

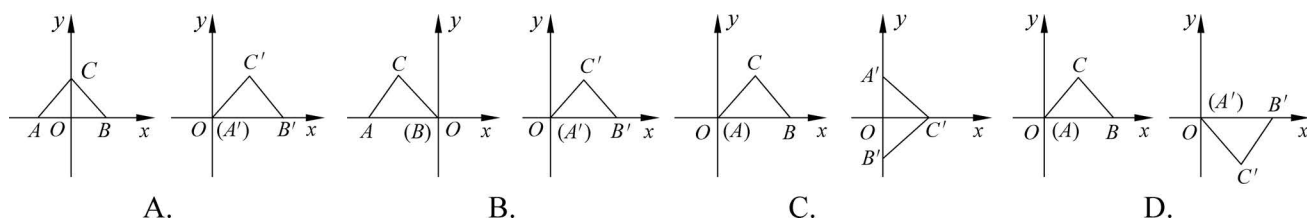


第一章 立体几何初步

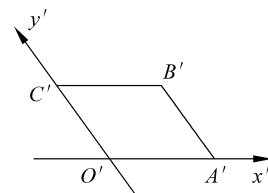


1.1 空间几何体与斜二测画法

- 根据斜二测画法的规则画直观图时,把直角坐标系中的 Ox, Oy, Oz 轴分别画成 $O'x', O'y', O'z'$ 轴,则 $\angle x'O'y'$ 为()
A. 90° B. 45° C. 135° D. 45° 或 135°
- 每个选项中的 2 个等腰三角形 ABC 和 $A'B'C'$ 都是全等的,它们的直观图不全等的是()

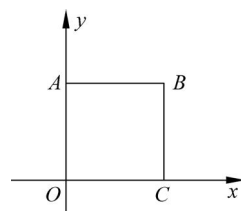
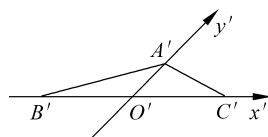


- 如图所示,水平放置的四边形 $OABC$ 的直观图为菱形 $O'A'B'C'$,该菱形的边长为 2,则原四边形 $OABC$ 为()
A. 矩形 B. 菱形
C. 正方形 D. 平行四边形
- 水平放置的 $\triangle ABC$ 的直观图如图所示,其中 $B'O' = C'O' = 1$,

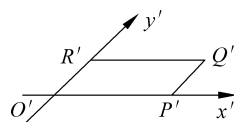


$A'O' = \frac{\sqrt{3}}{2}$,那么原 $\triangle ABC$ 是()

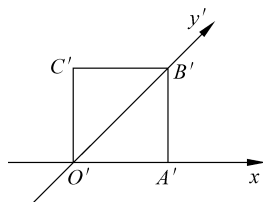
- 等边三角形
 - 直角三角形
 - 三边中只有两边相等的等腰三角形
 - 三边互不相等的三角形
- 如图所示,一个水平放置的正方形 $ABCO$,它在直角坐标系 xOy 中,点 B 的坐标为 $(2,2)$,则用斜二测画法画出的正方形的直观图中,顶点 B' 到 x' 轴的距离为_____.



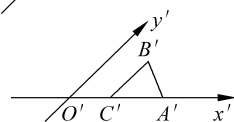
6. 如图所示, 平行四边形 $O'P'Q'R'$ 是水平放置的四边形 $OPQR$ 的直观图, 若 $O'P' = 3, O'R' = 1$, 则原四边形 $OPQR$ 的周长为_____.



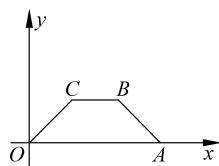
7. 如图所示, 正方形 $O'A'B'C'$ 的边长为 1, 它是水平放置的一个平面图形的直观图, 则原图形的周长是_____.



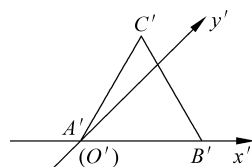
8. 水平放置的 $\triangle ABC$ 的斜二测直观图如图所示, 已知 $B'C' = 4, A'C' = 3, B'C' \parallel y'$ 轴, 则 $\triangle ABC$ 中 AB 边上的中线的长度为_____, $S_{\triangle ABC} =$ _____.



