟踪问题；能按照雷达工作环境的变化，自适应地调整工作方式，按目标反射面积(RCS)大小、目标远近及目标重要性或目标威胁程度等改变雷达的工作方式，并进行雷达信号的能量分配。

相控阵雷达能够实现的主要功能有 4 种，即边搜索边跟踪(TMS)、跟踪加搜索(TAS)、分区搜索和集中能量。

2. 具有多波束形成能力，实现高搜索数据率和跟踪数据率

相控阵天线的快速扫描和多波束形成能力，可以实现高搜索数据率和跟踪数据率，而数据率是反映雷达系统性能的一个非常重要的指标。

3. 多阵元结构为阵列处理提供了物理基础

声呐在阵列处理方面走在雷达前面，其原因是声呐很早就采用了声基阵的结构。阵列处理的内容有数字波束形成、空间谱估计或到达角(DOA)估计、空间滤波、自适应空间、空时自适应处理等，这些阵列处理的物理基础是多阵元结构，而非单个天线。

4. 天线孔径与雷达平台共形能力的实现

(1) 共形相控阵天线可以获得更大的天线孔径并提高雷达的实孔径分辨率。

(2) 有利于实现全空域覆盖，提高数据率，具有更强的工作灵活性。

(3) 可以将雷达、电磁战、通信、导航等电子系统进行综合设计，构成综合电子集成系统。

(4) 舰载相控阵雷达采用共形相控阵天线，有利于降低雷达自身引入的电磁特征，实现隐身舰船的设计。

(5) 采用与地形共形的相控阵天线有利于雷达的伪装，有利于抵抗敌方的侦察。

(6) 不会影响飞机的气动特性。

5. 抗干扰能力好

相控阵雷达天线波束的快速扫描、天线波束形状捷变、自适应空间滤波、自适应空时处理能力以及多种信号波形的工作方式(如在一定范围内工作频率和调制方式的改变、脉冲重复频率和脉冲宽度的改变等),使得相控阵雷达成为目前最具抗干扰潜在性能的一种雷达体制。相控阵雷达大多运用了单脉冲角跟踪、脉冲压缩、频率分集、频率捷变和自适应副瓣抑制等技术,既提高了测定目标参数的精度,又提高了抗干扰性能。

6. 高可靠性

在相控阵雷达,特别是有源相控阵雷达中,有成百上成千甚至上万个辐射单元,每个辐射单元都有一个通用的收发(T/R)组件,这些 T/R 组件具有很好的重复性、一致性和可靠性,即使天线阵列中的部分 T/R 组件损坏,对雷达性能的影响也不大,而且可以方便地实现在线维修更换。

5.6.2 相控阵波束扫描三种基本方式

5.6.2.1 相位扫描

天线波束指向与相位波前相垂直的方向。在相控阵中,通过分别控制每个辐射元激励的相位来调整这个相位波前,从而控制波束,相邻单元的相移增量为 $\psi=(2\pi/\lambda)s\sin\theta_0$,如图 5.45(a)所示。如前所述,相位扫描仅适用于窄带相控阵雷达。

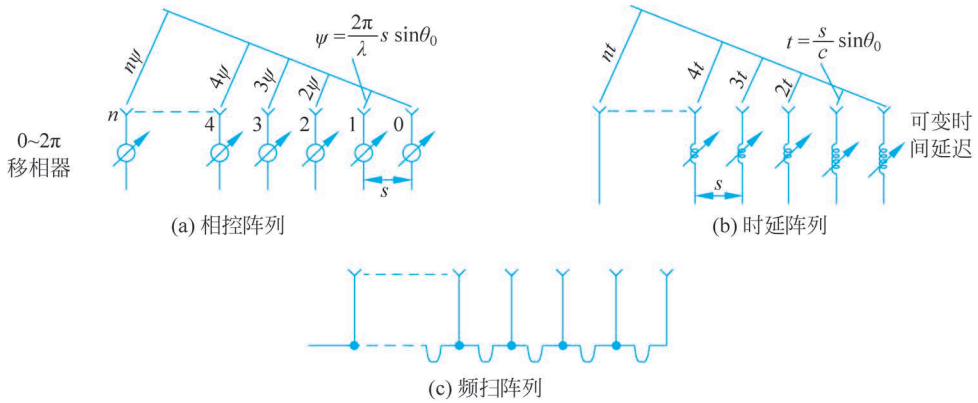


图 5.45 扫描波束的产生

5.6.2.2 时延扫描

相位扫描对频率很敏感,宽带信号必须用时延扫描代替相位扫描。如图 5.45(b)所示,可采用延时线在单元之间提供一个延时增量 $t=(s/c)\sin\theta_0$ 来代替移相器。给每个天线配一个单独的时延电路通常太昂贵,往往是给一组各自带有移相器的单元加上一个时延网络,就能合理地兼顾性能和经济性的要求,如图 5.46 所示。

5.6.2.3 频率扫描

可以利用相位扫描的频率敏感特性,使频率成为更有效的参数。图 5.45(c)显示了这种排列方式,连接两阵元的为蛇形馈线,假定两个阵元之间馈线长度为 l,馈线内电磁

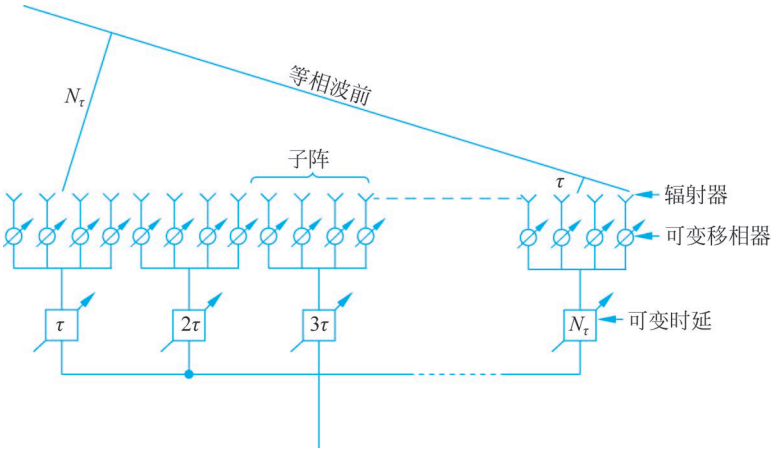


图 5.46　组间延时组内子阵移相的简化方案

波的波长为 λ_g，则相邻阵元间的相位差为 $\Psi=2\pi l/\lambda_g$，即频率改变意味着相位的改变，这样通过改变频率而使波束扫描。频扫系统相对要更简单和便宜，且频扫系统已经得到发展和应用，过去采取与机械水平旋转的雷达相结合为三坐标雷达提供高度角扫描，常用于舰船三坐标雷达；但由于频率是雷达重要的资源，不能只把它用于扫描，因此频扫应用受到限制。

