卓越工程师培养系列

星载天线工程与设计

王宏建　编著

清華大學出版社
北　京

内 容 简 介

面对航天任务日益提升的复杂度与技术指标，星载天线技术正加速向多功能集成、高精度控制、高可靠性运行的方向演进，亟须培养高水平专业人才。本教材以宇航科学与技术、电子科学与技术为核心支撑，紧密围绕航天工程实际需求，深度融合电磁学、结构力学、材料学、热学等多学科知识，构建了完整的星载天线工程与设计知识体系。

在内容组织上，本教材系统覆盖星载天线工程全链条：从基础理论(定义、功能、分类、电磁原理与性能指标)出发，深入解析核心设计环节——电磁设计聚焦天线选型、尺寸优化、馈电网络设计及空间环境应对策略；结构设计涵盖支撑/反射面/展开机构设计、力学环境(发射/在轨)影响分析与轻量化技术；热设计则针对空间热环境，阐释热传递机制、热控策略与仿真方法。工程实现部分详述材料选择、制造工艺、总装集成与质量控制全流程，并重点强化星载天线测量技术，系统介绍远场/紧缩场(静区条件、高频扩频设计)及各类近场(平面/柱面/球面)测量技术，以及微放电、环境实验、力学实验等关键验证环节；前沿技术追踪可展开天线、相控阵、智能天线、太赫兹天线等热点技术，剖析其应用前景与挑战，构建从基础到前沿的完整知识架构。

本教材突出理论与实践深度融合，通过大量真实工程案例、设计实例与实验环节，将抽象理论转化为解决复杂工程问题的能力，可显著提升学生工程实践与创新水平。本教材凝聚国内顶尖院校与科研机构专家智慧，作为相关学科研究生核心教材，在课程体系中承担承上启下的关键使命，为研究生提供深度研习的专业平台，助力其掌握设计、实现与测试验证核心技术，培养独立研发能力，为我国航天事业持续输送高素质人才。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签，无标签者不得销售。
版权所有，侵权必究。举报：010-62782989，beiqinquan@tup.tsinghua.edu.cn。

图书在版编目(CIP)数据

星载天线工程与设计 / 王宏建编著. -- 北京 :
清华大学出版社, 2026. 4. -- (卓越工程师培养系列).
ISBN 978-7-302-71448-4

Ⅰ. TN827

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 20264XH432 号

责任编辑：王　定
封面设计：周晓亮
版式设计：思创景点
责任校对：成凤进
责任印制：沈　露

出版发行：清华大学出版社
网　　址：https://www.tup.com.cn，https://www.wqxuetang.com
地　　址：北京清华大学学研大厦 A 座　　**邮　　编：**100084
社 总 机：010-83470000　　**邮　　购：**010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者：三河市铭诚印务有限公司
经　　销：全国新华书店
开　　本：185mm×260mm　　**印　　张：**26.5　　**字　　数：**696 千字
版　　次：2026 年 6 月第 1 版　　**印　　次：**2026 年 6 月第 1 次印刷
定　　价：98.00 元

产品编号：113787-01

前　言

星载天线作为航天器实现通信、遥感、导航等核心功能的关键设备，在现代航天体系中的核心地位是不可替代的。面对航天任务复杂度与技术要求的持续攀升，星载天线正向多功能集成、高精度控制、高可靠性运行的方向加速演进，对专业人才培养提出了全新挑战。编写这部深度融合理论与实践的教材，既是学科发展的必然要求，更是支撑国家航天战略的重要举措。

本教材以宇航科学与技术、电子科学与技术为双核支撑，紧密围绕航天工程实际需求，融合电磁学、结构力学、材料学、热学等多学科知识，构建层次化教学体系。教学目标遵循知识、能力、素质三位一体的原则：要求学生系统掌握天线原理、分类体系与性能指标，深入理解电磁设计、结构设计、热设计等核心环节的理论方法，熟悉从材料工艺到测试验证的全流程实现；重点培养学生方案设计、参数优化、专业仿真及解决工程问题的综合能力，强化团队协作与创新思维；着力塑造严谨的科学态度、工程意识及航天报国的使命感。

在内容组织上，教材围绕星载天线工程全链条展开：基础部分系统阐释天线定义、功能分类与电磁辐射原理；电磁设计部分深度探讨类型选择、尺寸优化与空间环境应对策略；结构设计部分聚焦支撑/反射面/展开机构设计，融合力学环境分析与轻量化技术；热设计部分解析空间热传递机制与主动控温方法；工程实现部分覆盖从材料选型、制造工艺到总装集成全流程，并强化测量技术体系，涵盖远场/紧缩场静区条件与高频扩频设计，平面、柱面、球面近场测量方法与误差分析，以及微放电、环境实验、力学实验等关键验证环节；前沿技术部分则追踪可展开天线、相控阵、智能天线、太赫兹天线等热点技术，剖析其应用前景与挑战。

本教材结合大量真实工程案例与仿真实践，深度融合了理论知识。其特色在于构建从基础到前沿的完整知识链，突出多学科交叉性与工程实现能力的培养，紧密对接航天实际需求。本教材旨在为研究生提供系统化学习平台，培养兼具创新思维与工程素养的高层次人才，为中国航天事业的持续突破注入核心动力。

本教材获中国科学院大学教材出版中心资助。

能完成本书的编写，首先要感谢中国科学院大学教务部、电子电气与通信工程学院的领导和同志们的支持与鼓励，他们精心组织专家对书稿进行了多轮、详细的审阅并提出了宝贵意见和批评建议。

感谢中国科学院国家空间科学中心给予我参加多项国家重大航天工程的机会，在 20 多年的实践中成功研制了 10 多个重点卫星型号多种天线子系统，主导完成科技部等 10 多项国家高技术重点课题，牵头完成 L 波段至 40GHz 平面及球面近场测量系统、国家乃至亚洲首个 40～500GHz 平面近场测量系统的搭建工作。在科研实践过程中的挫折、探索与积累，不仅推动了技术能力的进阶提升，更在专业领域形成了一点点系统性沉淀，为本教材的撰写奠定了理论与实践基础。感谢易敏、程岳云、刘世华、郝齐焱、薛飞、董兴超、张浩、吴青龙等同志提供了丰富的素材。

由于本人学识有限，时间仓促，虽经多次修改，但书中难免有不足之处，恳请专家、同行及广大读者批评指正。

王宏建

2026 年 2 月

目　录

第 1 章　星载天线的基本概念和重要参量 …… 1

1.1　天线在卫星通信和卫星探测中的作用 …… 1
1.2　星载天线的种类 …… 2
1.3　星载天线的主要指标和重要参量 …… 4
1.3.1　星载天线总体指标 …… 4
1.3.2　卫星天线方向图 …… 4
1.3.3　星载天线方向性系数与增益 …… 5
1.3.4　星载天线输入阻抗和驻波系数 …… 7
1.3.5　星载天线频带宽度 …… 7
1.3.6　星载天线相位中心 …… 8
1.4　星载天线的极化特性 …… 9
1.5　无线电波传播传输方程 …… 10
1.6　天线温度 …… 11
1.7　增益噪声温度比 …… 12
1.7.1　天线噪声温度和系统噪声温度 …… 12
1.7.2　地球站品质因素 …… 13
1.8　等效全向辐射功率 …… 13
1.9　星载天线的功能划分特点及机械特性参量 …… 14
1.9.1　星载天线的功能划分 …… 14
1.9.2　星载天线的特点 …… 14
1.9.3　星载天线的机械特性参量 …… 17
本章知识点 …… 19
本章习题 …… 19

第 2 章　天线分析的基本方法 …… 20

2.1　天线计算方法及其特点 …… 20
2.1.1　天线计算方法 …… 20
2.1.2　天线计算方法的特点 …… 21
2.2　电磁场问题的重要定理 …… 22
2.2.1　唯一性定理 …… 22
2.2.2　镜像原理 …… 23
2.2.3　等效原理 …… 24
2.2.4　互易定理 …… 25
2.2.5　巴比涅原理 …… 26
2.3　泛函与变分 …… 28
2.4　有限元法 …… 29
2.4.1　有限元法基本概念 …… 30
2.4.2　一维问题有限元法 …… 30
2.4.3　有限元法求解步骤 …… 32
2.4.4　吸收边界条件设置 …… 33
2.4.5　基于有限元法的 Ansoft-HFSS 软件 …… 34
2.5　矩量法 …… 35

2.5.1 矩量法基本原理 …… 35
2.5.2 矩量法求解偏微分方程…… 36
2.5.3 线天线的积分方程和矩量法求解 …… 37
2.5.4 积分方程和柯西荷夫网络方程 …… 39
2.5.5 全域基点匹配法解海伦方程…. 40
2.6 时域有限差分法(FDTD) …… 41
2.6.1 FDTD 简介…… 41
2.6.2 FDTD 基本原理…… 42
2.6.3 FDTD 中的几个核心问题…… 46
2.6.4 FDTD 的显著优点…… 47
2.6.5 FDTD 在天线分析中的应用 …. 47
2.6.6 FDTD 计算天线的输入阻抗 …. 50
2.6.7 平板天线的 FDTD 分析 …… 52
本章知识点 …… 53
本章习题 …… 53

第 3 章 电小天线…… 55

3.1 对称偶极天线 …… 55
3.1.1 对称偶极天线方向图 …… 55
3.1.2 对称偶极天线阻抗特性…… 59
3.2 单极天线…… 60
3.2.1 单极天线的辐射特性 …… 61
3.2.2 单极天线的阻抗 …… 62
3.2.3 对称偶极天线和单极天线的馈电方法 …… 62
3.3 环形天线…… 63
3.4 磁电偶极子天线…… 67
3.4.1 磁电偶极子天线工作原理…… 67
3.4.2 磁电偶极子天线结构 …… 68
3.4.3 圆极化磁电偶极子天线…… 69
3.4.4 双极化磁电偶极子天线…… 70
3.5 微带天线…… 71
3.5.1 微带天线的传输线法 …… 71
3.5.2 空腔模型 …… 73
3.5.3 微带天线的馈电 …… 76
3.5.4 微带天线的数值分析 …… 77
3.5.5 拓展微带天线带宽的方法…… 78
3.5.6 常见的微带天线小型化措施…. 78
3.5.7 微带天线阵 …… 79
3.6 螺旋天线…… 79
3.6.1 轴向模式 …… 80
3.6.2 法向模式 …… 81
本章知识点 …… 82
本章习题 …… 82

第 4 章 宽带天线和行波天线 …… 84

4.1 双锥天线…… 84
4.2 对数周期偶极天线阵 …… 85
4.2.1 对数周期偶极天线阵的几何关系 …… 85
4.2.2 对数周期偶极天线阵的馈电…. 85
4.2.3 对数周期天线的三个区域…… 86
4.2.4 对数周期天线的设计 …… 86
4.3 平面宽带天线…… 87
4.3.1 Vivaldi 天线结构…… 88
4.3.2 Vivaldi 天线的馈电方式 …… 89
4.3.3 对拓型 Vivaldi 天线 …… 89
4.4 分形天线…… 91
4.4.1 分形天线的矩量法计算 …… 91
4.4.2 Koch 分形天线…… 93
4.4.3 Hilbert 分形天线…… 94
4.5 非频变天线…… 96
4.6 行波天线…… 97
4.6.1 单导线行波天线 …… 98
4.6.2 菱形天线 …… 99
4.6.3 漏波天线 …… 100
本章知识点 …… 101
本章习题 …… 101

第 5 章 阵列天线和天线优化 …… 102

5.1 阵因子函数和方向图乘积定理…… 102
5.2 *N* 元等幅等间距线阵 …… 103
5.3 线阵的分布函数…… 107
5.3.1 二项式分布 …… 108
5.3.2 切比雪夫分布 …… 108
5.3.3 泰勒分布 …… 109
5.3.4 汉森分布 …… 111

5.4 平面阵 …… 111
5.4.1 平面阵因子 …… 111
5.4.2 实际平面阵天线和方向图计算 …… 113
5.5 相控阵天线 …… 114
5.5.1 相控阵天线基本原理 …… 115
5.5.2 星载相控阵天线特点和关键技术 …… 118
5.6 天线及阵列的优化方法 …… 119
5.6.1 遗传算法 …… 120
5.6.2 遗传算法应用于天线 …… 121
5.6.3 遗传算法优化天线主要步骤 … 121
5.6.4 多目标优化圆形单脉冲阵 …… 124
5.7 电磁场数值计算和遗传算法结合优化平板天线 …… 125
5.7.1 遗传算法与 FDTD 解法的结合 …… 125
5.7.2 一般贴片和平板天线的馈电模拟 …… 125
5.7.3 计算实例 …… 126
5.7.4 空气介质天线优化 …… 128
5.7.5 微带偏置平板开槽天线 …… 129
5.8 机器学习优化天线 …… 130
5.8.1 机器学习优化天线原理 …… 130
5.8.2 机器学习用于天线优化 …… 131
5.8.3 机器学习与遗传算法在天线优化中的差别 …… 133
本章知识点 …… 134
本章习题 …… 135

第 6 章 喇叭天线 …… 136

6.1 矩形喇叭 …… 136
6.1.1 *E* 面扇形喇叭天线 …… 137
6.1.2 角锥喇叭天线 …… 141
6.2 圆锥喇叭天线 …… 145
6.3 波纹喇叭 …… 147
6.3.1 波纹喇叭分析 …… 147
6.3.2 波纹喇叭天线设计 …… 150
6.3.3 圆锥波纹喇叭的加工及测试 … 151
6.3.4 变张角波纹喇叭和双模混合波纹喇叭 …… 151
6.4 多模喇叭 …… 153
6.4.1 圆锥多模喇叭 …… 153
6.4.2 角锥多模单脉冲喇叭天线 …… 154
6.5 喇叭天线的相位中心及应用 …… 155
6.5.1 喇叭天线的相位中心 …… 155
6.5.2 相位中心偏移对方向图的影响 …… 156
本章知识点 …… 156
本章习题 …… 156

第 7 章 抛物面天线 …… 158

7.1 抛物反射面天线原理 …… 158
7.2 抛物面天线的分析方法 …… 159
7.2.1 抛物面天线感应电流密度 …… 160
7.2.2 抛物面天线口径场法 …… 160
7.2.3 感应电流法 …… 162
7.2.4 抛物面天线的方向性系数和口径效率 …… 165
7.2.5 相位偏差(偏焦)对抛物面天线的影响 …… 166
7.2.6 馈源和抛物面的关系 …… 167
7.3 偏馈抛物反射面天线 …… 167
7.4 抛物反射面天线的空间衰减 …… 169
7.5 抛物面天线的偏焦效应 …… 170
7.6 卡塞格伦天线 …… 172
7.7 星载抛物面天线形面变形误差分析 …… 175
7.8 近太赫兹波段星载湿度计偏馈抛物面天线 …… 177
7.8.1 近太赫兹波段星载天线电设计 …… 177
7.8.2 星载天线的主波束效率 …… 178
7.8.3 近太赫兹波段星载天线隔热设计 …… 179
7.9 大型抛物面天线的高效分析方法 …… 179
7.9.1 准光学原理简介 …… 180
7.9.2 准光理论用于星载天线计算 …… 181

7.9.3 基于 Ansys 的抛物面天线分析 …… 183
7.10 GRASP 软件分析抛物面天线 …… 184
7.10.1 GRASP 软件特点 …… 184
7.10.2 正馈抛物面天线分析 …… 184
7.10.3 偏馈卡塞格伦抛物面天线分析 …… 185
本章知识点 …… 187
本章习题 …… 187