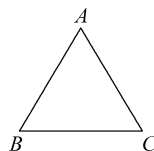
9. 如图所示, 四边形 $OABC$ 是上底为 2, 下底为 6, 有一个底角为 45° 的等腰梯形, 用斜二测画法画出这个梯形的直观图 $O'A'B'C'$, 则直观图中梯形的高为_____.



10. 如图所示, 已知用斜二测画法画出的 $\triangle ABC$ 的直观图 $\triangle A'B'C'$ 是边长为 a 的正三角形, 则原 $\triangle ABC$ 的面积为_____.



11. 用斜二测画法作出水平放置的边长为 4 cm 的正三角形(如图所示)的直观图.

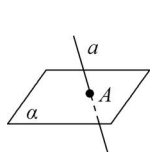
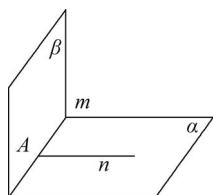


12. 用斜二测画法作出底面半径为 1 cm, 高为 3 cm 的圆锥的直观图.

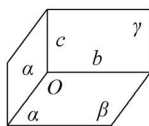


1.2 构成空间几何体的基本元素

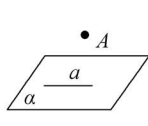
- 下列说法正确的是()
 - 水平放置的平面是大小确定的平行四边形
 - 平面 $ABCD$ 即平行四边形 $ABCD$ 的四条边围起来的部分
 - 一条直线和一个平面一定会有公共点
 - 平面可向四周无限延伸
- 点 A 在直线 a 上,而直线 a 在平面 α 内,点 B 在平面 α 内,可以表示为()
 - $A \subset a, a \subset \alpha, B \in \alpha$
 - $A \in a, a \subset \alpha, B \in \alpha$
 - $A \subset a, a \in \alpha, B \subset \alpha$
 - $A \in a, a \in \alpha, B \in \alpha$
- 图中元素的关系,用符号语言可表述为()
 - $\alpha \cap \beta = m, n \subset \alpha, m \cap n = A$
 - $\alpha \cap \beta = m, n \in \alpha, m \cap n = A$
 - $\alpha \cap \beta = m, n \subset \alpha, A \subset m, A \subset n$
 - $\alpha \cap \beta = m, n \in \alpha, A \in m, A \in n$
- 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,不符合条件“与直线 A_1D_1 既不相交也不平行”的棱是()
 - AB
 - B_1C_1
 - B_1B
 - CD
- “平面 α 与平面 β 有一条公共直线 l ,且直线 m 在平面 β 内”用符号语言可表示为_____.
- 把下列符号叙述所对应图形的字母编号填在题后横线上.



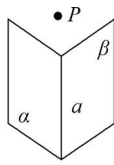
A.



B.



C.

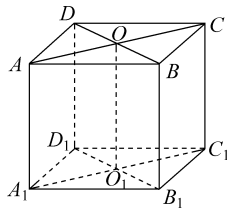


D.

- $A \notin \alpha, a \subset \alpha$ _____;
- $\alpha \cap \beta = a, P \notin \alpha$ 且 $P \notin \beta$ _____;
- $a \not\subset \alpha, a \cap \alpha = A$ _____;
- $\alpha \cap \beta = a, \alpha \cap \gamma = c, \beta \cap \gamma = b, a \cap b \cap c = O$ _____.

- 如图所示,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,试根据图形填空:

- 平面 $ABB_1A_1 \cap$ 平面 $A_1B_1C_1D_1 =$ _____;
- 平面 $A_1C_1CA \cap$ 平面 $ABCD =$ _____;
- 平面 $A_1C_1CA \cap$ 平面 $D_1B_1BD =$ _____;
- 平面 $A_1B_1C_1D_1$, 平面 B_1C_1CB , 平面 ABB_1A_1 的公共点为 _____.



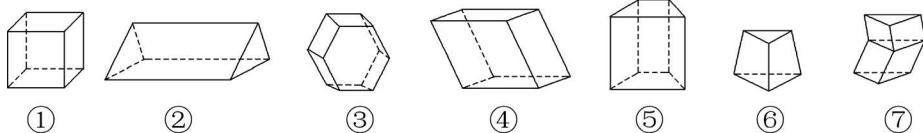
C. 垂直 D. 相交

(2) 平面 ABD 与平面 BDC 相交于 BD , 平面 ABC 与平面 ADC 相交于 AC .