5.6.3　相控阵移相器件

目前，有 3 种基本类型的移相器常用于相控阵中，即二极管移相器、不可逆铁氧体移相器和可逆（双模）铁氧体移相器。

可逆移相器发射和接收的相移相同；而不可逆移相器发射和接收相位不同，在发射和接收之间必须有移相器的切换（即改变相位状态）。通常切换非可逆铁氧体移相器要花几微秒的时间，在此期间，雷达无法检测目标。对于低脉冲重复频率（PRF）的雷达，每秒发射 200～500 个脉冲，这不会带来问题。举例来说，如果 PRF 为 2000pps（或 Hz），则脉冲间隔时间为 500μs，如果移相器切换时间为 10μs，那么仅浪费时间的 2%，且只损失小于 1.0n mile 的最小距离；如果 PRF 为 50kHz，脉冲间隔时间为 20μs，则不可能允许有 10μs 的静寂时间用于移相器的切换。

5.6.3.1　二极管移相器

二极管（PIN）移相器的特点是相移量按二进制增量（如 180°、90°、45°）改变。它是互易式器件。所谓互易式，是指发射和接收时，相位状态无须切换，不需要额外的切换时间。二极管移相器适合在 3GHz 以下频段工作，在 L 波段和更低的频段，显然应选择二极管移相器。

其优点是体积小、重量轻、热稳定性好，它适合带状线、微带线和单片结构，通常被限制用在小于 1kW 的功率电平上。T/R 组件通常使用 PIN 管移相器。

其缺点有二：一是当需要低副瓣天线时，位数便要增加，对于超低副瓣天线，可能需要 5 位、6 位或 7 位，当位数增加时，二极管移相器的成本和损耗也会增大；二是对于大

功率应用会非常复杂。

5.6.3.2 铁氧体移相器

铁氧体移相器的特点是相移量可以任意小，可以不按二进制增量（如 180°、90°、45°）改变，其损耗随频率增加而减小，一般用于 3GHz 以上；其缺点是比二极管移相器器件重且庞大，热稳定性差。

铁氧体移相器分成非互易式和互易式两种。其中非互易式铁氧体应用更普遍，它在发射和接收状态需要进行移相器切换（相位状态需要改变），切换时间通常需要数十微秒。其优点是低损耗、高功率，能处理高达 100 kW 峰值功率的器件，它适合波导结构。

互易式铁氧体移相器兼备了非互易式铁氧体移相器移向精度高和 PIN 管互易性的优点，但功率介于不可逆铁氧体移相器和二极管移相器之间。

总之，二极管移相器和非互易式铁氧体、互易式铁氧体移相器在相控阵中都有应用。随着二极管性能的提高，二极管移相器将比铁氧体器件更快地得到改进。在 L 波段和更低的频段，显然应选择二极管移相器。在 S 波段和更高频段，当在较高功率系统和在系统需要附加位以实现低副瓣天线所需的低相位误差时，应选择铁氧体移相器。铁氧体移相器比二极管移相器对温度更敏感，相位将随温度的变化而改变，这可以通过保持整个阵列温度基本不变（温度变化控制在几度以内）来控制，常用的技术是在阵列的几个位置检测温度，然后进行修正并送到移相器的相位指令。

5.6.4 平面相控阵雷达波束形成

在 5.3 节介绍了线阵波束形成的方法，本节将介绍平面阵波束形成方法，其基本原理一致，即调整各阵元的相位（窄带）和时延（宽带），使各阵元的信号在给定的波束方向相位一致。

平面阵列能在二维空间控制波束。在球坐标系中，单位半球面上的点由两个坐标 θ 和 ϕ 来确定，如图 5.47 所示，θ 是从法线量起的扫描角，ϕ 是从 x 轴量起的扫描平面，将半球面上的点向一个平面上投影（如图 5.48 所示），平面的轴是方向余弦 $\cos\alpha_x$，$\cos\alpha_y$。对于半球面上的任意方向，方向余弦为

$$\begin{aligned}\cos\alpha_x &= \sin\theta\cos\phi \\ \cos\alpha_y &= \sin\theta\sin\phi\end{aligned} \tag{5.110}$$

扫描方向由方向余弦 $\cos\alpha_{xs}$、$\cos\alpha_{ys}$ 来表示，扫描面由从 $\cos\alpha_x$ 轴反时针旋转测量的角度 ϕ 来确定

$$\phi = \arctan\frac{\cos\alpha_{ys}}{\cos\alpha_{xs}} \tag{5.111}$$

扫描角 θ 由原点到点（$\cos\alpha_{xs}$，$\cos\alpha_{ys}$）的距离确定，这一距离等于 $\sin\theta$。为此，把这种类型表示称为 $\sin\theta$ 空间。$\sin\theta$ 空间的特征是扫描方向不影响天线波瓣图形。随着波束扫描，图形中的每一个点和波束最大值一样，在同一方向并以同样距离移动。