第 8 章 反射阵和透射阵天线 …… 188

8.1 微带反射阵和透射阵天线的基本概念 …… 188
8.2 微带反射阵和透射阵天线 …… 189
8.2.1 微带反射阵和透射阵天线基本原理 …… 189
8.2.2 反射阵和透射阵的带宽 …… 191
8.3 反射阵和透射阵天线设计的关键技术 …… 191
8.3.1 单元选择 …… 191
8.3.2 Floquet 定理 …… 192
8.3.3 主从边界法 …… 193
8.4 反射阵和透射阵天线分析 …… 194
8.4.1 反射阵馈源分析 …… 194
8.4.2 反射阵辐射方向图计算 …… 195
8.5 反射阵实例 …… 196
本章知识点 …… 198
本章习题 …… 198

第 9 章 波导缝隙阵列天线 …… 199

9.1 波导缝隙阵列天线简介 …… 199
9.2 波导缝隙阵列天线的分析和设计方法 …… 200
9.2.1 缝隙辐射基本原理 …… 200
9.2.2 缝隙辐射等效电路 …… 202
9.2.3 波导缝隙阵分类 …… 203
9.2.4 波导宽边纵向缝隙阵线阵设计 …… 204
9.2.5 宽边纵向缝隙阵线阵设计步骤 …… 206
9.2.6 波导馈电缝隙面阵设计 …… 207
9.3 并联直缝的矩量法分析 …… 209
9.3.1 波导缝隙矩量法分析条件 …… 209
9.3.2 直缝的矩量法分析 …… 209
9.4 波导缝隙阵列的馈电和功分网络 …… 213
9.4.1 中心倾斜耦合缝隙 …… 213
9.4.2 耦合缝隙波导阵列及功率分配 …… 214
9.4.3 同层的耦合和馈电网络 …… 215
9.5 波导缝隙阵列天线综合优化设计 …… 216
9.5.1 优化过程 …… 216
9.5.2 大型波导缝隙阵实例 …… 217
9.6 窄边缝隙阵 …… 219
9.7 双极化与宽带波导缝隙阵列及工艺 …… 221
9.7.1 双极化波导缝隙阵 …… 221
9.7.2 宽带波导缝隙阵 …… 221
9.7.3 波导缝隙阵加工焊接工艺 …… 222
本章知识点 …… 222
本章习题 …… 222

第 10 章 星载天馈系统的极化分离、功分器与网络技术 …… 224

10.1 星载天馈系统多频率多极化复用技术 …… 224
10.2 星载功分器 …… 225
10.2.1 波导功分器 …… 225
10.2.2 微带功分器 …… 229
10.2.3 正交(90°)混合网络 …… 231
10.3 星载宽带波导正交模耦合器 …… 232
10.4 星载波导滤波器 …… 235
10.4.1 滤波器的分析与综合 …… 235
10.4.2 带通滤波器和高通滤波器联合技术 …… 238
10.5 间隙波导 …… 238

10.5.1 脊隙波导 …… 239
10.5.2 间隙波导基本特征 …… 239
10.5.3 间隙波导带宽特性 …… 239
10.5.4 间隙波导缝隙阵列天线 …… 241
10.6 脊隙槽隙波导漏波天线 …… 244
10.6.1 单元阻抗匹配原理 …… 244
10.6.2 新型脊隙波导漏波天线 …… 245
10.6.3 周期结构阻带 …… 246
10.6.4 辐射单元 …… 246
10.6.5 仿真及测试结果 …… 247
10.6.6 槽隙波导漏波天线 …… 248
本章知识点 …… 249
本章习题 …… 249

第 11 章 星载微波遥感天线 …… 250

11.1 星载天线工程初步 …… 250
11.2 星载微波遥感 …… 252
11.2.1 微波遥感和光学遥感 …… 252
11.2.2 星载微波遥感的特点 …… 253
11.3 星载微波遥感天线 …… 253
11.4 星载主动微波遥感器天线 …… 255
11.4.1 海洋二号卫星雷达高度计天线 …… 255
11.4.2 海洋二号卫星雷达高度计天线星载环境适应性设计 … 257
11.5 星载被动微波遥感器天线 …… 261
11.5.1 三频段双极化共馈馈源 …… 261
11.5.2 可展开机构 …… 263
11.5.3 反射面结构 …… 264
11.6 星载微波遥感赋形天线 …… 265
11.6.1 余割二次方方向图 …… 265
11.6.2 组合馈源簇方法 …… 265
11.6.3 赋形反射面方法 …… 265
11.6.4 赋形波导缝隙阵列天线 …… 267
本章知识点 …… 268
本章习题 …… 268

第 12 章 星载测控天线 …… 269

12.1 星载测控天线功能和分类 …… 269
12.1.1 星载测控天线功能 …… 269
12.1.2 工作频段与天线形式 …… 270
12.2 星载测控天线的指标要求和组阵技术 …… 270
12.2.1 指标要求 …… 270
12.2.2 星载测控天线组阵 …… 271
12.2.3 星载测控天线实例指标 …… 272
12.3 S 波段星载测控天线设计 …… 273
12.3.1 星载测控天线系统设计 …… 273
12.3.2 天线单元设计 …… 273
12.3.3 单元天线系统及组阵 …… 276
12.4 统一载波系统星载测控天线 … 276
12.4.1 USB 天线网络设计 …… 277
12.4.2 宽带馈电器 …… 277
12.4.3 分支线定向耦合器 …… 277
12.4.4 功率分配与功率合成器 …… 278
12.4.5 USB 测控天线的星体方向图 …… 278
12.5 天基全球定位系统测控天线 … 278
12.6 跟踪与数据中继卫星天线系统 …… 279
12.6.1 跟踪遥测和控制站的优缺点 …… 279
12.6.2 跟踪与数据中继卫星系统的空间段布局和天线 …… 280
12.6.3 TDRSS 天线关键技术 …… 281
12.7 其他形式的卫星测控天线 …… 282
本章知识点 …… 283
本章习题 …… 283

第 13 章 星载数传天线 …… 284

13.1 星载数传天线功能 …… 284
13.2 星载数传天线的技术特点 …… 285
13.3 地球曲面赋形波束及近似模型 …… 286
13.4 地球匹配波束赋形反射面天线 …… 287
13.4.1 赋形反射面天线方向图数学模型 …… 287
13.4.2 数传天线馈源设计 …… 288

13.4.3 数传天线赋形反射面方向图计算 …… 289
13.5 地球匹配波束线性行波天线 …290
13.6 点波束双圆极化数传天线……292
13.6.1 阶梯膜片双圆极化器设计 …… 292
13.6.2 双圆极化馈源天线设计…… 293
13.6.3 环焦天线 …… 293
本章知识点……296
本章习题 ……296
第 14 章 星载通信天线……298
14.1 星载通信天线简介……298
14.2 星载通信天线关键技术和设计要求 ……300
14.2.1 星载通信天线要求…… 300
14.2.2 自旋稳定的卫星通信天线消旋技术 …… 300
14.2.3 天线性能设计 …… 301
14.2.4 馈源组件设计 …… 301
14.2.5 馈源系统的无源互调设计… 302
14.2.6 反射器组件结构设计…… 303
14.3 星载赋形反射面天线…… 304
14.3.1 赋形反射面的表示方法…… 304
14.3.2 反射器形面优化 …… 304
14.4 多波束天线 …… 305
14.4.1 多波束天线原理和种类…… 305
14.4.2 多波束天线应用及特点…… 306
14.4.3 反射面和馈源阵列多波束天线 …… 306
14.4.4 多波束天线的主要设计参数 …… 307
14.4.5 多波束天线设计与综合…… 308
14.4.6 多波束抛物环面天线…… 312
14.5 星载智能天线 …… 313
14.5.1 星载智能天线调零基本原理 …… 314
14.5.2 自适应波束形成算法…… 316
14.5.3 星载自适应调零天线…… 316
本章知识点……317
本章习题 ……317
第 15 章 星间链路天线 ……319
15.1 星间链路特点及主要天线类型 ……319
15.2 星间链路高增益天线 …… 320
15.2.1 星间链路反射面天线特点… 320
15.2.2 星载圆极化器 …… 321
15.2.3 星间链路反射面设计…… 323
15.2.4 旋转关节组件设计 …… 323
15.3 中继星星间链路天线指向控制和跟踪系统……324
15.3.1 中继星星间链路天线指向控制原理与架构 …… 324
15.3.2 Ka 频段抛物面天线电性能与指标分析 …… 325
15.3.3 天线跟踪指向系统实现逻辑 …… 325
15.4 中继星天线特点与实例…… 325
15.4.1 中继星天线特点 …… 326
15.4.2 鹊桥天线 …… 326
15.5 星间链路相控阵天线系统…… 327
15.5.1 星间链路相控阵天线 DBF 原理 …… 327
15.5.2 星间链路相控阵总体方案 …… 329
15.5.3 星间链路相控阵天线组成和发展趋势 …… 329
15.6 星间链路相控阵天线设计…… 330
15.6.1 相控阵天线面设计 …… 330
15.6.2 收发组件设计 …… 331
15.6.3 幅相校正设计 …… 331
本章知识点 …… 332
本章习题 …… 332
第 16 章 星载可展开天线……334
16.1 星载可展开天线类型 …… 334
16.2 网状可展开天线 …… 335
16.2.1 大型星载环形桁架天线…… 335
16.2.2 径向肋条可展开天线…… 336

16.2.3　天线反射面的网格布置形式 …… 337
16.2.4　天线反射面的形面误差度量 …… 337
16.3　充气可展开天线 …… 338
16.3.1　充气可展开天线原理 …… 338
16.3.2　反射器 …… 338
16.3.3　圆环管 …… 339
16.4　薄膜可展开天线 …… 340
16.5　其他形式星载可展开天线 …… 341
16.6　天线的形面测量 …… 342
16.6.1　天线的机械测量 …… 342
16.6.2　形面精度的摄影测量 …… 343
16.6.3　天线形面的摄影测量结果 … 345
16.7　拟合抛物面及精度计算 …… 346
16.7.1　利用最小二乘法进行抛物面拟合 …… 346
16.7.2　分片测量拼装组合 …… 348
16.8　充气抛物面精度测量结果 …… 348
本章知识点 …… 350
本章习题 …… 350

第 17 章　星载导航定位天线 …… 351

17.1　星载导航定位天线特点 …… 351
17.1.1　星载导航定位天线一般要求 …… 351
17.1.2　高灵敏度信号捕获与抗干扰设计 …… 352
17.1.3　相位中心稳定性与高动态跟踪能力 …… 352
17.2　星载导航定位天线的相位中心 …… 353
17.3　单频 GNSS 星载导航定位天线 …… 354
17.4　星载导航定位天线结构设计 …… 356
17.5　星载导航定位天线抗力学仿真分析 …… 357
17.6　星载导航定位天线热仿真分析 …… 359
17.7　双频 GNSS 星载导航定位天线 …… 360
17.7.1　某星载单层导航定位天线设计实例 …… 360
17.7.2　孔径耦合多层导航微带天线 …… 363
本章知识点 …… 365
本章习题 …… 365

第 18 章　星载天线测量技术 …… 367

18.1　天线测量简介 …… 367
18.1.1　天线测量的发展历史 …… 368
18.1.2　天线周围场区的划分 …… 368
18.2　天线测量仪器 …… 368
18.2.1　频谱分析仪 …… 369
18.2.2　信号发生器 …… 369
18.2.3　矢量网络分析仪 …… 369
18.3　星载天线传输参数测量 …… 369
18.3.1　矢量网络分析仪校准 …… 370
18.3.2　天线 VSWR 测量 …… 370
18.4　星载天线辐射特性测量简介 … 371
18.4.1　星载天线辐射特性测量方法分类 …… 371
18.4.2　星载天线辐射测量射频系统要求 …… 373
18.4.3　星载天线的电磁兼容测量 … 374
18.5　天线增益测量 …… 375
18.6　星载天线相位中心测量 …… 376
18.7　天线远场测量系统 …… 378
18.7.1　远场测量场地 …… 379
18.7.2　天线转台 …… 379
18.7.3　远场测量系统配置 …… 380
18.8　天线紧缩场测量系统 …… 381
18.8.1　紧缩场静区 …… 381
18.8.2　单反射面紧缩场测量系统 …… 382
18.8.3　双反射面紧缩场测量系统 …… 382
18.8.4　三反射面紧缩场测量系统 …… 383

18.9 天线近场测量系统…… 383
18.9.1 天线近场测量系统原理…… 383
18.9.2 平面、柱面和球面天线近场测量系统 …… 386
18.9.3 探头补偿和矩形开口波导电场探头 …… 386
18.9.4 天线近场测量系统的误差分析 …… 387
18.9.5 天线近场测量系统实例…… 387
18.10 近场测量探头补偿 …… 389
18.11 星载天线综合测试 …… 393
18.12 星载天线在轨测量研究 …… 398
18.12.1 标准反射器测量法 …… 399
18.12.2 均匀分布目标测量法 …… 400
18.12.3 地面接收机测量法和地面发射机测量法…… 401
18.12.4 基于物理光学的天线在轨方向图测量…… 401
本章知识点 …… 403
本章习题 …… 403
参考文献……404

第1章

星载天线的基本概念和重要参量

星载天线是卫星系统实现空间电磁波辐射与接收的核心功能部件，其核心功能是高效完成导行波与自由空间波的相互转换，并精确控制辐射能量在空间的方向性分布(辐射方向图)；是保障卫星与地面站、其他航天器及用户终端间可靠信息传输的关键。星载天线面临极端空间环境(如高真空、巨大温度梯度、强粒子辐射、微重力、原子氧侵蚀及微流星体/空间碎片威胁等)的严峻挑战，同时受极其苛刻的尺寸、质量、功耗约束，并且必须具备超高可靠性(通常要求 10～15 年在轨无故障运行)。因此，深刻理解星载天线基本工作原理并精确量化星载天线关键性能参量是设计与应用星载天线的基础。这些核心参量主要包括工作频段、增益/方向性系数(能量集中度)、辐射方向图特性(主瓣宽度、旁瓣电平、波束指向/覆盖)、极化特性(类型、轴比、隔离度)、输入阻抗/电压驻波比(VSWR)(匹配效率)、带宽(满足指标的工作频率范围)、尺寸构型与质量(与平台兼容性)、功率容量、指向精度与稳定度、热变形控制能力、抗辐射性能、空间环境耐受性、在轨展开/锁定可靠性(针对可展开结构)和预期寿命/失效率。对这些基本概念和重要参量的系统掌握是进行星载天线设计分析、性能评估、测试验证及确保卫星任务成功的根本前提。

1.1 天线在卫星通信和卫星探测中的作用

在无线通信、导航、微波遥感、测控及雷达等系统中，天线是实现电磁波信号与高频电流相互转换的核心器件，其性能直接决定系统效能。依据互易定理，发射天线将高频电流转换为空间辐射的电磁波，接收天线则逆向完成电磁波至高频电流的转换过程。除基本的信号收发功能外，天线需实现特定方向的辐射控制，即便是全向天线，其辐射特性也应遵循特定的空间分布规律。从专业视角来看，天线本质上是通过优化辐射特性，实现高频电磁波高效定向发射与接收的电磁装置。

精确设计天线方向图，可实现对电磁波能量的空间汇聚与分布调控。同时，天线系统须满足低传输损耗、高转换效率的性能要求，以确保信号的有效传输。此外，天线兼具频率选

择与极化滤波特性：作为天然的频率选择器件，天线与馈电网络构成的系统能够依据设计参数，对特定频段的无线电波进行选择性传输，实现目标信号捕获与带外信号隔离；在极化特性方面，天线系统可实现对圆极化、线极化等特定极化信号的提取，并抑制其他极化成分，完成极化信号的分离与合成操作。