1.3 多面体与棱柱

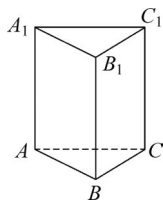
1. 下面的几何体中,棱柱有()



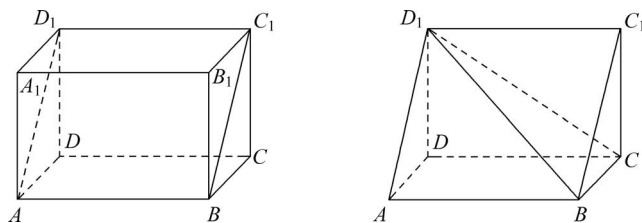
- A. 4 个
B. 5 个
C. 6 个
D. 7 个
2. 下列命题正确的是()
- A. 棱柱的每个面都是平行四边形
B. 一个棱柱至少有五个面
C. 棱柱有且只有两个面互相平行
D. 长方体是正四棱柱
3. 设集合 $P = \{x | x \text{ 是正四棱柱}\}$, $Q = \{x | x \text{ 是长方体}\}$, $M = \{x | x \text{ 是正方体}\}$, 则()
- A. $M \subseteq Q \subseteq P$
B. $M \subseteq P \subseteq Q$
C. $P \subseteq Q \subseteq M$
D. $Q \subseteq M \subseteq P$
4. 一个棱柱是正四棱柱的充分必要条件是()
- A. 底面是正方形,有两个侧面是矩形
B. 底面是正方形,两个侧面垂直于底面
C. 底面是菱形,有一个顶点处的两条棱互相垂直
D. 底面是正方形,每个侧面都是全等矩形
5. 已知某长方体同一顶点上的三条棱长分别为 1, 2, 3, 则该长方体的表面积为()
- A. 22
B. 20
C. 10
D. 11
6. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,点 Q 是棱 DD_1 上的动点,则过 A, Q, B_1 三点的截面图形是()
- A. 等边三角形
B. 矩形
C. 等腰梯形
D. 以上都有可能
7. 下列说法中正确的是()
- A. 棱柱中所有的侧棱都相交于一点
B. 若棱柱的底面边长相等,则它的各个侧面全等
C. 有两个面平行,其余各面都是平行四边形的几何体叫棱柱
D. 九棱柱有 9 条侧棱,9 个侧面,侧面均为平行四边形
8. 给出下列四个结论:
- ① 一个侧面是矩形的棱柱是直棱柱;
② 两个相邻侧面垂直于底面的棱柱是直棱柱;
③ 两个侧面是矩形的棱柱是直棱柱;
④ 一条侧棱垂直于底面两边的棱柱是直棱柱. 其中所有正确的结论有_____. (填序号)

9. 一个长方体共顶点的三个面的面积分别是 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{6}$, 则这个长方体的体对角线长是_____.

10. 如图所示, 在所有棱长均为 1 的三棱柱上, 有一只蚂蚁从点 A 出发, 绕着三棱柱的侧面爬行一周到达点 A_1 , 则爬行的最短路程为_____.



* 11. 堑堵、阳马、鳖臑这些名词出自中国古代数学名著《九章算术》, 其中阳马和鳖臑是我国古代对一些特殊锥体的称呼. 如图所示, 取长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 按平面 ABC_1D_1 斜切一分为二, 得到两个一模一样的三棱柱, 该三棱柱称为堑堵, 再沿堑堵的一顶点 D_1 与相对的棱 BC 剖开, 得四棱锥和三棱锥各一个, 其中以矩形为底另有一棱与底面垂直的四棱锥 D_1-ABCD 称为阳马, 由四个直角三角形组成的三棱锥 D_1-BCC_1 称为鳖臑. 已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=5$, $BC=4$, $AA_1=3$, 按以上操作得到阳马, 则该阳马的最长棱长为_____.



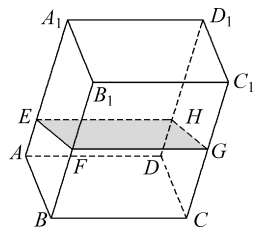
* 12. 如图所示, 往透明塑料制成的长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 容器内灌一些水, 将容器底面一边 BC 固定在地面上, 再将容器倾斜, 随着倾斜角度的变化, 有下列三个说法:

- ① 水的部分始终呈棱柱状;
- ② 水面四边形 $EFGH$ 的面积不改变;
- ③ 当 E 在 AA_1 上时, $AE+BF$ 是定值.