在单位圆以内的范围，

$$\cos^2\alpha_x + \cos^2\alpha_y \leqslant 1 \tag{5.112}$$

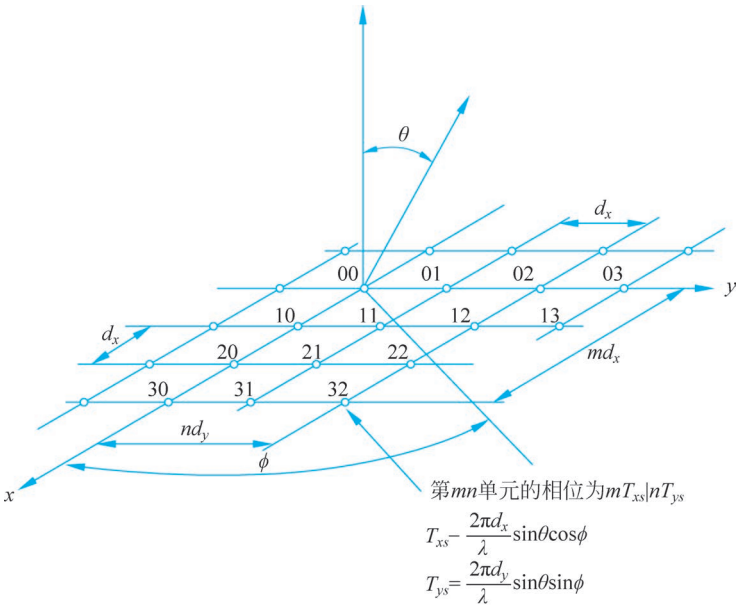


图 5.47　平面阵列单元的位置和相位

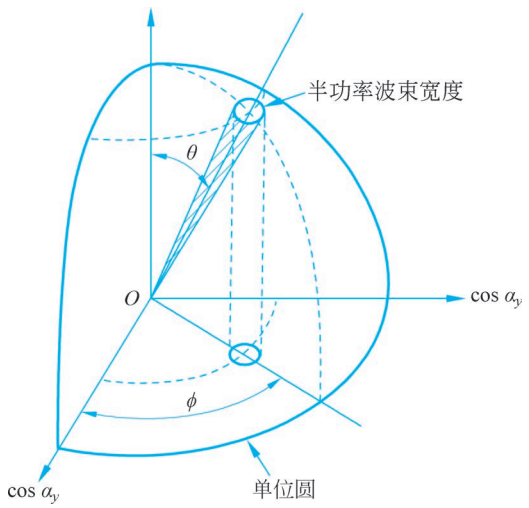


图 5.48　半球面上的点在阵列平面上的投影

称为实空间，能量向这个半球内辐射；在单位圆以外的无穷大区域，称为虚空间。虽然没有功率辐射到虚空间，但在阵列扫描时，为观测栅瓣运动，这个概念还是有用的。

最普通的单元点阵不是矩形格子就是三角形格子，如图 5.47 所示，第 mn 单元位于 (md_x, nd_y)，三角形格子可以想象为每隔一个单元省去一个单元的矩形格子。在这种情况下，通过要求 $(m+n)$ 为偶数值的方法，可以确定单元的位置。

由于采用方向余弦的坐标系统，单元控制相位的计算大大简化。在这一系统中，由波束控制方向 $(\cos\alpha_{xs}, \cos\alpha_{ys})$ 所定义的线性相位的渐变可以在每个单元上加起来。因

此，第 mn 单元上的相位为

$$\psi_{mn}=mT_{xs}+nT_{ys} \tag{5.113}$$

式中，$T_{xs}=(2\pi/\lambda)d_x\cos\alpha_{xs}$ 为在 x 方向上单元之间的相移，$T_{ys}=(2\pi/\lambda)d_y\cos\alpha_{ys}$ 为在 y 方向上单元之间的相移。

二维阵列的阵因子可以由阵列中各个单元在空间每一点贡献的矢量和来计算，对于向着 $\cos\alpha_{xs}$ 和 $\cos\alpha_{ys}$ 给出的方向扫描的阵列，$M\times N$ 个辐射元的矩形阵列的阵因子可以表示为

$$E_a(\cos\alpha_{xs},\cos\alpha_{ys})=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}|A_{mn}|\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}[m(T_x-T_{xs})+n(T_y-T_{ys})]} \tag{5.114}$$

式中，$T_x=(2\pi/\lambda)d_x\cos\alpha_x$，$T_y=(2\pi/\lambda)d_y\cos\alpha_y$，$A_{mn}$ 为第 mn 单元的幅度。

阵列可看成具有无限多个栅瓣，但只希望在实空间内仅有一个瓣（即主瓣）。当控制了相位后，使主瓣指向法线方向时就很容易绘出栅瓣位置，并在主瓣扫描时观察它们的运动。

图 5.49 给出在矩形和三角形排列时栅瓣的位置。对矩形阵列，栅瓣位于：

$$\begin{cases}\cos\alpha_{xs}-\cos\alpha_x=\pm\dfrac{\lambda}{d_x}p\\ \cos\alpha_{ys}-\cos\alpha_y=\pm\dfrac{\lambda}{d_y}q\end{cases},\quad p,q=0,1,2,\cdots \tag{5.115}$$

当 $p=q=0$ 时，所对应的就是主瓣。用三角形格子抑制栅瓣比用矩形格子更为有效，对于给定的孔径尺寸，它需要的单元较少。如果三角形格子在 (md_x,nd_y) 上包含单元，且 $m+n$ 是偶数，那么栅瓣位于

$$\begin{cases}\cos\alpha_{xs}-\cos\alpha_x=\pm\dfrac{\lambda}{2d_x}p\\ \cos\alpha_{ys}-\cos\alpha_y=\pm\dfrac{\lambda}{2d_y}q\end{cases} \tag{5.116}$$

式中，$p+q$ 为偶数。

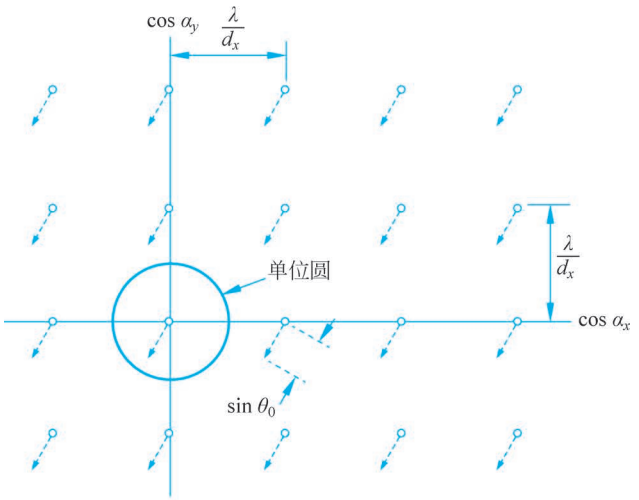
由于通常希望在实空间内只有一个主瓣，因此合理的设计应是对所有的扫描角而言，除了一个最大值外，其余均在虚空间内。如果单元间距大于 $\lambda/2$，那么由于扫描的缘故，原来在虚空间内的波瓣可能移向实空间。当阵列扫描从法线离开时，每个栅瓣（在 $\sin\theta$ 空间）在扫描面所决定的方向上将移动一段等于扫描角正弦的距离。为了保证没有栅瓣进入实空间，单元间距必须这样选择，即对于最大的扫描角 θ_m，栅瓣移动 $\sin\theta_m$ 时不会把自身带进实空间。如果对每个扫描面都要有从法线算起 60°的扫描角，那么在 $1+\sin\theta_m=1.866$ 为半径的圆内，就不能存在栅瓣。满足这一要求的方形格子有

$$\lambda/d_x=\lambda/d_y=1.866\quad\text{或}\quad d_x=d_y=0.536\lambda \tag{5.117}$$