在星载应用场景中，极化信息的精确获取与处理对微波遥感及星间(星地)通信至关重要。面对日益紧张的频谱资源，多频率、多极化复用技术成为提升系统性能的关键手段。该技术通过在同一物理天线上集成多频段、超宽带及多极化功能，有效提升频谱利用率，显著提高微波通信、遥感及雷达系统的数据传输效率，同时获取目标的多维极化特征信息。在此过程中，天线作为核心载体，通过创新设计实现多频段、超宽带与极化模式的高效复用，优化利用卫星平台资源，降低系统质量与成本。

此外，天线性能直接影响雷达系统的关键指标，包括作用距离、角分辨率、距离分辨率、杂波抑制能力及扫描特性等；在微波遥感领域，天线的主波束效率与频率极化可重构特性对探测精度与数据质量具有决定性作用。因此，天线技术的创新发展已成为推动卫星通信、微波遥感及雷达系统性能提升的核心驱动力。

1970 年 4 月 24 日，我国成功发射东方红一号卫星，开创航天史新纪元。此后，我国陆续开发了北斗导航定位卫星、气象卫星、对地观测卫星等，在轨运行应用卫星数量超 300 颗，构建了完善的卫星应用体系。

卫星方面的国家元勋代表：“中国人造卫星之父”赵九章是人造卫星事业的倡导者和奠基人之一；孙家栋是我国人造卫星技术等的开创者，参与了东方红一号、北斗导航卫星、探月卫星等众多卫星工程，荣获“两弹一星”功勋奖章等多项荣誉。

1.2 星载天线的种类

天线的分类遵循严谨的技术标准体系。天线按工作性质可分为发射天线与接收天线；按功能属性可分为通信天线、雷达天线、载荷天线、数传天线及测控天线等；按工作频段(波长)可分为长波天线、中波天线、短波天线、微波天线、毫米波天线及太赫兹天线；按使用平台可分为舰载天线、陆基天线、机载天线及星载天线；按辐射原理可分为线天线与口径天线；按束扫描方式可分为机械扫描天线、相控阵扫描天线及频率扫描天线。此外，按方向图特性，可分为窄波束(高增益)天线及全向(低增益)天线；按工作带宽可分为窄带天线、宽带天线、超宽带(UWB)及频率无关天线；按极化方式，可分为单线极化天线、双线极化天线、单圆极化天线及双圆极化天线。

在卫星系统架构中，天线与转发器作为有效载荷的核心要素，对系统性能起着决定性作用。星载天线技术不仅是卫星有效载荷技术的关键组成部分，更是卫星平台稳定运行的重要支撑。随着航天技术持续革新，转发器正朝着多频段、高频段、大功率、低噪声、高带宽、高速数据处理及光通信等运行方向加速发展。相较于常规天线，星载天线因空间应用场景的极端性与特殊性，衍生出丰富多样的技术形态，广泛应用于通信广播、遥测遥控、跟踪定位、数据传输、遥感探测等航天任务领域。其中，数据传输天线与定位天线作为卫星平台的基础保障单元，可为卫星运行提供必要的通信与定位支持；通信、遥感等功能性天线则构成有效载荷的核心组件，承担着数据采集、传输等关键任务。

伴随军事侦察、通信网络、微波遥感、卫星导航及空间科学研究等领域对航天任务需求

的不断升级，星载天线技术呈现出显著的创新发展态势。在波束特性上，正从传统单波束向多波束、数字波束形成等(DBF)技术演进；在结构形态上，形成大型化可展开结构与微型化集成设计并行发展的格局；在技术融合维度上，光学波束形成、有源相控阵及可重构波束等新型技术不断取得突破。目前，多点波束天线、有源相控阵天线、反射面赋形天线、大型展开柔性天线等创新技术已实现工程化应用，成为现代星载天线的主流技术形态。国际星载天线技术发展聚焦大口径高效率、多波束协同、数字波束灵活控制、光控相控阵集成及波束重构智能化等前沿方向。

从技术体系维度剖析，星载天线工程涵盖机械结构设计、热控设计和电性能设计三大核心领域，强调机、电、热一体化协同设计理念。其中，电性能设计以优化天线辐射传输特性为核心，通过精确的电磁仿真与参数优化，确保信号收发效率与质量；机械结构设计与热控设计则专注于提升天线的空间环境适应性，通过精密的结构力学分析与热控技术创新，保障天线在极端空间环境下的机构稳定性与性能可靠性。这种多领域协同设计理念，有效应对了星载天线在复杂空间环境下的技术挑战。图 1.2.1～图 1.2.6 展示了几种星载天线。

图 1.2.1　星载赫歇尔碳化硅天线

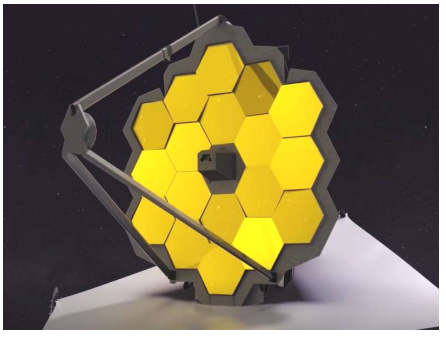


图 1.2.2　星载高精度可展开天线(詹姆斯韦伯望远镜)

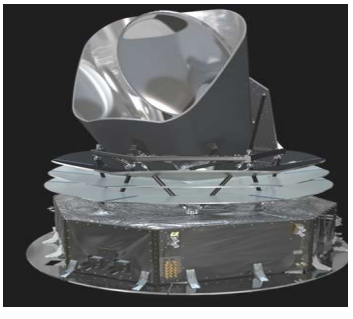


图 1.2.3　星载格里高利天线(普朗克载荷)

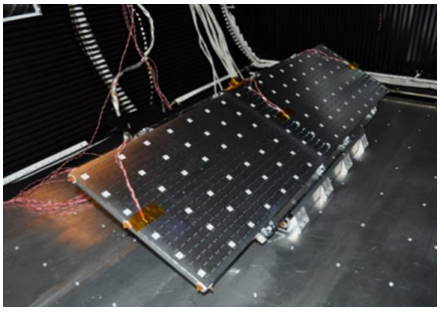


图 1.2.4　天宫 2 号卫星三维成像高度计波导缝隙阵天线

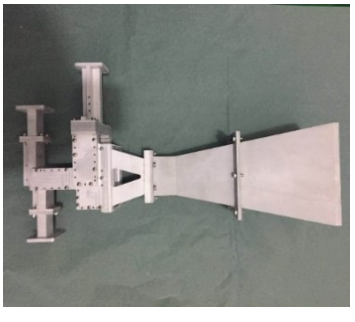


图 1.2.5　星载多模单脉冲喇叭天线

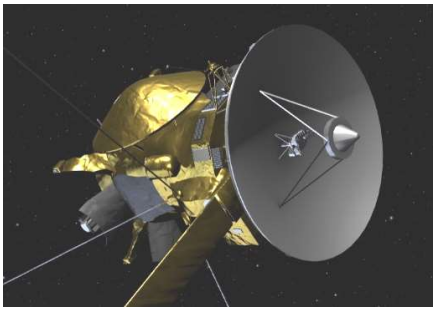


图 1.2.6　星载多波束卡塞格伦天线(卡西尼载荷)

1.3 星载天线的主要指标和重要参量

星载天线的理论基础与普通天线存在诸多共性，因此本节首先系统阐述天线的通用理论体系与性能指标，然后深入探讨星载天线的独特特性。天线理论架构以辐射理论、阻抗理论和接收理论为三大支柱。依据洛伦兹互易定理，在无源线性网络条件下，天线辐射与接收特性呈现电磁互易性，即天线的发射方向图与接收方向图在数学描述上具有一致性。

1.3.1 星载天线总体指标

辐射理论基于麦克斯韦方程组，通过建立天线电流分布与空间电磁场的积分方程(如矩量法中的电场积分方程等)，定量分析天线表面电流分布模式、远场辐射强度分布及辐射功率效率。其典型应用包括偶极子天线的电流驻波分布研究，为天线尺寸优化提供理论依据；阻抗理论聚焦天线输入阻抗与馈线特性阻抗的匹配问题，通过史密斯圆图等工具分析反射系数，目标是将 VSWR 控制在工程允许范围内，降低馈线-天线系统的回波损耗；接收理论以 Friis 传输公式为核心，研究天线有效接收面积、极化匹配度及噪声系数等关键参数，通过优化天线极化特性与前置放大器设计，提升接收灵敏度与信噪比；等等。

在工程量化评估中，天线性能由多维度电参量构成评估体系。方向图作为天线辐射特性的空间分布表征，其主瓣宽度(HPBW)、副瓣电平(SLL)直接影响信号覆盖与抗干扰能力；方向性系数D量化天线能量汇聚能力；增益G综合体现辐射效率与方向性；驻波系数通过VSWR反映阻抗匹配程度，其数值直接关联系统传输损耗。这些参数相互耦合，需通过电磁仿真软件(如 HFSS、CST、GRASP、FEKO、NEC2 等)进行多参数协同优化。

此外，星载天线的设计需满足严苛的空间环境约束条件。在机械特性方面，需承受发射阶段的动力学载荷(如振动、冲击等)，其结构设计需通过有限元分析(FEA)确保模态频率避开运载火箭激励频段；在轨运行时，星载天线面临−180～+150℃极端温度循环，需采用多层隔热材料(MLI)与相变材料实现热控；在微重力环境下，大型可展开天线的展开精度需控制在亚毫米级，通过形状记忆合金、形状记忆复合材料等智能材料实现精准展开；受运载火箭整流罩尺寸限制，星载天线需具备高折叠收拢比，典型如抛物面天线采用周边桁架式或径向肋式展开机构，在满足口径需求的同时控制质量。这些机械特性参量与电性能指标构成星载天线的多维设计约束空间，需通过机电热多物理场耦合仿真实现系统级优化。

1.3.2 卫星天线方向图

若将天线在各个方向的辐射强度以从原点出发的矢量替代，这些矢量端点相连所形成的包络，即天线方向图。它直观地呈现了辐射功率在空间角度的分布特性。不同类型的天线，其方向图形状与辐射特性各有差异，且方向图本质上是三维立体图形。任意通过原点的平面与立体方向图相交所得的轮廓曲线，便是该平面内的方向图。在实际应用中，主平面(E 面与 H 面)是两个相互正交的关键观察平面。其中，E 面是包含天线最大辐射方向且平行于电场矢量的平面；H 面则是通过最大辐射方向并垂直于 E 面的平面。方向图通常由多个波瓣构成，其中，包含最大辐射方向的波瓣称为主瓣，其余波瓣依次为第一副瓣、第二副瓣等。主瓣宽

度指主瓣中辐射强度降至最大值一半 (半功率点)时，对应的两个向径之间的夹角，是衡量天线辐射集中程度的重要参数。主瓣宽度越窄，意味着方向图越尖锐，天线的辐射能量越集中。此外，副瓣电平用于描述副瓣强度与主瓣强度的相对关系，定义为副瓣最大值与主瓣最大值之比，通常以分贝(dB)为单位量化。除此之外，波束宽度(常见为半功率波瓣宽度，特殊场景下还涉及 10dB 波束宽度、零值宽度等)、前后辐射比(最大辐射方向电平与反方向辐射电平的比值)等参数，共同构成了描述天线方向图的核心指标体系。这些参数不仅直观反映了电磁场在空间的分布特性，更是贯穿全书各章节的重要分析对象。

1.3.3　星载天线方向性系数与增益

方向性系数 D 作为衡量天线辐射能量集中程度的关键指标，其定义为，在相同总辐射功率条件下，天线在最大辐射方向的辐射强度与理想无方向性天线(理想点源)于同一点产生的辐射强度之比(式 1.3.1)。该参数通过数学量化，直观展现天线将辐射能量汇聚于特定方向的能力——基于方向性函数计算所得的数值越大，表明天线辐射能量的集中度越高。从另一个角度理解，方向性系数本质上是天线在给定方向的辐射强度与平均辐射强度的比值，这清晰地揭示了能量分布的方向性特征。

相较于方向性系数，增益 G 在工程实践中更具实用价值。增益不仅与天线的方向性紧密相关，还综合考虑了天线系统(包括馈线在内)的能量转换效率，其数值等于方向性系数与天线效率的乘积，见式(1.3.2)。这一参数的双重意义在于两个方面：一方面，它表征了天线将辐射能量向特定方向汇聚的能力，直观反映辐射场的强度分布；另一方面，它体现了天线在将导波场转换为空间辐射场过程中的能量利用效率——在实际转换过程中，部分能量转化为有效辐射，其余则因欧姆损耗、介质损耗等因素被消耗，而辐射能量占总能量的比例即天线效率。增益参数的引入使得工程师能够更全面地评估天线性能，为系统设计与优化提供关键依据。这几个指标是天线辐射特性最主要的指标，天线辐射特性解析解的计算方法在本书**第 2 章**，而辐射特性分析贯穿于本书**第 2 章～第 17 章**。

$$D=\frac{E^2}{E_0^2} \tag{1.3.1}$$

$$G=\eta D \tag{1.3.2}$$

天线的增益和方向性系数与天线的方向图函数之间有密切的联系。在球坐标系中，方向性系数可以表示为

$$D=\frac{4\pi f_{\max}^2}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} f^2(\theta,\varphi)\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi} \tag{1.3.3}$$

式中，$f(\theta,\varphi)$ 为对峰值的归一化辐射方向图函数；$f_{\max}$ 为方向图函数最大值。

对于口径天线，在工程实践中通常通过天线的两主平面波束宽度来估算其方向性系数：

$$D=\frac{\mathrm{DB}}{H_{\mathrm{p}}\times E_{\mathrm{p}}} \tag{1.3.4}$$

式中，H_{p}、E_{p} 为天线主平面的波束宽度；DB 为视不同的天线口径取不同的值，对于阵列天线和口径天线一般取 30 000。具体来说，天线辐射电磁能量的空间选择性称为天线的方

向性，它是相对辐射场的空间角分布函数，在距离 r 的球面上，辐射或者接收场强可写为

$$E = Af(\theta,\varphi) \tag{1.3.5}$$

式中，A 为比例系数；f 为天线的方向性函数。

用方向性函数的最大值归一化式(1.3.5)得到

$$F(\theta,\varphi) = \frac{f(\theta,\varphi)}{f_{\max}} \tag{1.3.6}$$

式(1.3.6)绘制成图形就是天线的辐射方向图。其中，表示幅值特性的图形称为幅值方向图，表示相位特性的图形称为相位方向图，表示极化特性的图形称为极化方向图。天线方向图一般是三维空间曲面图形(图 1.3.1)。

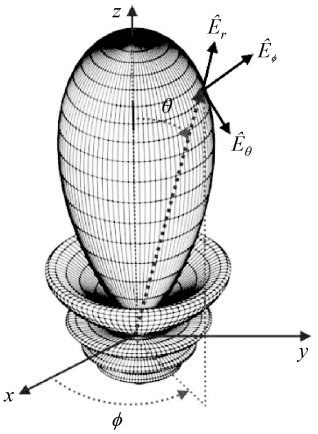


图 1.3.1　天线的三维空间方向图

工程上常用两个正交面的剖面图表述方向图，也就是上节介绍的两个主平面，如图 1.3.2 所示。

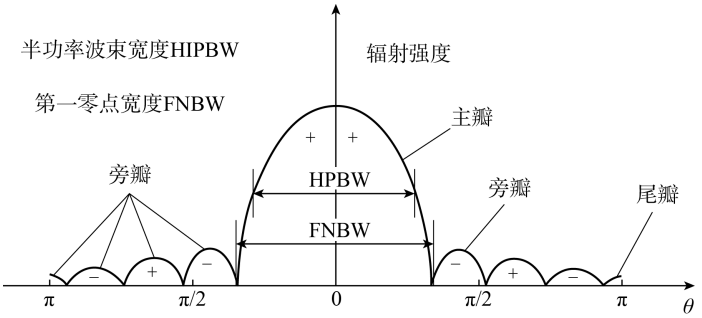


图 1.3.2　直角坐标系下的幅值方向图

工程上常将幅值方向图用最大值归一化的分贝表示：

$$E(\theta,\varphi)(\mathrm{dB}) = 20\lg\frac{|E_i(\theta,\varphi)|}{|E_i\ \max|} \tag{1.3.7}$$