其中, 正确的说法是()

- A. ①②
- C. ①②③

- B. ①
- D. ①③





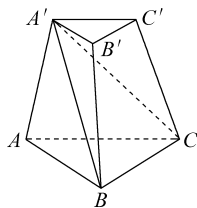
1.4 棱锥与棱台

1. 下列说法中正确的是()

A. 棱锥的某个侧面可以不是三角形
 B. 棱锥的各侧棱长一定相等
 C. 棱台的各侧棱的延长线交于一点
 D. 用一平面去截棱锥,得到两个几何体,一个是棱锥,一个是棱台

2. 如图所示,在三棱台 $ABC-A'B'C'$ 中,截去三棱锥 $A'-ABC$ 后,剩余部分是()

A. 三棱锥
 B. 四棱锥
 C. 三棱柱
 D. 三棱台



3. 一个正三棱锥的底面边长为 3,高为 $\sqrt{6}$,则它的侧棱长为()

A. 2
 B. $2\sqrt{3}$
 C. 3
 D. 4

4. 侧面都是等腰直角三角形的正三棱锥,底面边长为 a 时,该三棱锥的表面积是()

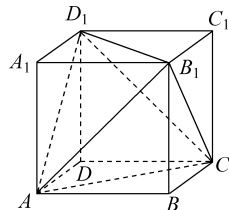
A. $\frac{3+\sqrt{3}}{4}a^2$
 B. $\frac{3}{4}a^2$
 C. $\frac{3+\sqrt{3}}{2}a^2$
 D. $\frac{6+\sqrt{3}}{4}a^2$

5. 正四棱锥底面正方形的边长为 4,高与斜高的夹角为 30° ,则该四棱锥的侧面积为()

A. 32
 B. 48
 C. 64
 D. $\frac{32}{3}$

6. 如图所示,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,三棱锥 D_1-AB_1C 的表面积与正方体的表面积之比为()

A. $1:2$
 B. $1:\sqrt{2}$
 C. $1:\sqrt{3}$
 D. $1:3$

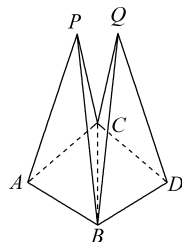


- *7. 在四棱锥的四个侧面中,直角三角形最多可有()

A. 1 个
 B. 2 个
 C. 3 个
 D. 4 个

8. 已知一个正三棱台的两个底面的边长分别为 8 和 18,侧棱长为 13,则它的表面积是_____.

9. 有一如图所示的“双塔”形立体建筑. 已知 $P-ABC$ 和 $Q-DBC$ 是两个等高的正三棱锥, A, B, D, C 在同一个平面内. 要使塔尖 P, Q 之间的距离为 30 m, 则底边 AB 的长为_____ m.



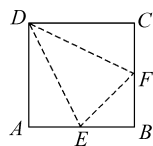
10. 若正三棱锥的底面边长为 a , 高为 $\frac{\sqrt{3}}{3}a$, 则该三棱锥的侧面积为_____.

11. 如图所示, 在边长为 $2a$ 的正方形 $ABCD$ 中, E, F 分别为 AB, BC 的中点, 沿图中虚线将 3 个三角形折起, 使点 A, B, C 重合, 重合后记为点 P .

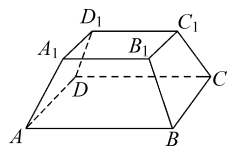
问: (1) 折起后形成的几何体是什么?

(2) 这个几何体共有几个面, 每个面的三角形有何特点?

(3) 每个面的三角形面积为多少?



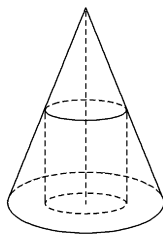
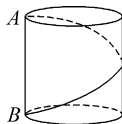
12. 如图所示, 正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的上底面是边长为 2 的正方形, 下底面是边长为 4 的正方形, 侧棱长为 2, 求四棱台的表面积.