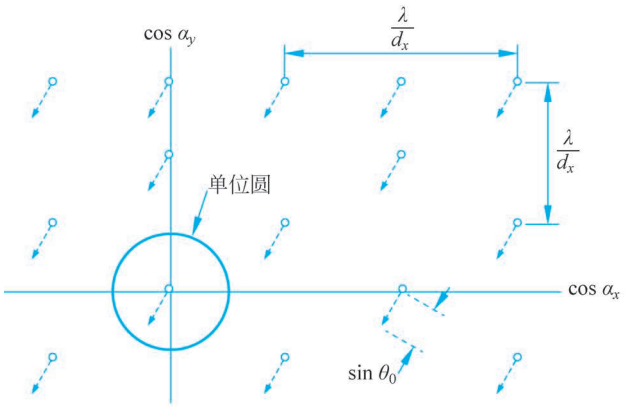
式中，每个单元的面积为

$$d_xd_y=(0.536\lambda)^2=0.287\lambda^2 \tag{5.118}$$

对于等边三角形阵列，需满足



(a) 矩形排列



(b) 三角形排列

图 5.49　当波束扫描到 θ_0 时，矩形排列和三角形排列的栅瓣移动情况

$$\lambda/d_y=\lambda/(\sqrt{3}d_x)=1.866 \quad 或 \quad d_y=0.536\lambda,\quad d_x=0.309\lambda \tag{5.119}$$

因为每隔一个 mn 值放置一个单元，则每个单元面积为

$$2d_xd_y=2(0.536\lambda)(0.309\lambda)=0.332\lambda^2 \tag{5.120}$$

对于同样的栅瓣抑制，方形格子则大约多出 16%的单元数。

5.6.5　无源相控阵雷达的馈电和馈相方式

相控阵雷达分成有源和无源两种方式。无源相控阵雷达所有阵元共用一台大功率发射机。有源相控阵每个阵元都有自己的发射机。无源相控阵发射信号的馈送方式可以分成串联馈电和并联馈电两种方式。

5.6.5.1　串联馈电

图 5.50 给出了几种串联馈电系统。在除了图 5.50(d)以外的所有情况下，当调整移

相器时，辐射源到每个辐射单元的电路径长度必须作为频率函数来计算和加以考虑；图 5.50(a)是一个端馈阵，它对频率敏感，这就导致它比大多数其他馈电系统有更严格的带宽限制；图 5.50(b)是中心馈电，它具有与并馈网络基本相同的带宽，和波瓣与差波瓣输出都有，但它们对最佳幅度分布的要求有矛盾，两者不能同时满足，要同时给出好的和波瓣与差波瓣几乎是不可能的，需以增加复杂性为代价；用如图 5.50(c)所示的方法就可以克服这一困难，其中用了两根分开的中心馈线，它们在一个网络内混合，并给出和差波瓣的输出，对于这两种幅度分布进行独立的控制是可能的。为了能有效地工作，两根馈线所要求的分布是正交的，即它们产生的波瓣图中一个波瓣图的峰值对应于另一个的零点，孔径分布则分别为偶数和奇数；如图 5.50(d)所示为一种具有等路径长度、频带非常宽的串馈系统，如果带宽已由相位扫描限制，那么以尺寸和重量明显增加作为代价并没有换得多大的好处；对于如图 5.50(e)所示的方案，每个移相器只需做同样的调整，编程相对简单，但由于串联插入损耗随辐射器的序列增加，同时调整相位所需要的容差也高，因此这种类型不常使用。

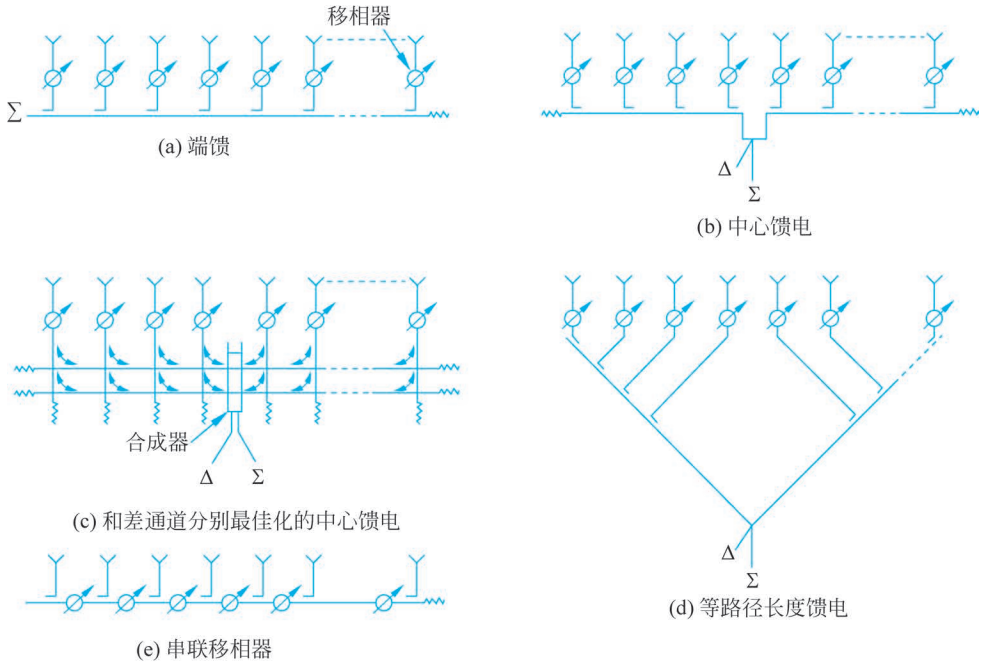


图 5.50　串联馈电网络

5.6.5.2　并联馈电

图 5.51 给出了许多并联馈电系统，它们常常把若干辐射器组合成子阵，然后把子阵串接或并接组合起来以形成和差波瓣。

图 5.51(a)给出了一种匹配组合馈电网络，它由一些匹配的混合接头组合起来，孔径的不匹配反射和其他不平衡反射引起的不同相位分量被终端负载吸收，同相分量和平衡分量回到输入端。为了破坏周期性并降低最大量化副瓣，在个别馈线中可引入少量附加

的固定相移，并可通过对移相器进行相应的调整来补偿。

如图 5.51(b)所示的电抗性馈电网络比匹配结构简单，它的缺点是不能吸收不平衡的反射，这种不平衡的反射至少可能引起部分重新辐射，产生副瓣。图 5.51(c)给出了带状线功率分配器。图 5.51(d)给出了一种用电磁透镜的强制光学功率分配器，透镜可以省去，但要在移相器上进行修正，对于用非可逆移相器的情况，一部分从孔径反射的功率将再辐射(作为副瓣)，而不回到输入端，喇叭口上的幅度分布是由波导模式给定的，对图示的 E 面喇叭，其幅度是相等的。