由于功率是电场强度的平方项，系数为 20。辐射方向图的典型参数如下。

半功率波束宽度：以主辐射瓣中的最大值归一化，其电平下降为−3dB 的角域。半功率波束宽度可以表示为

$$\theta_{3\mathrm{dB}} = \frac{\lambda}{L} \times \frac{180}{\pi} \tag{1.3.8}$$

式中，L 为天线在该方向的长度；λ 为波长。

副瓣电平：

$$\mathrm{SLL} = 20\left|\frac{\text{副瓣最大值}}{\text{主波束最大值}}\right|$$

前后比：最大辐射方向的场值与反方向最大值的比值。

在远场区域，电磁场以辐射场为主，E 场和 H 场彼此正交，并且与平面波一样与传播方向正交，该区域方向图与天线的距离无关。当天线处于远场区域时，其方向图随着距离变化很小，主要随着角度变化而变化。天线的远场条件为

$$R = \frac{2D^2}{\lambda} \tag{1.3.9}$$

式中，R 为天线距离待测区的距离，D 为天线口径大小(图 1.3.3)。

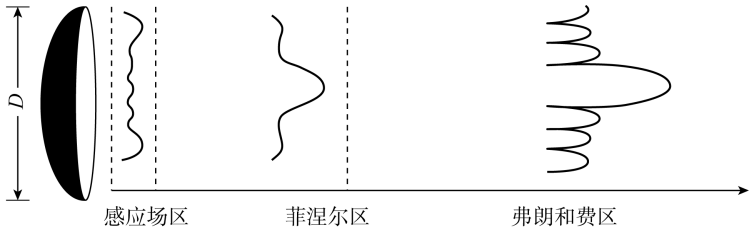


图 1.3.3　天线辐射场区划分

由图 1.3.3 可以看出，口径包含两维尺寸，以最大尺寸为准，那么两个主平面都满足远场条件。天线的辐射特性测量详见本书第 18 章。

1.3.4　星载天线输入阻抗和驻波系数

星载天线的输入阻抗是天线在馈电点的电压和电流的比值，而反射系数 S_{11} 是反射波与入射波的比值。天线的驻波系数表达式为

$$\mathrm{VSWR} = \frac{1 - S_{11}}{1 + S_{11}} \tag{1.3.10}$$

由此可见，驻波系数总是大于 1 的，设计天线就是为了使天线的输入阻抗和馈线的特征阻抗匹配，使得电磁波能够顺利地发射和接收，天线阻抗和驻波系数内容贯穿全书各章节。

1.3.5　星载天线频带宽度

天线是和结构尺寸高度相关的微波器件，因此天线的尺寸(尤其是馈电网络部分)决定了其工作频率范围。频带宽度指适用于某个频带范围内变化不大的指标，这些指标有增益、波束宽度、副瓣电平、极化特性、驻波系数、损耗等。天线的频带宽度是指其主要电气指标(如驻波系数、增益、主瓣宽度、副瓣电平、极化特性、相位分布等)均满足设计要求时的频率范围。当同时对几项指标都作具体要求时，则应以其中最严格的要求作为确定天线频带宽度的依据。频带宽度的概念有两类：一类是绝对带宽，另一类是相对带宽。

绝对带宽：
$$\Delta f = f_{\mathrm{h}} - f_{\mathrm{l}} \tag{1.3.11}$$

式中，f_{h}为天线满足其电气技术指标的工作高端频率；f_{l}为天线满足其电气技术指标的工作低端频率。

相对带宽：在通信领域常用的相对带宽指系统绝对带宽与中频之比。

$$\mathrm{BW}_{\mathrm{l}} = \frac{f_{\mathrm{h}} - f_{\mathrm{l}}}{f_0} = 2\frac{f_{\mathrm{h}} - f_{\mathrm{l}}}{f_{\mathrm{h}} + f_{\mathrm{l}}} \tag{1.3.12}$$

式中，f_0为中心频率，$f_0=(f_{\mathrm{l}}+f_{\mathrm{h}})/2$，是高低端频率的算术中值。天线带宽主要取决于各项电指标的频率特性，通常天线主要电指标均有各自的带宽，具体如下：

(1) 阻抗带宽(VSWR 带宽)，一般用馈线上的 VSWR 表示，以驻波比低于规定值的频带宽度为天线的阻抗带宽，既反映天线阻抗的频率特性，也反映天线与馈线的匹配效果。

(2) 方向图带宽，方向图是描述天线辐射特性的重要电参量，当频率偏离设计频率(通常取工作频带内的中心频率f_0)时可能发生主瓣指向偏移、主瓣畸形、副瓣增大、前后辐射比下降等，方向图恶化到不满足设计要求时即限定了方向图带宽。

(3) 增益带宽，指增益下降到允许值的频带宽度，通常定义增益下降到工作频带内最大增益值的 50%时相应的频带宽度为﹣3dB 增益带宽。

(4) 极化带宽，对于圆极化天线是重要技术指标，一般以最大辐射方向上或主瓣半功率波瓣宽度内轴比小于规定值来确定极化带宽。工程中要求天线在规定频率范围内其主要电性能(如 VSWR、增益、主瓣宽度、副瓣电平、极化特性等)必须满足技术指标，尤其在宽带范围内难以将每项指标都做到最优，如天线的带宽和增益是相互矛盾的指标，宽频带天线增益一般较低，拓宽带宽需牺牲一定增益，提高增益则带宽会变窄，因此天线的带宽是一项需综合折中的技术指标。该部分内容主要在本书**第 3～第 5 章、第 10～第 17 章**。

1.3.6 星载天线相位中心

若一个天线辐射的无线电波是一个球面波[式(1.3.13)]，则称该球面的中心为天线的相位中心。任何天线的远场都可以表示为

$$\bar{E}(\theta,\varphi) = \hat{r}E(\theta,\varphi)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi(\theta,\varphi)}\frac{1}{r}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\hat{k}r} \tag{1.3.13}$$

式中，$\hat{r}$ 为单位矢量；$E(\theta,\varphi)$ 为天线的幅度方向图，即辐射场的幅度随角度变化的规律；$\phi(\theta,\varphi)$ 为天线的相位方向图，即辐射场的相位随角度变化的规律；$\frac{1}{r}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\hat{k}r}$ 为球面波波函数，相当于一个球面波的波阵面向外传播时，幅度与相位随距离 r 变化的规律。

喇叭天线的相位中心是这样一个参考点：对该点来说，天线的相位方向图不随角度变化，用函数表示为$\phi(\theta,\varphi)$常数，喇叭天线辐射的是以该点为球心的球面波。天线的相位中心就是远区辐射场的等相位面的中心，是一个等效中心的概念(图 1.3.4 中 O 点是喇叭天线发射各个等效球面波的圆心，就是该喇叭天线的相位中心)。任意一个天线可能有相位中心，也可能没有相位中心，即它辐射的无线电波可能是一个球面波，也可能不是一个球面波，这完全取决于天线的形式。对于大多数天线来讲，并不存在一个可以让远场相位为恒定常数的相位中心。

但是许多天线可以找到这样一个成为“视在相位中心”的参考点，使得在主瓣某一范围内的远场相位保持相对恒定。

星载环境下天线相位中心具有重要意义：首先，就应用而言，星载导航定位天线需要准确的相位中心，并且需要相位中心稳定度，所以需要明确天线的相位中心相对于天线参考点的准确位置；其次，星载微波遥感、星载测控、星间链路、可展开天线等往往使用抛物面天线结构形式，需要将馈源子系统和反射面准确定位，两者定位的依据就是将馈源的相位中心准确放置在反射面焦点位置。天线的相位中心计算、测量和分析在**本书第 6、7、17、18 章**。

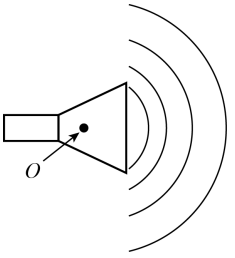


图 1.3.4　喇叭天线的相位中心

1.4　星载天线的极化特性

极化与方向图、增益同为表征天线辐射的基本参量，是描述天线辐射电磁场矢量空间指向的参数，体现电场矢量随时间变化在空间形成的轨迹形状与旋向。因电场与磁场存在恒定关系，通常以电场矢量空间指向作为天线辐射电磁波的极化方向。根据天线最大辐射方向上电场的极化形式，可将天线极化分为线极化、圆极化和椭圆极化。

若最大辐射方向上电场矢量空间取向固定不变，称为线极化，以地面为参考面时，线极化又分为垂直极化、水平极化和斜极化(如电子战常用的斜 45°极化天线)；若电场矢量取向变化且端点轨迹为圆形，则称为圆极化。工程上规定顺着电波传播方向看，电场矢量端点顺时针旋转为右旋圆极化，逆时针旋转为左旋圆极化；若旋转矢量端点轨迹为椭圆则称为椭圆极化。线极化天线发射的电磁波需由相同极化的天线接收，圆极化天线也需旋向一致的天线进行发射和接收，否则会造成极化损失，并且实际中线极化天线和圆极化天线均存在极化纯度，难以实现纯粹极化。描述圆极化特性的参数包括轴比、旋向和倾角，描述线极化波的重要参数主要是交叉极化电平(极化纯度)，即天线正交极化电平相对于主极化方向最大电平的比值。在均匀各向同性媒质中，天线辐射场为横电磁波(TEM)，电场与磁场均位于与传播方向垂直的平面内且存在固定关系，故研究天线电磁波极化通常以电场为依据，假设天线辐射电场为 E，其极化由与波传播方向垂直面内电场矢量端点描绘的轨迹定义。

线极化波：电场矢量随时间始终在一固定方向上变化，在一个周期内其矢量端轨迹描绘出一条直线，其瞬时场写为

$$E(t,r) = E_0 \sin(\omega t + \varphi)x \tag{1.4.1}$$

式中，ω 为谐振角频率。

椭圆极化：若经过一个周期，电场矢量端在极化平面上的投影为一个椭圆，则称为椭圆极化波，其瞬时场写为

$$E(t) = E_{1m}\cos\omega t\boldsymbol{x}_1 + E_{2m}\cos\omega t\boldsymbol{x}_2 \tag{1.4.2}$$

在特殊情况下，椭圆极化波转换为圆极化波或者线极化波。

在极化特性的表征中，最普遍的是椭圆极化波，圆极化波和线极化波只是其特例。对椭圆极化波，有三种参数加以表征。

(1) 轴比：

$$\text{轴比}=\frac{\text{椭圆长轴}}{\text{椭圆短轴}}$$

(2) 极化旋向：右旋定则用来判断的极化旋向。

(3) 极化椭圆倾角：指极化椭圆长轴与参考轴之间的夹角。

电磁波极化在星载领域的应用极具价值。作为与波的幅值、相位并列的信息载体，极化可用于信息传递。其应用场景广泛：雷达通过圆极化天线实现对云雨干扰的抑制；气象雷达通过雨、冰雹对散射极化特性的不同响应识别目标性质；跟踪航天器的地面天线或飞行器天线多采用圆极化，以提升通信可靠性，规避极化失配导致的信号衰减；在卫星通信中，为增加无线电频带内的信道数目，同一频道或邻近频道可利用高纯度正交极化实现基于极化鉴别的频率复用；在天线近场测试中，还能通过探针天线的不同极化响应反演远场特性，足见掌握极化知识的重要性。当今复杂的战场电磁环境对星载雷达探测系统提出了更高要求，宽频带多极化已成为新一代雷达(含星载)扩展信息来源及提升探测性能的核心发展趋势。雷达极化信息在电磁信号滤波、目标增强、杂波抑制、目标检测及识别等领域展现出巨大应用潜力。

图 1.4.1 所示为极化特性对收发天线传输电磁波的影响。由图 1.4.1 可以看出，当收发天线为同极化时[图 1.4.1(a)]，接收天线无损耗收到发射天线的电磁波；当接收天线和发射天线极化相差一定角度时[图 1.4.1(b)]会造成一定的损耗(极化损耗)；而当接收天线和发射天线极化方向垂直或者正交时[图 1.4.1(c)]时，将接收不到信号。

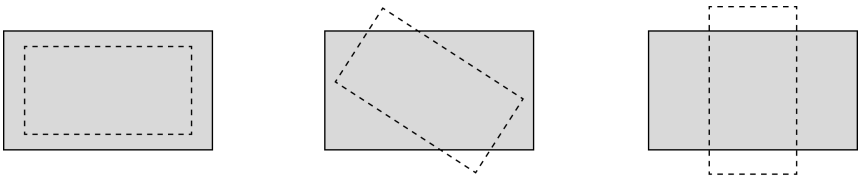


图 1.4.1　极化特性对收发天线传输电磁波的影响

在工程实践中，电场矢量端在传播空间任意一点形状和方向都随时间变化，类似于椭圆的曲线，称为不完全极化波。完全极化波仅仅是部分极化波的特例。在电磁工程中，特别是在宽带信号应用中，部分极化波研究具有很重要的意义。天线极化特性内容详见本书**第 2～4、6、7、13、14、17、18 章**。

1.5　无线电波传播传输方程

收发天线多处于辐射远场区，接收天线接收的功率取决于多种因素。假设 p_t 为发射天线输入功率，η 为天线效率，则辐射功率 p_t' 为

$$p_t' = \eta p_t \tag{1.5.1}$$

接收天线处的功率密度为

$$p(\theta,\varphi)=\frac{p_t' D_t(\theta,\varphi)}{4\pi R^2} \tag{1.5.2}$$

式中，D_t为发射天线的方向性系数；R为收发天线间的距离。

假如接收天线对入射场极化是完全匹配的，则接收天线的接收功率为

$$P_r = P_t' D_t(\theta,\varphi) G_r(\theta^i,\varphi^i)\left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 \tag{1.5.3}$$

式中，G_r为接收天线在该角度方向上的增益。式(1.5.3)就是著名的 Friis 传输公式，它把发射天线增益、发射功率、接收功率、接收天线增益和收发间距离联系起来，是通信信道计算常用的公式。事实上，由于发射天线、接收天线之间极化匹配等因素(图 1.5.1)，该公式可进一步扩展如下：

$$\frac{P_r}{P_t} = e_{cdt} e_{cdr}(1-|\Gamma_t|^2)(1-|\Gamma_r|^2)\left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 D_t(\theta_t,\theta_r) D_r(\theta_t,\theta_r)|\rho_t \rho_r|^2 \tag{1.5.4}$$