1.5 旋转体

- 一个圆柱的母线长为 5, 底面半径为 2, 则圆柱的轴截面的面积为()
A. 10 B. 20 C. 40 D. 15
- 已知圆台的上、下底面半径分别是 2, 5, 且侧面面积等于两底面面积之和, 则该圆台的母线长为()
A. $\frac{29}{7}$ B. $\frac{21}{7}$ C. 29 D. $\frac{25}{4}$
- 一个圆锥的母线长为 20 cm, 母线与轴的夹角为 30° , 则圆锥的高为()
A. $10\sqrt{3}$ cm B. $20\sqrt{3}$ cm C. 20 cm D. 10 cm
- 已知圆柱的上、下底面的中心分别为 O_1, O_2 , 过直线 O_1O_2 的平面截该圆柱所得的截面是面积为 8 的正方形, 则该圆柱的表面积为()
A. $12\sqrt{2}\pi$ B. 12π C. $8\sqrt{2}\pi$ D. 10π
- 正方体的表面积为 54, 则它的外接球的表面积为()
A. 27π B. $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$ C. 36π D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}\pi$
- 正方形绕其一条对角线所在直线旋转一周, 所得几何体是_____.
- 若一个圆锥的侧面展开图是半圆, 则这个圆锥的底面面积与侧面积之比是_____.
- 一个圆锥的高为 2 cm, 母线与轴的夹角为 30° , 则圆锥的轴截面的面积_____.
- A, B, C 是球面上三点, 已知弦(连接球面上两点的线段) $AB = 18$ cm, $BC = 24$ cm, $AC = 30$ cm, 平面 ABC 与球心的距离恰好为球半径 R 的一半, 则球的半径为_____.
- 已知球的半径为 10 cm, 若它的一个截面圆的面积为 $36\pi \text{ cm}^2$, 则球心与截面圆圆心的距离是_____ cm.
- 如图所示, 有一个底面半径为 1, 高为 2 的圆柱体, 在 A 点处有一只蚂蚁, 现在这只蚂蚁要围绕圆柱表面由 A 点爬到 B 点, 则蚂蚁爬行的最短距离是_____.
- *12. 如图所示, 一个圆锥的底面半径为 1, 高为 3, 在圆锥中有一个半径为 x 的内接圆柱. 求圆柱的最大侧面积及相应的 x 值.





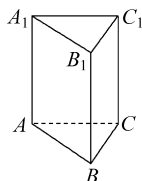
1.6 祖暅原理与几何体的体积

1. 若球的体积与其表面积数值相等,则球的半径等于()

A. 3 B. 2 C. 1 D. $\frac{1}{2}$

2. 已知高为 3 的棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是边长为 1 的正三角形(见右图),则三棱锥 B_1-ABC 的体积为()

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$



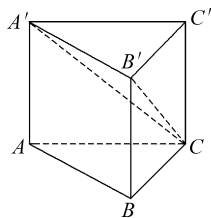
3. 圆锥的轴截面是等腰直角三角形,侧面积是 $16\sqrt{2}\pi$,则圆锥的体积是()

A. $\frac{64\pi}{3}$ B. $\frac{128\pi}{3}$ C. 64π D. $128\sqrt{2}\pi$

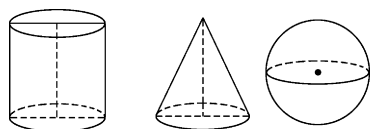
4. 将棱长为 2 的正方体木块削成一个体积最大的球,则该球的体积为()

A. $\frac{4\pi}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{6}$

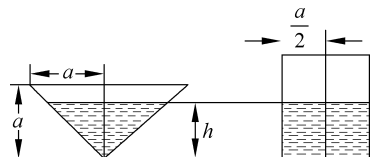
5. 如图所示, $ABC-A'B'C'$ 是体积为 1 的棱柱,则四棱锥 $C-AA'B'B$ 的体积是_____.



6. 如图所示,一个圆柱和一个圆锥的底面直径和它们的高都与一个球的直径相等,这时圆柱、圆锥、球的体积之比为_____.



7. 一个圆锥形容器和一个圆柱形容器,它们的轴截面尺寸如图所示,两容器内所盛液体的体积正好相等,且液面高度 h 正好相同,则 $h =$ _____.



8. 若正方体的棱长为 $\sqrt{2}$,则以该正方体各个面的中心为顶点的凸多面体的体积为()

A. $\frac{\sqrt{2}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2}{3}$