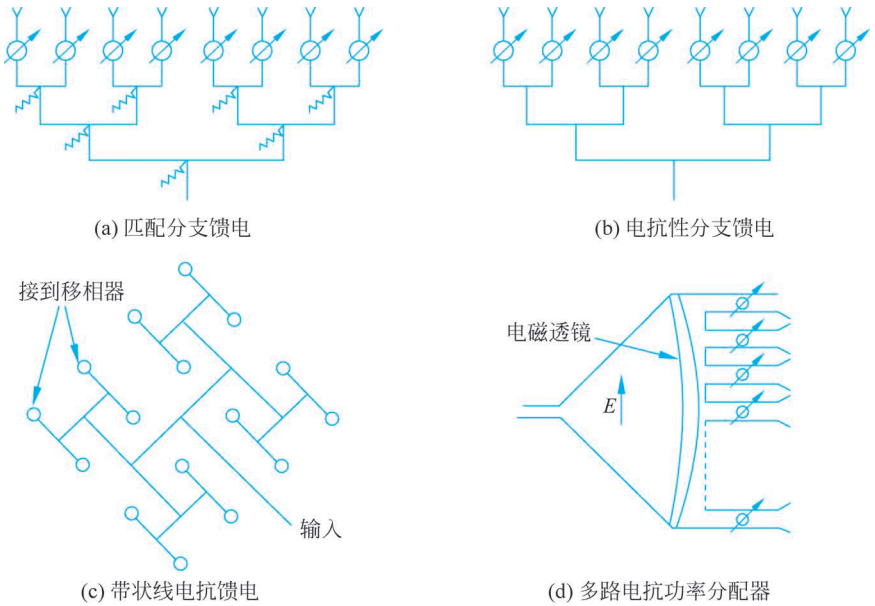


图 5.51　并联馈电网络

5.6.6　有源相控阵

有源相控阵雷达是现代雷达发展的一个重要方向。有源相控阵是指天线的每个子阵都有接收机和发射机的相控阵系统，其适用范围从用于监视的超高频(UHF)到用于机载系统的 X 波段，甚至更高的频段，其接收机和发射机又称为 T/R 组件。有源相控阵的技术基础是固态发射机技术，因此 T/R 组件又称为固态模块。T/R 组件的性能在很大程度上决定了有源相控阵雷达的性能，且 T/R 组件的生产成本决定了有源相控阵雷达的推广应用前景。

采用有源相控阵雷达天线的雷达称为有源相控阵雷达(APAR)，有源相控阵雷达已成为当今相控阵雷达发展的一个重要方向，很多战略、战术雷达都是有源相控阵雷达。随着数字与模拟集成电路技术及功率放大器件的快速发展，有源相控阵技术正由雷达向通信、电磁战、定位导航等领域发展。

5.6.6.1　T/R 组件基本结构

典型组件如图 5.52 所示，它由发射放大链、接收前置放大器、带激励器的共同移相

器，以及分隔发射和接收路径的环流器与/或开关组成。

用于单元级发射的功率放大器通常有 30dB 或更大的增益，以补偿在波束形成器上功率分配的损耗。晶体管能产生较高的平均功率，但只能产生相对较低的峰值功率。因此，需要高占空比的波形（10%～20%）以有效地发射足够的能量。峰值功率不足是相控阵雷达中固态模块的主要缺点，这一点可通过在接收机中使用脉冲压缩以及使用对抗干扰的极宽的带宽来补偿，但要以增加信号处理为代价。晶体管的主要优点在于具有宽带宽的潜力。

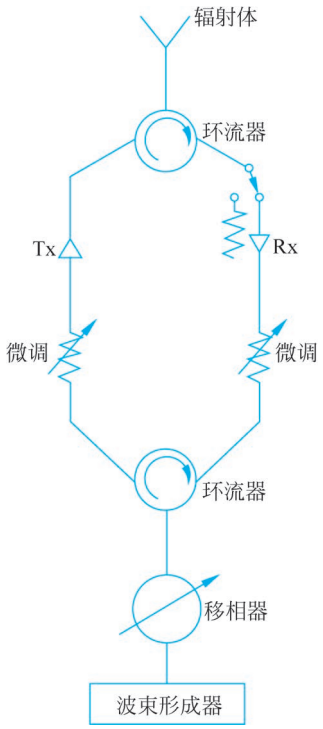


图 5.52　典型组件

接收机通常需要 10～20dB 的增益以便给出低噪声系数，允许移相和波束形成的损耗，模块在单元波瓣（不仅是天线波瓣）范围内也接收来自各个方向上、带宽内所有频率上的干扰信号。因此，低接收机增益有利于保证动态范围。为了在频带内为低副瓣性能提供幅度和相位跟踪，模块之间的一致性要求非常严格。可编程增益调整对于校正模块间的变化有帮助，可放松对模块性能规格的要求。由于噪声系数已确定，所以可以把馈电网络分开，以便为和差通道的发射和接收提供独立的最佳孔径幅度分布。在另一种结构中，馈电网络设计成提供等幅孔径分布形式，以便在目标上提供最高的发射功率，接收器增益控制用来提供和通道的幅度渐变，也可以为差通道加上第二个馈电系统。

模块移相器在低的信号功率电平上工作，因为在发射放大之前，在接收放大之后，其插入损耗可以很高。因此，甚至在许多位（如为实现低副瓣选择 5 位、6 位或 7 位）的情况下，也完全允许使用二极管移相器，插入损耗的变化可用增益调整来动态补偿。

高功率一侧的环流器可为功率放大器提供阻抗匹配，并足以保护接收机。由图 5.53 可见，添加的开关可使因天线失配而反射的功率被吸收，并能在发射期间为接收机提供额外的保护。如果要重点考虑重量，如当它处于空基系统中的情况，那么环流器可以用需要附加逻辑和激励电路的二极管开关来代替。

5.6.6.2　有源相控阵天线的特点

与无源相控阵天线相比，有源相控阵天线具有如下特点：

（1）由于功率源直接连在阵元后面，故馈源和移相器的损耗不影响雷达性能，接收机的噪声系数由 T/R 组件中的低噪声放大器决定，不受移相器和相加网络影响，信噪比容易提高。

（2）降低馈线系统承受高功率的要求，降低相控阵天线中馈线网络即信号功率相加网络（接收时）的损耗。

（3）每个阵元通道上均有一个 T/R 组件，重复性、可靠性、一致性好，即使有少量 T/R 组件损坏，也不会明显影响性能指标，而且能很方便地更换组件。

（4）易于实现共形相控阵天线。

（5）可实现变极化。可在天线处正交放置一对偶极子天线，它们分别辐射或接收水平线极化与垂直线极化信号。天线单元用作圆极化天线单元，因此用一个 3dB 电桥和一个 0/π 倒相的极化转换开关，即可实现发射左旋或右旋圆极化信号和接收右旋或左旋圆极化信号。

圆极化发射和接收雷达信号有利于消除电离层对电磁波产生的极化偏转效应（法拉第效应），这对探测空间目标、卫星与中远程弹道导弹的大型相控阵雷达是十分必要的。变极化还可以用于雷达抗干扰。