式中，e_{cdt}、e_{cdr}分别为发射天线和接收天线的效率；Γ_t、Γ_r分别为收发天线的反射系数；ρ为各自的极化特性。

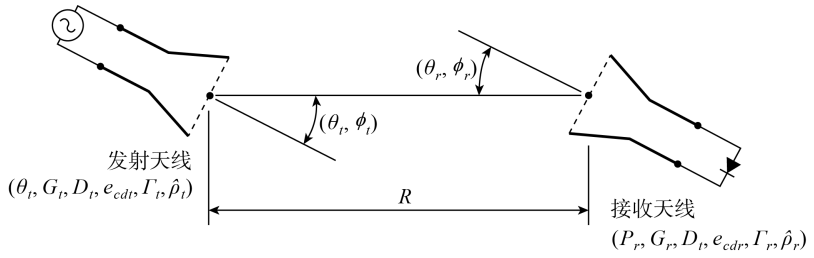


图 1.5.1　电磁波传输

1.6　天线温度

普通天线温度指实际物理温度，此处天线温度为微波探测推导值。根据量子理论，绝对零度以上物体均对外辐射电磁波，天线因处于其他物体辐射中也会吸收电磁波。物体发射率与吸收率由材料决定，热平衡时二者相等。一般物体接收外界电磁波后，除吸收外还会反射或透射。为研究需要假想的黑体可完全吸收电磁波，无反射或透射，是完全吸收体与发射体。黑体辐射强度和物理温度间存在线性关系，可以用温度直接表征黑体的辐射强度，即

$$B_f = \frac{2f^2 kT}{c^2} = \frac{2kT}{\lambda^2} \tag{1.6.1}$$

式中，B_f为黑体谱亮度；k为玻尔兹曼常数；c为真空中的光速；T为热力学温度；f为频率。天线温度是射电天文学中用来度量射电望远镜接收功率的一个量。按照尼奎斯特定理，一个处于热力学温度 T 的电阻在频宽 Δf 内所产生的噪声功率为

$$P = kT\Delta f$$

式中，k为玻尔兹曼常数。

假定天线是无损耗的，并与输出端匹配，则可以把天线接收天体射电后输出的功率 W 表示为

$$W = kT_a\Delta f \tag{1.6.2}$$

式中，Δf 为接收系统的频带宽度；T_a 为射电望远镜接收该射电源的天线温度。

天线温度物理意义：当天线被一个等效电阻代替时，为获得与接收天线射电功率 W 相同的噪声功率输出，该电阻应具有的温度。天线温度仅代表天线接收功率的大小，与天线自身物理温度无关，而与环境介质的温度 T_B 及天线有效面积为 $A(\theta,\varphi)$ 有关，天线指向亮温度分布为 $T_B(\theta,\varphi)$ 的源(向亮温度 T_B 表征天体上每一部分发出的或来自某一方向的射电强度)，则由式(1.6.2)及有关公式可推出天线温度为

$$T_A = \frac{1}{2\lambda^2}\iint_{4\pi} T_B(\theta,\phi)A(\theta,\phi)\mathrm{d}\Omega \tag{1.6.3}$$

即天线温度等于以波长平方为单位、天线有效面积为权重的亮温度对全天空的积分。

1.7 增益噪声温度比

电磁信号被天线捕获后，外界噪声功率也通过天线的主瓣和旁瓣进入天线，一般用天线外部噪声温度 T_a 来表示。外界噪声功率源有银河系的辐射、地球大气层的吸收及地球本身的热辐射。所以，天线的噪声温度与天线的辐射方向图有关。

1.7.1 天线噪声温度和系统噪声温度

因为大地是一个大的热噪声源，所以减小旁瓣特别是减小后瓣能降低天线的噪声温度。另外，天线外部噪声温度 T_a 还与天线的仰角 θ 有关。仰角 θ 越大，电平较高的天线近角旁瓣偏离地面而指向空间(所谓冷空)，所以随着仰角的增大，天线外部噪声温度 T_a 会迅速降低。当仰角超过 30°后，指向地面的远角旁瓣数目也逐渐减少，T_a 值也逐渐下降。这个 T_a 就是用实测方法或近似方法计算所得的天线外部噪声温度。

天线除外部噪声外还有内部噪声，若考虑馈线系统衰减引起的热噪声，可用 T_A 来代表天馈系统的噪声温度，天线系统的噪声温度 T_A 与选定的参考点有关。例如，以馈源喇叭法兰口为参考点时，天线系统的噪声温度为天线的外部噪声温度，即 T_A=T_a。以馈线输出法兰为参考点时，系统噪声温度 T_A 必须考虑馈线热损耗产生的噪声温度 T_f 及 T_a 受到馈线损耗的影响，此时系统噪声温度为

$$T_A = \frac{T_a}{L} + T_f = \frac{T_a}{L} + \frac{L-1}{L}T_0 \tag{1.7.1}$$

式中，L 为馈线的损耗因子；T_0 为环境温度。

式(1.7.1)右边第一项为衰减后的天线噪声温度 T_a'，第二项为馈线损耗引起的噪声温度 T_f。因此，降低系统噪声温度必须尽量减小馈源、馈线系统的插入损耗。地球站的系统噪声温度一般用符号 T_{sys} 来表示。包括天线、馈线、放大器、变频器等一系列地球站设备所产生的噪声温度，与参考点的位置有关。一般均以低噪声放大器(LNA)的输入端为参考点，所以必须把所有噪声源产生的噪声温度都归算到 LNA 输入端，相加后得到以 LNA 输入端为参考点的 T_{sys}。具体可按下式计算：

$$T_{\text{sys}}=\frac{T_A}{L_1}(1-\rho^2)+\frac{L_1-1}{L_1}T_0+T_{\text{LNA}}+\frac{L_2}{G_{\text{LNA}}}(F-1)T_0 \tag{1.7.2}$$

式中，L_1 为馈线输出法兰口到 LNA 输入端连接波导管的损耗因子；L_2 为 LNA 输出端与接收机(变频器)输入端连接电缆系统的损耗因子；T_{LNA} 为 LNA 的噪声温度；G_{LNA} 为 LNA 的功率增益；F 为接收机的线性噪声因子；ρ 为匹配损耗因子。

1.7.2　地球站品质因素

国际上采用地球站品质因素 $\frac{G}{T_{\text{sys}}}$ 值来衡量一个地球站性能的优劣。天线增益越高，系统噪声温度越低，则系统质量就越好。

$$\frac{G}{T_{\text{sys}}}=\frac{\text{天线增益(以LNA输入端为参考)}}{\text{系统噪声温度(以LNA输入端为参考)}} \tag{1.7.3}$$

天线增益和系统噪声温度的数值都与指定参考点有关，不同参考点的数值不同，而 $\frac{G}{T_{\text{sys}}}$ 值却与参考点无关，在任意参考点上，$\frac{G}{T_{\text{sys}}}$ 值都是不变的。为了提高 $\frac{G}{T_{\text{sys}}}$ 值，必须采取以下措施：

(1) 减小系统中馈源、馈线的损耗和 LNA 连接波导的损耗，务必使它们减小到最低程度，因为这些损耗不仅导致天线增益减小，还使系统噪声温度 T_{sys} 增加，随之地球站品质因素也显著下降。

(2) 为了使后面各级噪声温度得到有效抑制，必须使 *LNA* 的增益 G_{LNA} 尽可能高，噪声温度尽可能低。一般 LNA 增益为 20～40dB，T_{LNA} 在 45～80K 范围内较合适。

(3) LNA 和接收机的连接电缆应该越短越好，以降低由电缆引起的噪声温度。

1.8　等效全向辐射功率

等效全向辐射功率(EIRP)，又叫有效全向辐射功率，是衡量无线通信工程中干扰强度和发射机发射信号能力的参量，其定义为无线电发射机供给天线功率 P 与在给定方向上天线绝对增益 G 的乘积，即

$$\text{EIRP}=P\times G \tag{1.8.1}$$

$$\text{EIRP(dBm)}=P(\text{dBm})+G(\text{dBi}) \tag{1.8.2}$$

但是在实际情况中，发射机与天线通过馈线进行连接，必然会产生馈线损耗 L，则式(1.8.2)变为

$$\text{EIRP(dBm)}=P(\text{dBm})+G(\text{dBi})-L(\text{dB}) \tag{1.8.3}$$

式中，P 为发射机的发射功率；G 为发射天线的天线增益；L 为发射机输出端与天线馈

源之间的馈线损耗。

从物理定义出发，用全向同性天线代替原天线时馈入的功率，仍然可以保持同一接收点的接收电平不变，该馈入功率就是 EIRP 值。

EIRP 是衡量特定发射机天线可辐射最佳功率的指标，用于标准或规格中度量射频系统最大辐射量，其核心因素包括总辐射功率和天线增益(与天线方向图相关)：同一发射机配不同增益天线、同一天线配不同功率发射机均会产生不同 EIRP 结果。注意：EIRP 基于各向同性辐射天线(假想天线)，为理论最大值。EIRP 计算需考虑发射机至天线路径上布线、连接器等损耗，以及天线、互连器件与发射机输出级的不匹配度；在实际安装中，还需计入极化损耗。因 EIRP 涵盖传输线路损耗、连接器损耗及天线增益，故可用于衡量干扰强度和发射机信号发射能力。EIRP 允许在不同的发射器之间进行比较而不管类型、大小或形态，在实际工程测试中具有极大的可操作性，该部分内容见本书第 **13、14 章**。

1.9 星载天线的功能划分特点及机械特性参量

星载天线作为空间信息传输的核心设备，广泛应用于卫星、载人飞船、空间站及深空探测器等航天平台。其工作环境涵盖近地轨道、地球同步轨道及地外行星探测轨道，需适应极端温度变化、强辐射和高真空等严苛条件。以我国天宫空间站为例，其配备的相控阵天线通过电扫描技术实现多目标跟踪，为天地通信提供稳定链路；嫦娥五号探测器的 Ka 频段高增益天线，突破了地月 38 万 km 的远距离数据传输瓶颈。

1.9.1 星载天线的功能划分

根据功能特性，星载天线可细分为以下几类应用体系。遥测天线用于实时回传航天器的姿态、温度、能源等健康参数；指令天线接收地面控制中心的指令，确保卫星按预定轨道运行；跟踪测速天线通过多普勒效应实现航天器的精确定轨；数据中继天线构建起低轨卫星与地面间的“太空基站”，如我国天链卫星系统显著提升了神舟飞船的测控覆盖率。在通信领域，直播卫星的抛物面天线可将电视信号覆盖数百万平方公里；遥感卫星的合成孔径雷达(SAR)天线通过微波成像，实现全天候对地观测。此外，交会雷达天线为航天器对接提供精确引导，着陆导航天线则保障探测器安全软着陆。

各类星载天线在设计中需平衡增益、带宽、极化方式等核心指标。例如，科学探测天线要求极低的系统噪声温度，以捕捉宇宙微弱信号；而遥感天线则追求高分辨率成像，需采用大口径可展开结构。随着航天任务复杂度提升，多频段、多功能复合天线成为发展趋势，融合了相控阵、反射面等多种技术形态，推动着星载天线向集成化、智能化方向演进。

1.9.2 星载天线的特点

综合来讲，星载天线类型和特点如下：

(1) 星载(探测)遥感天线由于需要分辨一定尺度的对象，往往采用口径效率高、损耗小、线极化窄波束天线，如反射面天线(图 1.9.1)。这类天线通过聚焦电磁能量，将空间中微弱的信号汇聚至馈源，从而实现高分辨率成像。以 SAR 遥感天线为例，在雷达成像过程中，通过

天线在飞行轨迹上的不同位置发射和接收回波信号，等效合成大口径天线的观测效果，可在恶劣气象条件下获取地面高分辨率图像。被动微波遥感只接收地面物体自身辐射的微波；辐射计天线作为核心接收部件，要求有高的 G/T 值(增益与系统噪声温度比)，相当于一个宽带高灵敏度的低噪声接收系统。为减少外界干扰和信号串扰，天线需要设计为较低的副瓣、交叉极化电平以及低的远旁瓣均值，反射面天线凭借其高精度形面加工和优化设计，能够有效满足上述要求。在设计过程中，这种天线馈源系统需要进行全波分析(第 2 章)，通过求解麦克斯韦方程组精确计算电磁场分布；而整个天线系统可采用口径场法、准光学理论(第 6、7、11 章)来完成，利用几何光学和物理光学近似，快速计算天线辐射特性，提升设计效率。

(2) 星载通信广播等天线往往利用多极化复用、点波束、多波束、波束赋形技术(第 5～8、10、14 章)，多采用抛物面天线来实现(图 1.9.2)。多极化复用技术通过同时使用水平极化和垂直极化，或左旋圆极化与右旋圆极化，使同一频段的信道容量翻倍；点波束和多波束技术则能够将能量集中辐射至特定区域，提高通信效率和覆盖精准度。根据无线电波传输方程(1.5 节)，在同样条件下，发射天线越大信号传输距离越远，因此星载通信广播天线多采用大口径可展开、多波束、多极化复用天线。例如，直播卫星为实现覆盖数百万平方千米的广播服务，需采用直径数米的可展开抛物面天线。在设计这类天线时，需要重点关注天线的形面展开精度(第 16、18 章)，因为即使微小的形面误差也会导致信号聚焦偏差，降低天线增益。目前，形状记忆合金材料和碳纤维复合材料的应用，有效提升了天线展开结构的精度和可靠性。

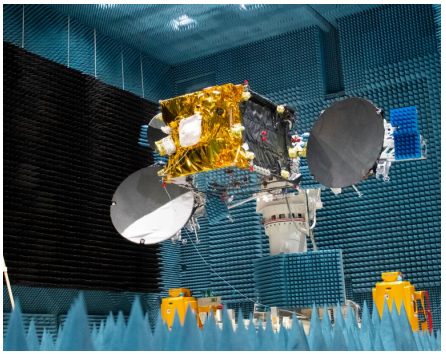


图 1.9.1　星载遥感天线

图 1.9.2　星载通信天线

(3) 星载测控天线是星载测控系统的主要组成部分，它的任务是与地面测控天线一起建立满足预定要求的、稳定可靠的无线电传输通道，保证星地无线遥测、遥控与跟踪(TT 与 C)信息的发射、接收与传输(第 12、13 章)。简单来说，星载测控天线用于接收地面站发射给航天器的遥控信号或航天器向地面站发射遥测信号。地面发射天线可以做得很大，具有很高的增益，根据第 1 章 1.5 节的无线电波传输方程，较小的星载测控天线就可以满足要求。此外，低增益宽波束天线也能确保信号不丢失，尤其适用于航天器入轨初期姿态不稳定阶段。星载测控天线一般采用宽波束天线，在特殊情况下可采用窄波束天线。对于宽波束天线可采用螺旋天线、振子天线、微带天线(第 3、4 章)等，且常采用圆极化天线形式。圆极化天线能够有效地抑制雨衰和极化失配问题，在复杂气象条件下保持稳定通信。例如，在航天器再入大气层时，等离子鞘套会导致信号极化状态变化，圆极化天线仍能维持可靠的通信链路。

(4) 星载数传天线是指负责航天器遥感数据传输的天线，其按传输目标可分为星地数传天线和星间数传天线。数传天线是卫星天线的重要组成部分(第 13 章)，通过数传天线可以把

有效载荷采集的数据传输给地面接收站(图 1.9.3)。随着卫星朝着低成本、小型化、轻量化及一箭多星的态势发展，对星载天线的要求也越来越高。目前广泛应用的 X 频段数传天线，馈源采用赋形反射面天线、背射双线螺旋天线、波导十字交叉阵列组合天线(第 5、8、9 章)等。赋形反射面天线通过优化反射面形状，实现特定方向的高增益辐射；背射双线螺旋天线则以其结构紧凑、宽频带特性，适用于多种数据传输场景；波导十字交叉阵列组合天线通过阵列合成技术，提升天线的增益和方向性。这类天线具有结构紧凑、体小质轻、可靠性高、研制成本低等突出的优点，满足了微小卫星对载荷重量和体积的严格限制。

(5) 星间链路是指卫星之间建立的通信链路，也被称为星际链路或交叉链路(第 15 章)。通过星间链路实现卫星之间的信息传输和交换，多颗卫星可以互联在一起，成为一个以卫星为交换节点的空间通信网络(图 1.9.4)，降低卫星通信系统对地面网络的依赖。星间链路相控阵天线凭借其电扫描特性，无须复杂的机械转动机构，具有体积小、质量轻、损耗少等优势。它能形成一条或多条波束，通过控制移相器和功率放大器，可灵活控制波束指向及星上波束重构，在大角度范围内进行快速扫描，并在波束之间进行功率分配。此外，星间链路相控阵天线还可以作为反射面及透镜式多波束天线的馈电系统，提升整个天线系统的性能。例如，在低轨卫星互联网星座中，星间链路相控阵天线实现了卫星之间的实时数据交互，确保了全球无缝通信覆盖。

图 1.9.3　星载双螺旋数传天线

图 1.9.4　星间链路可展开天线

(6) 全球导航卫星系统(Global Navigation Satellite System，GNSS)是一种“天基”测控资源(第 17 章)，它通过多星单程伪码测距和载波相位测量技术实现对目标航天器的定位，至少测量到 4 颗 GNSS 卫星的伪距就可以确定其位置。GNSS 天线的性能指标依赖于导航信号接收系统的工作模式，不同工作模式对定位精度、速度、工作环境、温度等提出不同的需求。对于精密定轨卫星要求的 GNSS 天线，需要天线具备 2 个频段的工作能力，以接收不同频率的导航信号，提高定位精度；同时，需要良好的抑制多径能力，减少因信号反射导致的定位误差。GNSS 天线具有多频段、圆极化、方向图具有均匀的振幅响应、多径效应抑制能力强、稳定的相位中心等特点(第 2～5、10、18 章)。其中，多频段设计适应不同卫星导航系统的信号频段；圆极化方式增强了信号接收的稳定性；稳定的相位中心则保证了定位测量的准确性，为航天器的精确轨道控制和姿态调整提供可靠支持。GNSS 双频天线如图 1.9.5 所示。

图 1.9.5　GNSS 双频天线

1.9.3　星载天线的机械特性参量

星载天线的机械特性参量是保障星载天线在复杂空间环境中稳定运行的关键指标，直接影响航天器整体性能与任务成败。质量和质心分布非常重要。由于运载火箭对有效载荷质量存在严格限制，星载天线需通过优化结构设计和选用轻质高强材料(如碳纤维复合材料、钛合金)实现轻量化。例如，大型可展开抛物面天线的反射面采用网状碳纤维结构，在保证强度的同时大幅降低重量；同时，精确控制质心位置对航天器姿态稳定意义重大，若质心偏移超出设计范围，会导致姿态控制系统额外消耗燃料，缩短航天器寿命。

外形尺寸参数需兼顾发射阶段和在轨工作阶段。对于可展开天线，压缩状态下需满足运载火箭整流罩包络限制，如折叠式网状天线通过机械铰链结构实现紧凑收纳；展开后则要达到预定尺寸以满足电性能需求，其展开精度直接关系到天线增益和波束指向精度。以某通信卫星的 10m 口径可展开天线为例，其展开精度要求达到毫米级，任何微小的结构变形都会导致信号聚焦偏差。

天线对安装平台的平面度、粗糙度等要求严苛，因为安装面的微小误差会引起天线结构应力集中和形变，影响辐射特性。刚度和强度设计需考虑发射阶段的剧烈振动、冲击载荷，以及在轨期间的热变形、微陨石撞击等因素。转动惯量、转动速度和精度则是伺服驱动天线的关键参数。例如，跟踪天线需具备高转动精度(亚毫弧度级)和快速响应能力，以实现对地面站或目标航天器的稳定跟踪。此外，星载天线的展开机构设计需兼顾可靠性与复杂性，常应用形状记忆合金驱动、弹簧储能释放等技术，确保在真空、高低温循环环境下可靠展开，这些机械特性参量的协同优化，是星载天线实现功能指标的重要基础。

1. 天线的基频

由于卫星发射时火箭箭体会产生剧烈的振动，过于松散的天线结构很容易被振坏。另外，如果天线振动频率和卫星振动频率相近，很容易产生共振，会加剧振动的破坏程度，所以需要对天线结构进行特殊设计。天线结构设计中，基频指的是一个复杂波或振动系统中最低的频率成分，也称为基本频率。在物理学和声学中，基频是振动系统自然振荡的最低频率；物体的振动是指物体或物体一部分的往复运动，而基频与物体的振动密切相关。在物理学中，基频代表了物体振动在最简单方式时可能的频率，通常是振动物体产生的最突出的频率。天线的基频与天线的质量和结构有关，天线基频的计算涉及天线的物理参数，如模量、泊松比、密度、厚度和半径等。天线结构设计原则是尽可能提高本身基频，另外需要避开卫星平台基频。提高星载天线基频的措施包括采用刚度高的材料、

减少长悬臂结构等。一般来说星载天线基频要求在 100Hz 以上。内容见本书第 11、13、14、16 章。

在卫星发射阶段，火箭产生的随机振动(0.01～2000Hz)、低频轴向振动(5～20Hz)及高频声学载荷(100～1000Hz)，对星载天线结构完整性构成严峻挑战。当松散结构的固有频率与激励频率相近时，会引发共振，导致结构应力激增，甚至出现疲劳断裂。例如，某遥感卫星因天线支架基频与火箭一阶振动频率耦合，反射面形面精度下降 15%，严重影响成像质量。因此，基于动力学特性的天线结构设计成为航天工程的关键环节。基频作为结构动力学的核心参数，表征复杂振动系统的最低固有频率，对应结构最易激发的振动模态。依据瑞利·里兹法，天线基频 f_0 与材料弹性模量 E、结构惯性矩 I 成正相关，与结构质量 M、跨距 L 成负相关，其简化公式为

$$f_0 \propto \sqrt{\frac{EI}{ML^4}}$$

在实际工程中，需综合运用有限元分析，通过划分网格模拟天线的质量分布、边界条件及材料属性，精确计算各阶固有频率。例如，对抛物面天线的桁架式支撑结构进行模态分析时，可识别出影响基频的关键薄弱环节。天线结构设计遵循“高基频、频域解耦”原则，要求基频通常不低于 100Hz，以规避发射风险。提升基频的核心策略包括：①采用高比刚度材料(如碳纤维增强复合材料，其比模量为 150～200GPa·m/kg，较铝合金提升 3 倍)；②优化拓扑构型，减少长悬臂结构以降低柔度；③引入蜂窝夹层、桁架式等高效承载结构。同时，通过调整支撑结构刚度或附加质量块，使天线基频与卫星结构基频(通常在 20～50Hz)保持20%以上的频率间隔，避免动力学耦合。近年来，智能材料(如压电陶瓷、磁流变弹性体)的应用为动态调频提供了新途径，可实时调节结构刚度以适应复杂振动环境，相关设计理论与优化方法详见本书**第 11、13、14、16 章**。

2. 天线的形面变形

在星载环境中，冷热交替、真空、微重力等极端条件对天线结构稳定性与电性能产生显著影响。卫星在轨道上运行时，向阳面温度为 150℃以上，背阳面则骤降至－180℃，如此大的温度梯度(可达 200℃/m)引发的热应力与热变形，成为威胁天线性能的关键因素。对于大型可展开天线，如口径超过 5m 的反射面天线，热致形面误差若超过 $\lambda/50$(λ 为工作波长)，将导致天线增益下降、副瓣电平升高，严重影响信号传输质量。更甚者，不均匀的热变形产生的应力集中，可能致使结构发生塑性变形或疲劳断裂，直接损毁天线系统。抵御星载环境引起的形面变形，核心在于材料选型与结构设计的协同优化。

从材料层面来说，低热膨胀系数材料成为首选，如碳纤维复合材料的 CTE[(0.1～0.3)×10^{-6}/℃]、碳化硅[(0.2～0.5)×10^{-6}/℃]、铍(1.2×10^{-6}/℃)及殷钢(1.5×10^{-6}/℃)等，这些材料通过微观结构调控，显著降低热膨胀对形面精度的影响。例如，在高分辨率遥感卫星中，碳化硅反射面凭借其优异的热稳定性与高刚度，有效维持高频段(如 Ka 频段，30～40GHz)的成像精度(图 1.2.1 中就是碳化硅基材镀铝形成的金属化表面)。然而，材料的电磁性能与热性能需综合设计。随着天线工作频率提升，材料本身的介电损耗与反射特性对辐射效率的影响加剧。以碳化硅为例，其在毫米波频段的介电常数损耗角正切较高，需通过表面金属化处理提升反射率。通常采用物理气相沉积(PVD)或化学气相沉积(CVD)技术，在基材表面镀覆银(电导率 6.3×10^7S/m)、铝(电导率 3.8×10^7S/m)或金(电导率 4.5×10^7S/m)膜层。例如，

嫦娥五号探测器的高增益天线，采用碳化硅基材镀铝工艺，在保持低热膨胀特性的同时，实现 Ka 频段 98%以上的反射效率。

在结构设计方面，常采用热控一体化设计策略。通过蜂窝夹层结构优化热传导路径，利用多层隔热材料减少外热流吸收；同时，引入形状记忆合金驱动的主动变形补偿机构，实时修正热致形面误差。此外，有限元热-结构耦合分析成为关键设计手段，通过模拟不同轨道工况下的温度场分布与结构响应，指导材料布局与支撑结构优化。相关材料选型标准、表面处理工艺及热控结构设计方法，将在本书第 **10、11～14、16、18 章**展开系统论述。

本章知识点

本章讲述的内容主要包括：星载天线主要参量；极化、频率对星载天线的重要性分析；星载环境对天线的要求和影响，以及星载天线对环境因素的应对设计；星载天线的机、电、热一体化设计技术。

本章习题

1. 阐述星载天线与地面天线在工作环境、设计约束及性能要求上的核心差异，试举例说明空间环境(如温度、辐射、真空)对星载天线材料选择的影响。

2. 定义星载天线的 EIRP，说明其在卫星通信链路预算中的物理意义，分析提高 EIRP 的两种技术途径。

3. 定义星载天线的“频段复用因子”，说明在卫星通信中通过极化复用和频率复用提高频谱效率的原理，分析频段复用因子受限于哪些因素。

4. 某同步轨道星载天线的增益 G=45dB，发射机输出功率 P_t=10W，馈线损耗 L_f=2dB。试计算其 EIRP(单位：dBW，EIRP=10lgP_t+G – L_f)。

5. 星载接收天线的增益 G_r=30dB，噪声温度 T_a=150K。试计算其 G/T 值(单位：dB/K，G/T=G_r (dB) – 10lgT_a)。

6. 某星载天线工作在 Ka 频段(f = 20GHz)，指向地面站的仰角为 30°，卫星轨道高度 h=35786km，地球半径 R=6378km。试计算电磁波传播的自由空间损耗 L_s(单位：dB，L_s=20lg(4πr/λ)，r 为传播路径长度，λ=c/f，c=3×10^{8}m/s)。

7. 天线的 s 参数转换为 dB 后，对数前面的系数是 10 还是 20？为什么？

8. 天线电场方向图和功率方向图转换为 dB 后，对数前面的系数是 10 还是 20？为什么？

9. 有频率为 Ku 频段(13.58GHz)的天线，其主平面半功率波束宽度分别是 1°和 2°的天线，其方向性系数是多少？采用远场测量时其最小测量距离是多少？

第2章

天线分析的基本方法

麦克斯韦方程组通过4个偏微分方程(高斯电场定律、高斯磁场定律、法拉第电磁感应定律和安培-麦克斯韦定律)构建了经典电磁场理论的数学框架，不仅为电磁波传播、辐射等现象提供了理论解释，更为天线设计与性能分析奠定了理论基础。天线作为实现导行波与空间辐射波相互转换的装置，其辐射方向图、增益、输入阻抗等关键电性能参数，均需通过求解麦克斯韦方程的边值问题获得。随着星载遥感等领域对电磁场计算精度与效率的要求不断提升，传统基于经验公式和简单代数运算的分析方法已难以满足复杂电磁环境下的工程需求。计算电磁学作为一门融合数学物理方法、数值计算技术与计算机科学的交叉学科，旨在系统地研究电磁场问题的精确求解策略。

2.1 天线计算方法及其特点

在天线与电磁问题研究领域，求解方法主要分为解析法和数值法两大体系，它们各有特点，共同推动电磁学理论与工程实践的发展。

2.1.1 天线计算方法

解析法以严谨的数学方程为核心，通过求解偏微分方程或积分方程来推导电磁问题的精确解，常见的有分离变量法、变换数学法等。以分离变量法为例，它通过将多变量的偏微分方程分解为多个单变量的常微分方程，再结合边界条件逐一求解，从而得到问题的精确解。这类方法能够得出高精度的理论解，为电磁学理论研究打下了坚实的基础。然而，其适用场景存在明显局限，仅适用于几何形状规则、边界条件简单的理想模型，如无限大均匀介质中的球体、无限长圆柱体等。此外，微扰法、几何光学等近似求解方法应运而生，在复杂场景中展现出更高的灵活性。它们通过对实际问题进行合理简化与近似，在保证一定精度的前提下，降低问题求解难度。传统解析流程以麦克斯韦方程组等电磁学基本方程为基础，结合具

体问题的边界条件构建方程体系，求解过程对研究者的电磁学理论功底与数学推导能力要求极高。虽然基于解析法编写的程序在处理适用范围内的问题时效率较高，但在面对复杂的实际工程问题时，往往难以有效应对。

数值法凭借计算机强大的计算能力，将连续的电磁函数离散化处理，逐步成为现代电磁分析的核心手段。如今，Ansoft-HFSS、CST、GRASP、Wasp-net、Feko、Champ、NEC2、LS-dyna、Nastran、Neverda、UG、Adams 等一系列电磁场、力学、热学、动力学商业软件广泛应用于工程实践。这些软件高度集成了多种计算模块，涵盖有限元法(Finite Element Method，FEM)、时域有限差分法(Finite Difference Method in Time Domain，FDTD)等多种算法，能够快速、准确地评估复杂环境对天线电磁特性的影响。相较于解析法，数值法的优势十分显著。首先，数值法不受几何形状与边界条件的限制，无论是对于具有复杂外形的卫星天线，还是对于处于复杂电磁环境中的通信基站天线，都能进行精确分析；其次，数值法通过合理设置计算参数，可获得较高的计算精度；再次，数值法操作界面友好，降低了使用门槛，即便是专业知识相对薄弱的工程人员，也能通过软件快速上手进行电磁分析；最后，随着计算机技术与算法的不断发展，数值法在处理电大尺寸问题时效率低的短板正逐步得到弥补，并且衍生出智能化优化功能，可以根据设计目标自动调整天线结构参数。

在现代星载天线设计研发中，数值法已然成为不可或缺的关键工具。星载天线工作环境复杂，对性能要求极高，其设计不仅要综合考虑太空辐射、温度变化等多种因素，还要满足高增益、低损耗等性能指标。数值法能够对星载天线的辐射特性、阻抗匹配等关键性能进行精确仿真分析，帮助工程师优化天线结构设计，缩短研发周期，降低研发成本。同时，星载天线的计算需要结合力学、外热流、动力学等软件。

本章将以变分原理为重要理论基础，深入阐释泛函与变分的核心概念。变分原理通过寻找使泛函取极值的函数，将电磁问题转化为变分问题求解，为电磁场计算提供了全新的思路与方法。基于此，本章将进一步探讨有限差分法、有限元法等经典数值计算方法在电磁场计算中的具体应用。有限差分法通过将求解区域离散为网格，用差商近似导数，将连续的偏微分方程转化为代数方程组求解；有限元法则将求解区域划分为有限个单元，通过构造单元基函数，建立整体的有限元方程进行求解。这些方法的应用，极大地拓展了电磁场问题的求解范围，提高了求解精度，推动电磁学研究向更高层次发展。

2.1.2　天线计算方法的特点

解析法通过引入合理假设，将复杂电磁问题简化为可求解的数学模型，从而获得显式函数表达的封闭解。以拉普拉斯方程和亥姆霍兹方程的分离变量法为例，该方法能够精确求解具有球对称、圆柱对称或楔形边界条件的天线问题，如偶极子天线的远场辐射公式推导。然而，实际工程中的天线结构往往存在复杂边界和非均匀媒质，导致解析法的应用范围受限。