（6）有利于采用单片微波集成电路（MMIC）和混合微波集成电路（HMIC），可提高相控阵天线的宽带性能，有利于实现频谱共享的多功能天线阵列，为实现综合化电子信息系统（包括雷达、ESM 和通信等）提供可能的条件。

（7）采用有源相控阵天线后，有利于与光纤及光电子技术相结合，实现光控相控阵天线和集成度更高的相控阵天线系统。

有源相控阵天线虽然具有许多优点，但价格昂贵，是否采用有源相控阵雷达应从实际需求出发，既要看雷达应完成的任务，也要分析实际条件和采用有源相控阵天线的代价，考虑技术风险及对雷达研制周期和生产成本的影响。

5.6.7 数字阵列雷达

对于有源相控阵雷达来说，借助 DDS 技术，即可具备不用移相器或延时线实现相控发射的能力；如果其接收像声呐那样采用数字波束形成，则可以完全抛弃移相器或延时线，这就是发展中的数字阵列雷达（DAR）技术。

数字阵列雷达的基本结构框图如图 5.53 所示，主要由数字 T/R 组件、数字波束形成（DBF）、信号处理器、控制处理器和基准时钟等部分组成。它的 T/R 组件（如图 5.54 所示）不再含有移相器，发射波形的移相或延时依靠 DDS 来完成，同时可以看出，它已经完成了正交解调和模/数转换，得到了接收信号复包络的数字形式，为数字波束形成奠定了基础。

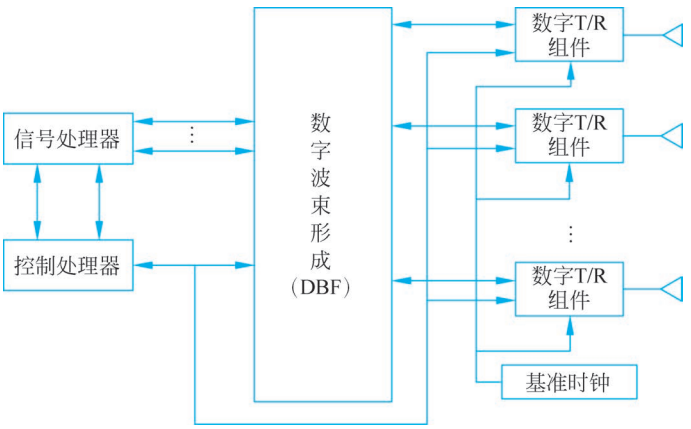


图 5.53 数字阵列雷达的基本结构框图

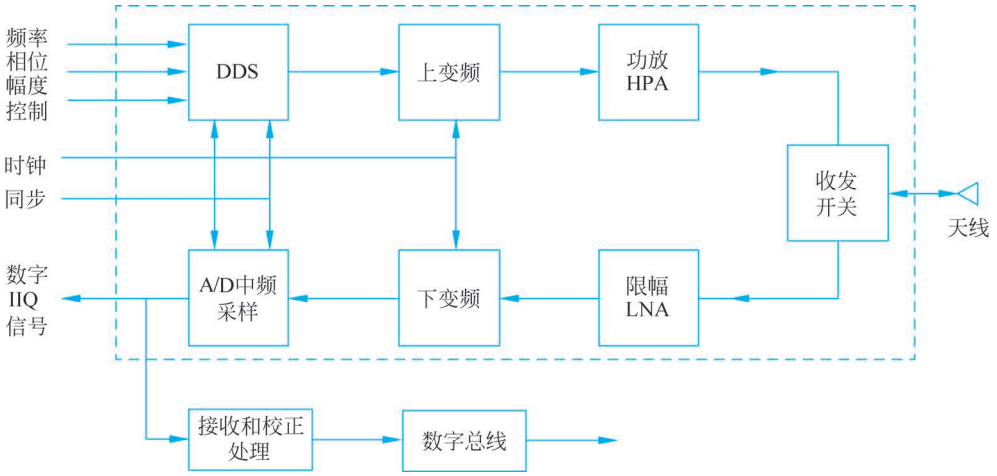


图 5.54　基于 DDS 的数字 T/R 组件组成方框图

5.7　三坐标雷达

通常的监视雷达只能测量距离和方位角这两个坐标，称为两坐标雷达。能测量目标在空间的 3 个坐标值（即距离、方位角和仰角）的雷达称为三坐标雷达。曾经有多种方法来测量仰角和高度，如工作频率低的早期雷达，地（海）面反射使垂直面方向图分裂成波瓣形，这时可以利用波瓣形状的规律进行目标仰角估测；V 形波束测高是在搜索波束之外再增加一个倾斜 45°的倾斜波束，前者用来测量目标的距离和方位，增加的倾斜波束用来测定目标的高度。用一部“点头”式测高雷达配合两坐标的空中监视雷达协同工作，监视雷达发现目标并测得其距离和方位角，同时将目标坐标数据送给测高雷达，该雷达具有窄的仰角波束，并在仰角方向“点头”扫描，可以比较准确地测定目标的仰角和高度。这些测量方法的主要缺点是测量过程比较复杂、缓慢，可以同时容纳的目标数目较少，测量精度较差，不能满足出现高速度、高密度的空中目标时对雷达测量的要求。

对三坐标雷达的主要要求是能快速提供大空域、多批量目标的三坐标测量数据，同时要有较高的测量精度和分辨力。通常用数据率作为衡量三坐标雷达获得信息速度的一个重要指标，数据率这个指标也反映了雷达各主要参数之间的关系。在三坐标雷达中，为了提高测量方位角和仰角的精度和分辨力，通常都采用针状波束。

5.7.1　三坐标雷达的数据率

三坐标雷达的数据率 D 定义为单位时间内雷达对指定探测空域内任一目标所能提供数据的次数，可以看出，数据率也等于雷达对指定空域探测一次所需时间（称为扫描周期 T_S）的倒数，因为波束每扫描一次，对待测空域内的每一目标能够提供一次测量数据。

令雷达待测空域立体角为 V、波束宽度立体角为 θ，雷达脉冲重复周期为 T_r，重复频率为 f_r，雷达检测时所必需的回波脉冲数为 N。为此，必须保证波束对任一目标照射时间不小于 NT_r（即波束在某一位置停留的时间不应小于 NT_r），则雷达波束的扫描周