半解析数值法通过将解析函数与数值计算相结合，兼顾计算精度与效率。以数值模式匹配法(NMM)为例，该方法利用解析模式展开处理规则区域的电磁场分布，结合数值技术处理不规则区域，有效提升了复杂结构天线的分析能力；共轭梯度法通过迭代优化求解大型线性方程组，可高效计算天线的散射参数。这些方法在处理渐变媒质、分层结构等中等复杂度问题时展现出独特优势。

数值法凭借计算机强大的运算能力，成为现代计算电磁学的主流。在频域方法中，有限单元法基于变分原理将求解区域离散化为有限个单元，通过节点基函数构建全局矩阵方程，

适用于复杂几何与非均匀媒质问题。边界元法(BEM)仅需对边界进行离散，可有效降低计算维度。矩量法(Method of Moments, MoM)通过基函数展开与权函数测试将积分方程转化为矩阵方程，在处理细线结构天线时具有较高精度。高频渐近方法，如几何光学(GO)、物理光学(PO)、几何绕射理论(GTD)和物理绕射理论(PTD)等，则利用高频条件下电磁波的局部特性简化计算，常用于电大尺寸天线的快速分析。时域方法以 FDTD 和传输线矩阵法(TLM)为代表，通过直接求解时域麦克斯韦方程，可直观展现电磁场的瞬态演变过程，特别适用于超宽带天线、电磁兼容(EMC)等问题的分析。

在星载天线工程实践中，由于复杂空间环境和高精度电性能要求，绝大多数电磁问题难以获得解析解。因此，以有限元法、矩量法、FDTD 等为代表的数值计算技术，成为解决天线辐射特性分析、电磁兼容性设计等问题的核心工具。本章以泛函与变分原理为理论基础，系统阐述有限差分法、有限元法、矩量法的基本原理与实现流程，并结合星载抛物面天线、相控阵天线等典型案例，说明各方法的适用场景与局限性。后续章节将通过工程实例，进一步展示这些计算方法在星载天线设计、优化与性能评估中的具体应用，帮助读者建立现代星载天线设计的电磁分析思维体系。

2.2 电磁场问题的重要定理

电磁场理论的核心定理为复杂电磁问题的建模与求解提供了严格数学手段。高斯散度定理与斯托克斯定理构成矢量分析的基石，实现场量微积分运算与区域-边界转换。唯一性定理确立给定边界条件(狄利克雷、诺伊曼、混合)与初始条件下麦克斯韦方程组解的唯一性，保障求解的确定性；亥姆霍兹定理揭示矢量场可唯一分解为无旋分量与无散分量之和；镜像原理通过虚拟源等效满足边界条件，显著简化导体/介质边界的静电场与准静态场计算；互易定理表征线性介质中源-场响应对称性，为天线参数测量与电磁兼容分析提供理论依据；巴比涅原理建立互补屏衍射场的对偶关系，拓展至电磁散射问题求解。这些定理通过严格的数学表述，系统构建了从静态场到时变场、从低频到高频的全频谱电磁问题解析与数值求解方法论体系。

2.2.1 唯一性定理

在有限区域 v 中，如果 t=0 时，电场强度和磁场强度的起始值处处都是已知的，并且在 $t\geqslant 0$ 时边界面上电场强度的切向分量或磁场强度的切向分量，或一部分边界电场的切向分量及其余部分边界磁场强度的切向分量也是已知的，那么在所有 $t\geqslant 0$ 时，区域中的电磁场就被唯一地确定。

证明：设由 S 面包围的体积 v 内有两个场：$\boldsymbol{J}_s=\hat{n}\times(\boldsymbol{H}_a-\boldsymbol{H}_b)$, $\boldsymbol{J}_{ms}=-\hat{n}\times(\boldsymbol{E}_a-\boldsymbol{E}_b)$ ，如图 2.2.1 所示，同时满足麦克斯韦方程组，如果 v 内的媒质是线性的，电磁场量满足叠加原理，那么两个场的差场 $\Delta\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_1-\boldsymbol{E}_2$, $\Delta\boldsymbol{H}=\boldsymbol{H}_1-\boldsymbol{H}_2$ 也满足麦克斯韦方程组，根据坡印廷定理：

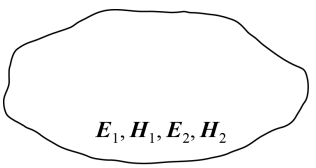


图 2.2.1 电磁场唯一性定理示意图

$$\int_v \left(\Delta \boldsymbol{E} \cdot \frac{\partial \Delta \boldsymbol{D}}{\partial t} + \Delta \boldsymbol{H} \cdot \frac{\partial \Delta \boldsymbol{B}}{\partial t} \right) \mathrm{d}v + \int_v \sigma \left| \Delta \boldsymbol{E} \right|^2 \mathrm{d}r = -\oint_s \left(\Delta \boldsymbol{E} \cdot \Delta \boldsymbol{H} \right) \cdot \hat{\boldsymbol{n}} \, \mathrm{d}s \tag{2.2.1}$$

若电磁场量的切向分量给定，则有

$$\hat{\boldsymbol{n}} \times \Delta \boldsymbol{E} = 0, \quad \hat{\boldsymbol{n}} \times \Delta \boldsymbol{H} = 0 \tag{2.2.2}$$

若右端项为 0，则有

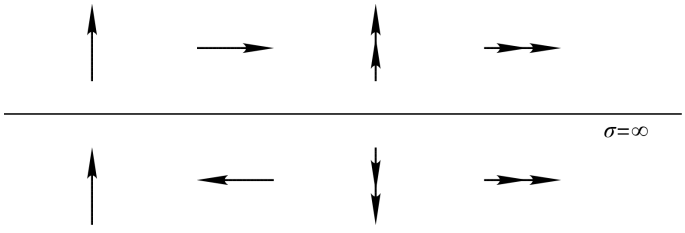
$$\int_v \left(\Delta \boldsymbol{E} \cdot \frac{\partial \Delta \boldsymbol{D}}{\partial t} + \Delta \boldsymbol{H} \cdot \frac{\partial \Delta \boldsymbol{B}}{\partial t} \right) \mathrm{d}v = -\sigma \left| \Delta \boldsymbol{E} \right|^2 \mathrm{d}r \tag{2.2.3}$$

式(2.2.3)等号右端永远小于或等于 0；而左端表示的 v 内电磁场的能量积分，应大于或等于 0，并且在 t=0 时等于零。因此只有当 $\Delta \boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{E}_2$=0，$\Delta \boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_1 - \boldsymbol{H}_2$=0 时方程才成立，所以得到：在此条件下电磁场的解是唯一的，该结论对于天线问题求解至关重要，它明确了求解结果的唯一性。

场的唯一性定理是分析众多电磁问题的基础。当明确电磁场的边值条件与初始条件时，可确保获得唯一的电磁场解。在天线问题的求解中，等效原理的应用至关重要。尽管馈电网络等内部结构对天线辐射特性的影响显著，但依据等效原理，只需确定闭合辐射边界处(通常为天线的外开口表面)的切向电场与磁场值——若为理想导体天线，则仅需切向磁场值，即可唯一确定天线的辐射场解，而无须关注天线内部复杂的馈电结构、功分网络等细节。事实上，这些内部影响已通过边界条件耦合至边界面的电磁场值中，从而实现了对复杂问题的有效简化。

2.2.2　镜像原理

镜像原理是用原有源相对于理想导体平面的镜像源替代其边界对场的影响。因理想导体边界电场切向分量为零，原有源与镜像源的场需保证该边界处电场切向分量为零。根据唯一性定理，真实源所在半空间中由二者求出的解为原问题唯一解。图 2.2.2 所示为与理想导体平面平行或垂直放置的电流元、磁流元的镜像元：平行电流元的镜像元反向，垂直电流元的镜像元同向，磁流元镜像元方向与电流元相反。该原理广泛用于分析电小天线位于卫星平台等较大接地板时的辐射特性。



电流元磁流元

图 2.2.2　理想导体的镜像原理

2.2.3 等效原理

在某一空间区域内能产生同样电磁场的两种源称为在该区域内是等效的。在电磁场的计算中，实际源可以用等效源来代替，实际源的边值问题的解可以用等效源的解来代替，这就是场的等效原理。如图 2.2.3 所示，设闭合面 S 将只含线性媒质的整个空间分为两部分 V_1 和 V_2。图 2.2.3(a)中，V_1 和 V_2 中存在电流源 $\boldsymbol{J}_a$ 和磁流源 $\boldsymbol{J}_{ma}$，它们产生的电场和磁场分别为 $\boldsymbol{E}_a$ 和 $\boldsymbol{H}_a$，同样在图 2.2.3(b)中，存在电流源 $\boldsymbol{J}_b$ 和磁流源 $\boldsymbol{J}_{mb}$，它们产生的电场和磁场分别为 $\boldsymbol{E}_b$ 和 $\boldsymbol{H}_b$。

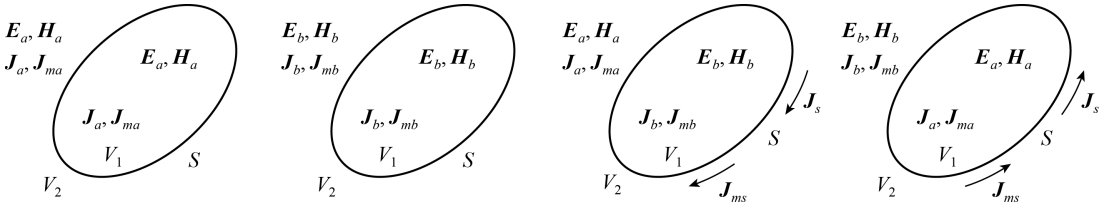


图 2.2.3 电磁场的实际源和等效源

对于等效问题图 2.2.3(c)，假定 V_2 中的源、媒质和 V_1 中相同，由边界条件可知，为了支持这样的场，在闭合面上必须存在外加的表面电流 $\boldsymbol{J}_s$ 和表面磁流 $\boldsymbol{J}_{ms}$，且它们必须满足条件：

$$\boldsymbol{J}_s = \hat{n} \cdot (\boldsymbol{H}_a - \boldsymbol{H}_b),\ \boldsymbol{J}_{ms} = -\hat{n} \cdot (\boldsymbol{E}_a - \boldsymbol{E}_b) \tag{2.2.4}$$

式中，$\hat{n}$ 为闭合面 S 的外法线单位矢量。

同样可以建立等效问题图 2.2.3(d)。此时，V_2 中的源、媒质和电磁场与图 2.2.3(b)问题相同；V_1 的源、媒质和电磁场与图 2.2.3(a)时相同。为了保持这样的场，S 面上的表面电流和表面磁流是式(2.2.4)的负值。

可以把上述问题更简单化，如图 2.2.4 所示。其上，图 2.2.4(a)为原问题，V_1 中场源 $\boldsymbol{J}$ 和 $\boldsymbol{J}_m$ 中，其所产生的常量分别为 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$。根据场的等效原理可以建立一个等效问题图 2.2.4(b)，使 V_2 中维持原来场 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$，而 V_1 中的场为零(相应于上面一般等效原理中的电场和磁场均为零 $\boldsymbol{E}_b = \boldsymbol{H}_b = 0$)。为了维持这样的场，在闭合面 S 上必须存在面电流 $\boldsymbol{J}_s$ 和面磁流 $\boldsymbol{M}_s$，且有

$$\boldsymbol{J}_s = \hat{n} \cdot \boldsymbol{H}, \boldsymbol{M}_s = -\hat{n} \cdot \boldsymbol{E} \tag{2.2.5}$$

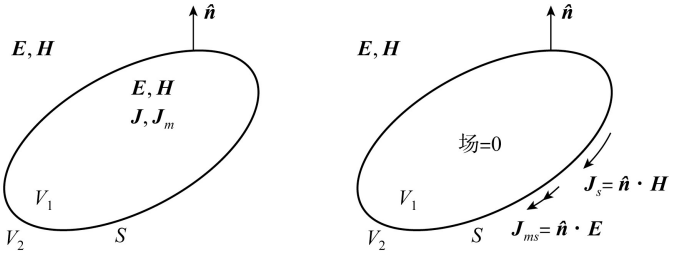


图 2.2.4 电磁场的惠更斯原理

这种形式的等效原理即惠更斯原理，S 面即惠更斯面。由于 V_1 中的场为零，不管 V_1 中存

在何种媒质，对 V_2 中的场均无影响。

具体表现为 V_1 中充满与 V_2 中相同的均匀媒质。此时整个空间中都充满无界均匀媒质，空间各点的电磁场由式(2.2.5)的表面电流 $\boldsymbol{J}_s$ 和表面磁流 $\boldsymbol{J}_{ms}$ 在无界空间辐射产生。S 面的内侧放置理想导电体(电壁)。根据洛伦兹互易定理可以证明，恰在电壁前的面电流不产生电磁场(可以认为面电流被电壁短路，也可以认为此面电流对电壁形成反向镜像面电流，二者的辐射场相互抵消)，所以 S 面外的场是单独由电壁外侧的面磁流 $\boldsymbol{J}_{ms}=\hat{n}\cdot\boldsymbol{E}$ 产生的。S 面的内侧放置理想导磁体(磁壁)。同上的理由，此时 S 面外的场是单独由磁壁外侧的面电流 $\boldsymbol{J}_s=\hat{n}\cdot\boldsymbol{H}$ 产生的，如图 2.2.5 所示。

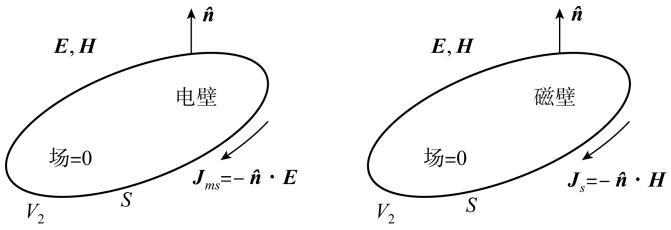


图 2.2.5　电磁场存在电壁和磁壁的等效源

当导体壁曲率半径足够大时，可以利用镜像原理去除电壁或磁壁，电磁场等效为电、磁流及其镜像在自由空间的辐射。等效原理对计算口径天线(如抛物面天线)极为便捷，可大幅简化其计算。唯一性定理未提及区域 V 外源与媒质分布，实则区域 V 外源对 V 内场的影响已包含在曲面 S 的切向电场或磁场中，即当闭合曲面 S 上切向场一致时，区域 V 内场也一致，等效原理简化了天线场耦合与辐射计算。等效原理适用于分析各类口径天线(喇叭天线、抛物面天线、波导缝隙天线、微带天线等)，只需获取包围天线复杂结构的闭合曲面切向场分布，即可得到天线辐射方向图。

2.2.4　互易定理

假定在线性且各向同性的媒质中(本书所涉及媒质绝大部分满足)存在两组源 $\boldsymbol{J}_1,\boldsymbol{M}_1$ 和 $\boldsymbol{J}_2,\boldsymbol{M}_2$，它们在媒质中各自同时独立地辐射出同频率的场：$\boldsymbol{E}_1,\boldsymbol{H}_1$ 和 $\boldsymbol{E}_2,\boldsymbol{H}_2$。可以证明源和场满足：

$$-\nabla\cdot\left(\boldsymbol{E}_1\cdot\boldsymbol{H}_2-\boldsymbol{E}_2\cdot\boldsymbol{H}_1\right)=\boldsymbol{E}_1\cdot\boldsymbol{J}_2+\boldsymbol{H}_2\cdot\boldsymbol{M}_1-\boldsymbol{E}_2\cdot\boldsymbol{J}_1-\boldsymbol{H}_1\cdot\boldsymbol{M}_2 \tag{2.2.6}$$