期为

$$T_S = \frac{V}{\theta} N T_r \tag{5.121}$$

设雷达作用距离为 R_{max}，则目标回波的最大时延为

$$t_{rmax} = \frac{2R_{max}}{C} \tag{5.122}$$

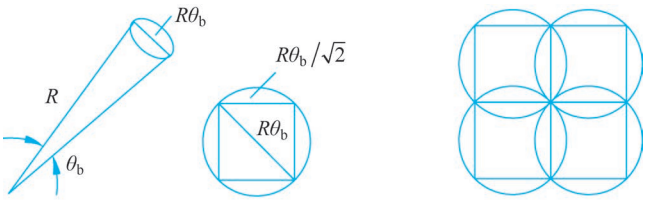
式中，C 为光速。若取 $T_r = 1.2T_{rmax}$，则

$$T_S = \frac{V}{\theta} N \frac{2.4R_{max}}{C} \tag{5.123}$$

待测空域立体角 V 和波束宽度立体角 θ 可按以下方法计算：

球面上的某一块面积除以半径的平方定义为这块面积相对球心所张的立体角。

假定雷达波束在两个平面内的宽度相同，设 $\theta_\alpha = \theta_\beta = \theta_b$，则波束在以距离 R 为半径的球面上切出一个圆，如图 5.55 所示，把该圆的内接正方形作为波束扫描中的一个基本单元，以保证波束扫描时能覆盖整个空域。由图 5.55 可知，正方形的面积为 $(R\theta_b/\sqrt{2})^2$，故波束立体角为 $B = (R\theta_b/\sqrt{2})^2/R^2$。



(a) 波束扫描的一个基本单元　　(b) 波束覆盖空域

图 5.55　波束立体角计算图

波束宽度立体角 B 由测角精度和分辨力决定，不能任意加宽，同时 B 增大后将使天线增益下降，使得探测距离减小，回波脉冲数 N 会影响探测能力以及多普勒分辨能力等，因此提高数据率是雷达系统综合设计研究的问题。

三坐标雷达大体上可分为单波束和多波束两大类。

5.7.2　单波束三坐标雷达

与炮瞄雷达一样，三坐标雷达通常采用针状波束，但是炮瞄雷达一般有引导雷达，自身无法搜索目标，但三坐标雷达一般用作对空搜索。为了提高数据率，三坐标雷达有一维电扫，新型的对空搜索雷达大多采用二维电扫。在有一维电扫的三坐标雷达中，方位用机械旋转扫描，转速较慢；俯仰方向用电子扫描，扫描速度很快。电子扫描的方式可以采用频扫和相扫，但即使采用二维电扫，扫描速度还是无法提高，因为当距离给定后，脉冲重复频率就定了。

5.7.3　多波束三坐标雷达

单波束三坐标雷达，在高度方向需要扫描，扫描速度较慢。为了提高测高的速度，可

以在高度上形成多个波束，这样就可以大大提高测高雷达的数据率，如果有 M 个波束，那么测高速度就可以提高 M 倍。

必须指出，用增加波束的数目来提高数据率时，要相应地增加发射功率，以保证每个波束所探测的空域均有足够的距离覆盖能力。若假定 M 个波束均分发射功率，而总发射功率仍和单波束雷达一样，则每个波束的回波功率减小至原来的 $1/M$，为了达到同样的检测概率，必须增加脉冲积累数；否则与单波束雷达相比，数据率不仅不会提高，反而会降低。

5.7.3.1 偏焦多波束三坐标雷达

如图 5.56 所示为偏焦多波束三坐标雷达，天线的馈源为多个喇叭，在抛物面反射体的焦平面上垂直排列，由于各喇叭相继偏离焦点，故在仰角平面上可以形成彼此部分重叠的多个波束。这种三坐标雷达的好处是避免了采用相控阵，大大降低了系统的成本。

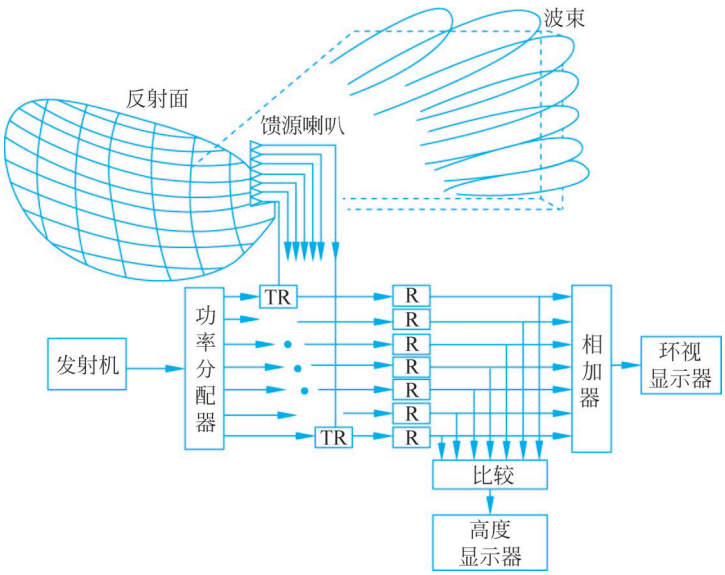


图 5.56 偏焦多波束三坐标雷达原理方框图

5.7.3.2 相控阵多波束形成三坐标雷达

采用相控阵的方法可以在方位上实现多个收发波束，以提高三坐标雷达的数据率。图 5.57 给出了一种用波导作为延迟线获得两个多波束的方案，由于各条相加波导放置的倾斜角 β 不同，Δl 不同，因而各条相加波导相应的波束指向也就不同，每个接收通道对应一个波束指向，M 条 β 角不同的相加波导及多个相应的接收通道就对应着 M 个波束。

5.7.4 仰角测量范围和高度测量

5.7.4.1 仰角测量范围

仰角测量范围是两坐标雷达的一个重要性能指标，它是雷达天线波束在仰角上的覆盖范围或扫描范围，对不同类型的相控阵雷达，其含义有所不同。对在方位上做一维相

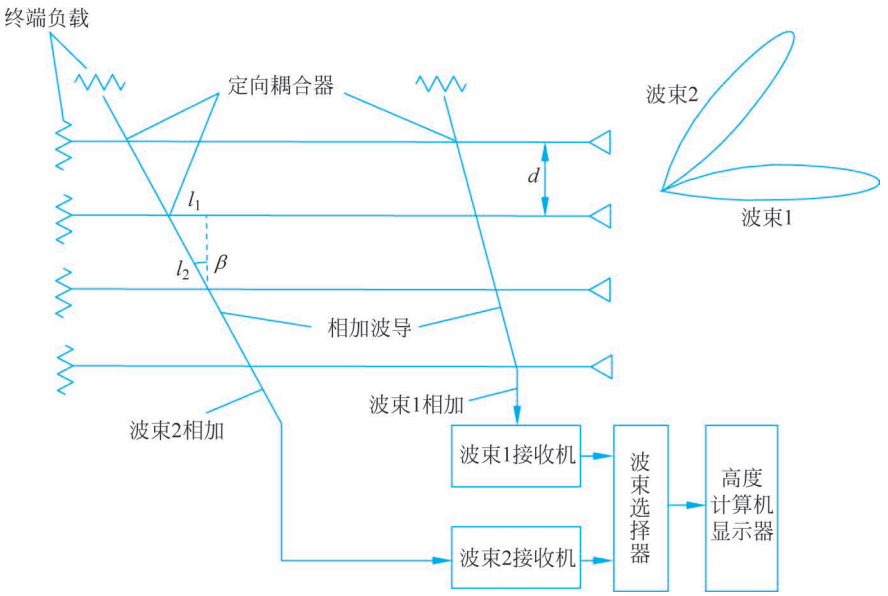
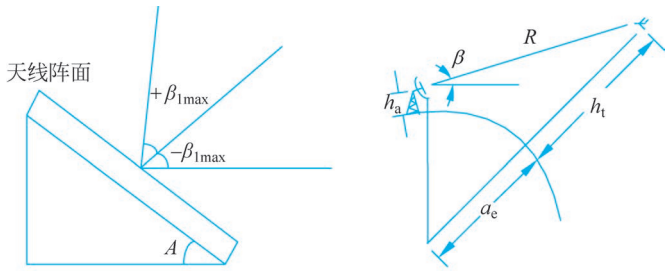


图 5.57　射频延时线相控阵三坐标雷达原理方框图

位扫描的相控阵雷达来说，雷达仰角测量范围取决于该雷达天线波束在仰角上下的形状；对大多数二坐标雷达而言，其仰角波束形状多数具有余割平方形状。对在仰角上做一维相位扫描的战术相控阵三坐标雷达来说，仰角测量范围即天线波束在仰角上的相位扫描范围，有的三坐标雷达在仰角上采用多个波束或发射余割平方宽波束，接收为多个窄波束，这时仰角测量范围取决于多波束的覆盖范围。当天线阵面倾斜放置时，仰角测量范围取决于天线倾角及天线波束偏离法线方向的上下扫描角度，如图 5.58 所示，图中 A 为天线在垂直方向上的倾斜角，$+\beta_{1\max}$ 与 $-\beta_{1\max}$ 分别表示天线波束偏离法线方向往上与往下的扫描范围。



(a) 仰角测量范围　　(b) 目标高度计算

图 5.58　仰角测量范围和目标高度计算

对一般战术两坐标相控阵雷达来说，天线阵面的向后倾斜角比较容易决定，但对超远程空间探测相控阵雷达来说，由于它们要求有很大的仰角测量范围，天线阵面倾斜角 A 的确定应考虑的因素较多。如美国 AN/FPS-85 超远程相控阵雷达用于对空间目标的跟踪，收集苏联导弹系统发射情报和洲际弹道导弹(ICBM)的早期预警，该雷达的仰角观

察空域为0°～105°，其天线阵面的倾斜角为45°，意味着该雷达在仰角上偏离阵面法线方向往上与往下的扫描范围分别为60°和45°，这就决定了该雷达天线在垂直方向上的单元间距应按最大扫描角 $\beta_{1\max}=60°$ 进行设计。如果要求在低仰角水平方向有更好的检测和跟踪性能，则天线阵面往后的倾斜角 A 应大一些，如选择50°，甚至是55°，但这就要求天线最大扫描角度为65°，甚至是70°，方能保证0°～105°的仰角覆盖要求。这将使相控阵天线的设计变得更为困难，导致天线单元数目增加，且高仰角的雷达性能急剧降低。

5.7.4.2 高度计算

在三坐标雷达中，根据测得的目标斜距和仰角，并考虑到地球曲率和大气折射的影响，可按如图5.58(b)所示的几何关系计算目标高度，图中 R 为目标的斜距，β 为目标的仰角，h_t 为目标的高度，h_a 为雷达天线的高度，a_e 为考虑大气折射后的地球等效半径，当大气折射系数随高度的变化梯度为 -0.039×10^{-8} 时，$a_e=(4/3)$，$r=8490\text{km}$，其中，r 为地球曲率半径。大气折射使电波传播路径发生弯曲，采用等效半径后，可认为电磁波仍按直线传播。

由余弦定理可得

$$(a_e+h_t)^2=R^2+(a_e+h_a)^2-2R(a_e+h_a)\cos(90°+\beta) \tag{5.124}$$

因为 $(a_e+h_a)\gg R$，所以

$$(a_e+h_t)=(a_e+h_a)\left[1+\frac{R^2+2R(a_e+h_a)\sin\beta}{(a_e+h_a)^2}\right]^{1/2} \tag{5.125}$$

注意到 $h_a\ll a_e$，故式(5.125)可化简成

$$h_t=h_a+\frac{R^2}{2a_e}+R\sin\beta \tag{5.126}$$

当距离很近时，有

$$h_t=h_a+R\sin\beta \tag{5.127}$$

思考题与习题

5.1 测角的基本方法有哪些？这些方法优缺点是什么？

5.2 比相法测角组成框图中(见图5.7)，如果两个接收天线间的距离 $d=75\text{cm}$，波长 $\lambda=25\text{cm}$，试计算以下问题：

(1) 若目标方向与接收天线方向的夹角 $\theta=5°$，试求相位计测得的相位差 φ。

(2) 若要保证测角的单值性，则单个接收天线的水平波束宽度应为多少？

5.3 画出窄带波束(时域法)形成框图，并解释原理。

5.4 画出宽带波束(时域法)形成框图，并解释原理。

5.5 解释窄带波束形成频域法原理，空间频率与数字频率对应的关系是什么？

5.6 雷达单脉冲自动测角的原理和方法是什么？

5.7 被动声呐如何测向？如果要精确测量方位，应采用什么方法？

5.8 加权对阵的指向性指标有何改变？

5.9　加挡对阵的指向性指标有何改变？

5.10　前视主动声呐一般采用多波束声呐，如果其多波束形成结果在零度方向有强的虚警（该方向实际没有目标，但信号很强），请问可能是什么原因造成的？

5.11　完成均匀线阵的波束形成的计算机仿真。

5.12　在上题的基础上，采用仿真的方法研究切比雪夫加权对副瓣的影响。

5.13　仿照式(5.80)，推导当阵元数为奇数时，均匀线阵方向性函数的数学表达式。

5.14　平面阵或线阵相控阵天线波束扫描时，为什么会发生波束变宽和增益下降？

5.15　试述相控阵雷达的优缺点。

5.16　无源相控阵如何形成两个独立的波束？（假定为线阵）

5.17　试述三坐标雷达的主要质量指标。

5.18　三坐标雷达有哪几种？哪一种最完善？为什么？