式(2.2.6)就是洛伦兹互易定理的微分形式，对其两边作积分并利用散度定理得到：

$$\oiint_s(\boldsymbol{E}_1\cdot\boldsymbol{H}_2-\boldsymbol{E}_2\cdot\boldsymbol{H}_1)\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s}=\iiint_V(\boldsymbol{E}_1\cdot\boldsymbol{J}_2+\boldsymbol{H}_2\cdot\boldsymbol{M}_1-\boldsymbol{E}_2\cdot\boldsymbol{J}_1-\boldsymbol{H}_1\cdot\boldsymbol{M}_2)\mathrm{d}V \tag{2.2.7}$$

式(2.2.7)是洛伦兹互易定理的积分形式。对于无源区域(电流和磁流都等于 0，也是一般天线问题的辐射情况)，式(2.2.6)和式(2.2.7)可以简化为

$$-\nabla\cdot\left(\boldsymbol{E}_1\cdot\boldsymbol{H}_2-\boldsymbol{E}_2\cdot\boldsymbol{H}_1\right)=0 \tag{2.2.8}$$

$$\oiint_S\left(\boldsymbol{E}_1\cdot\boldsymbol{H}_2-\boldsymbol{E}_2\cdot\boldsymbol{H}_1\right)\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s}=0 \tag{2.2.9}$$

互易定理对天线传播和辐射具有重要意义：它表明天线完全收发互易，设计时无须考虑其作为发射天线还是接收天线使用；该定理同样适用于天线测量。

2.2.5 巴比涅原理

任何缝隙均有互补的导线或导带，可借助其波瓣图与阻抗数据预测对应缝隙的特性，该关系基于 HenryBooker 对巴比涅原理的广义推广。本节通过巴比涅原理及缝隙与对称振子等效模型分析缝隙辐射机理。巴比涅原理源于光学，后引入电磁场理论，用于论述互补屏(理想导电屏与理想导磁屏)的矢量电磁场问题，其光学表述为：屏障平面后方任意点场，与互补屏障替换后同点场之和，等于无屏障时该点的场。

巴比涅原理可以用具有三种情形的例子来解释。将一个源及两种设想的屏障按图 2.2.6 所示的方式布置，设屏障所在的平面为 A，观测平面为 B。

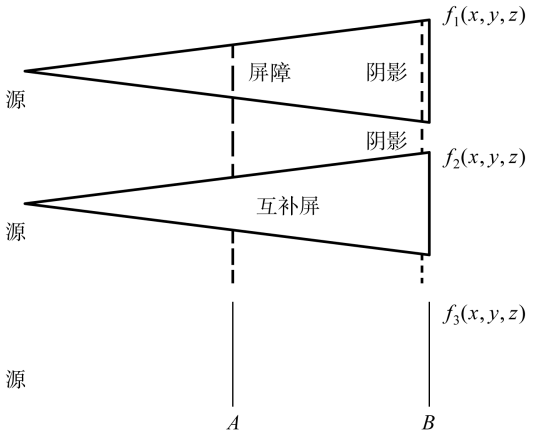


图 2.2.6 巴比涅原理

情形 1：将完全吸波的屏障置于平面 A 上，在平面 B 上形成阴影区域，记屏障后面的场为 x，y，z 的函数 $f_1(x，y，z)$。

情形 2：改用与情况 1 互补的屏障置于平面 A 上，则记其后方的场为 $f_2(x，y，z)$。

情形 3：无屏障的自由空间场 $f_3(x，y，z)$。

巴比涅原理认为，在同一点$(x，y，z)$处，有

$$f_1(x,y,z)+f_2(x,y,z)=f_3(x,y,z) \tag{2.2.10}$$

这里的源，可以是点源，也可以是分布源。该原理既可用于观测平面 B 上的点，也可用于屏障 A 后的任何点，在考虑绕射的场合也能应用该原理分析。Booker 将巴比涅原理扩展并广义化，适用于电磁场。假定屏障是理想导电($\sigma=\infty$)的无限薄平面，则理想导电屏障的互补屏必须具有无穷大的磁导率($\mu=\infty$)。图 2.2.7 解释了 Booker 对巴比涅原理的推广。

以电流源 $\boldsymbol{J}$ 作为源，图 2.2.7(a)是无限薄的理想导电屏作为原有屏，电流源 M 点处产生的场为 $\boldsymbol{E}_e$、$\boldsymbol{H}_e$；图 2.2.7(b)中用与导电屏互补的无限大理想导磁屏替代原屏，在 M 处的场为 $\boldsymbol{E}_m$、$\boldsymbol{H}_m$；图 2.2.7(c)是没有屏障的自由空间，M 点处的场为 $\boldsymbol{E}_i$、$\boldsymbol{H}_i$，由巴比涅原理得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_e+\boldsymbol{E}_m&=\boldsymbol{E}_i\\ \boldsymbol{H}_e+\boldsymbol{H}_m&=\boldsymbol{H}_i\end{aligned} \tag{2.2.11}$$

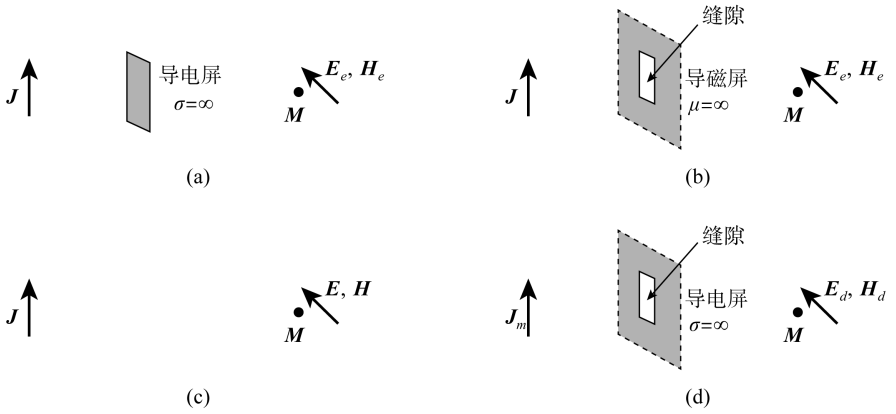


图 2.2.7　巴比涅原理应用于无限大金属屏上的缝隙

在图 2.2.7(a)和(b)中，点 M 处的电磁场都是入射场 $\boldsymbol{E}_i$、$\boldsymbol{H}_i$ 与屏上感应电流、磁流产生的散射场 $\boldsymbol{E}_s$、$\boldsymbol{H}_s$ 之和，即

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_e &= \boldsymbol{E}_i + \boldsymbol{E}_e^s \\ \boldsymbol{H}_e &= \boldsymbol{H}_i + \boldsymbol{H}_m^s\end{aligned} \tag{2.2.12}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_m &= \boldsymbol{E}_i + \boldsymbol{E}_m^s \\ \boldsymbol{H}_m &= \boldsymbol{H}_i + \boldsymbol{H}_m^s\end{aligned} \tag{2.2.13}$$

把式(2.2.12)和式(2.2.13)代入式(2.2.11)，可得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_m &= -\boldsymbol{E}_e^s, \boldsymbol{H}_m = -\boldsymbol{H}_e^s \\ \boldsymbol{E}_e &= -\boldsymbol{E}_m^s, \boldsymbol{H}_e = -\boldsymbol{H}_m^s\end{aligned} \tag{2.2.14}$$

通过理想磁(电)屏的场等于互补理想电(磁)屏上感应电(磁)流产生的散射场的负值。现实中并不存在理想导磁体，采用对偶原理将图 2.2.7(b)中理想导磁屏等效为理想电屏，由此得到图 2.2.7(d)，获得理想导磁体的效应，同时采用对偶关系确保了场量有相同的量纲：

电流源 $\boldsymbol{J}$　磁流源 $\boldsymbol{J}_m$

$$J \longleftrightarrow Y_0 J_m$$

$$E_1 \longleftrightarrow Z_0 H_m$$

$$H_1 \longleftrightarrow -Y_0 E_m$$

其中，Z_0 为自由空间波阻抗，$Z_0=1/Y_0=(\mu_0/\xi_0)^{1/2}$；$\boldsymbol{E}_1$、$\boldsymbol{H}_1$ 为电流源 $\boldsymbol{J}$ 的场；$\boldsymbol{E}_m$、$\boldsymbol{H}_m$ 为磁流源 $\boldsymbol{J}_m=Z_0\boldsymbol{J}$ 的场。比较图 2.2.7 中的(b)和(d)，二者的源和屏完全对偶，它们在任意点 M 处产生的场对偶，即

$$\boldsymbol{E}_m = Z_0 \boldsymbol{H}_d, \boldsymbol{H}_m = -Y_0 \boldsymbol{E}_d \tag{2.2.15}$$

将式(2.2.15)代入式(2.2.11)和式(2.2.14)，得到具有对偶源的互补电屏[图 2.2.7(a)和(d)]间的电磁场关系：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_a + Z_0\boldsymbol{H}_d &= \boldsymbol{E}^i \\ \boldsymbol{H}_e + Y_0\boldsymbol{E}_d &= \boldsymbol{H}^i\end{aligned} \tag{2.2.16}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_d &= Z_0\boldsymbol{H}_e^s \\ \boldsymbol{H}_d &= -Y_0\boldsymbol{E}_e^s\end{aligned} \tag{2.2.17}$$

2.3 泛函与变分

变分法是数学物理方法中的一个重要分支，通过变分法可以把任意一个边界条件下求解微分方程的问题化为泛函求极值的问题。变分法是确定求泛函极值的一种方法。求解泛函极值的问题称为变分问题。泛函数的变量是由一个或几个函数的选取而确定下来的函数，叫“泛函”。例如，I 是一个函数 $y=y(x)$ 的函数，可写成 $I=I(y)=I[y(x)]$，统称 I 为泛函。简言之，泛函是函数的函数。泛函与复合函数是两种完全不同的概念。比如，复合函数 $z=y^2, y=\sin x$，式中给定一个 x 值，就有一个 y 值，相应有一个 z 值。泛函 I 不是仅依赖于若干分散的自变量，而是以整个函数 $y(x)$ 为变量的函数。最速下降问题是历史上著名的变分问题，由此说明泛函极值问题。设定点 $A(0,0)$ 和 $B(x_1,y_1)$ 不在同一垂线上，某一质量为 m 的质点，在重力的作用下沿曲线自由滑到 B 点，试确定一条使质点滑行时间最短的曲线。

设曲线 AB 段的方程为 $y=y(x)$ 下滑到该曲线 S 任意点(x,y)处的速率 $v=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$，其中 s 是 A 点到(x,y)的弧长，根据能量守恒定律：

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgy \tag{2.3.1}$$

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\sqrt{2gy} \tag{2.3.2}$$

利用弧长微分公式 $\mathrm{d}s=\sqrt{1+y'^2}\,\mathrm{d}x$，可得

$$\mathrm{d}t=\sqrt{\frac{1+y'^2}{2gy}}\mathrm{d}x \tag{2.3.3}$$

式(2.3.3)两边积分，可得从 A 点沿曲线 $y(x)$下滑到 B 点所用时间

$$T=\int_0^{x_1}\sqrt{\frac{1+y'^2}{2gy}}\mathrm{d}x \tag{2.3.4}$$

可见，时间 T 是曲线 $y(x)$ 的函数，称 T 为 $y(x)$ 的泛函，记作 $T[y(x)]$。因此，求最短滑行时间问题变为求满足式(2.3.2)条件的 $y(x)$，$T[y(x)]$ 的极值问题 $T=\int_0^{x_1}\sqrt{\dfrac{1+y'^2}{2gy}}\mathrm{d}x$ 取得取最小值边界条件为

$$y(0)=0, y(x_1)=y_1 \tag{2.3.5}$$

最速下降曲线问题的泛函 T 依赖于函数 $y(x)$，它满足 $y(0)=0$，$y(x)$端值条件(边界条件)，

最速下降曲线就是要从如上描述的容许函数中获得使 T 值最小的那些曲线。泛函的定义域属于函数的集合或函数空间；泛函的值域属于实数或复数的数量空间。数学中的函数极值问题为微分问题；而泛函极值问题为变分问题，求泛函极值的方法为变分法。满足一定边界条件的泛函极值问题称为变分问题。泛函取极值的条件是变分为零，而变分问题就是泛函极值问题，泛函极值的计算方法类似于函数极值的计算方法。

若函数 $y(x)$的增量 $\Delta y = y(x+\Delta x) - y(x) = A(x)\Delta x - o(\Delta x)$，则函数 $y(x)$的微分为 $\mathrm{d}y = A(x)\mathrm{d}x$。若函数 $y(x)$在 x_0 处达到极值，则有 $\mathrm{d}y(x)|_{x=x_0} = 0$。若泛函 $I[y(x)]$ 在函数 $y_0(x)$ 上达到极值，则有 $\delta I[y(x)]|_{y=y_0(x)} = 0$，即泛函的变分等于零，泛函取极值的必要条件是变分为零。如果设 $y_0(x)$ 是使 $I[y(x)]$ 取极值的函数，那么对任意 δy，这等于函数 $\varphi(\lambda) = I[y_0(x) + \lambda\delta y]$ 在 $\lambda = 0$ 时达到极值。

函数 $\varphi(\lambda) = I[y_0(x)] + \lambda\delta y$ 在 $\lambda = 0$ 时达到极值，必有 $\varphi(0) = \delta I$。也就是说，若泛函变分 δI 存在，则 δI 等于函数 $\varphi(\lambda) = I[y_0(x)] + \lambda\delta y$ 的导函数在 $\lambda = 0$ 处的值，可以得到

$$\delta I = \left.\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\lambda}\right|_{\lambda=0} = 0 \tag{2.3.6}$$

式(2.3.6)是泛函取得极值的必要条件，泛函 $I[y(x)]$ 是否有极值，以及是极大值还是极小值，主要看二阶变分。变分算子 δ 与微分算子 d 是完全等价的。变分算子具有以下性质：

$$\begin{aligned}
&\delta(I_1 \pm I_2) = \delta I_1 \pm \delta I_2 \\
&\delta(I_1 I_2) = I_1\delta I_2 + I_2\delta I_1 \\
&\delta\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = \frac{I_2\delta I_1 - I_1\delta I_2}{I_2^2} \\
&\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\delta y) = \delta\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right) \\
&\delta\int_a^b y(x)\mathrm{d}x = \int_a^b \delta y(x)\mathrm{d}x
\end{aligned} \tag{2.3.7}$$

对二元函数的泛函问题，用 u 代表二元函数 $u(x,y)$，泛函变分的计算如下：

$$\delta I = \left.\frac{d\varphi(\lambda)}{d\lambda}\right|_{\lambda=0} = 0 \tag{2.3.8}$$

式中，I 为 w 的泛函，$\varphi(\lambda) = I[u(x,y) + \lambda\delta u(x,y)]$，泛函 $I(u)$ 取得极值的条件是变分 $\delta I = 0$。

2.4　有限元法

有限元法是基于变分原理将连续体离散为有限单元，通过求解单元方程组获得整体近似解的数值方法。有限元法广泛应用于结构分析、电磁学等领域；天线计算需分析电磁场分布、辐射特性等，有限元法通过建立天线结构的电磁模型，划分单元并施加边界条件，求解麦克斯韦方程组得到天线参数。

2.4.1 有限元法基本概念

有限元法诞生于 20 世纪 40 年代，其最初应用于力学问题的求解。20 世纪 60 年代末至 70 年代初，有限元法逐步拓展至电磁场领域。作为一种基于变分原理与剖分插值的数值计算技术，有限元法巧妙地融合了里兹法(基于变分原理)与有限差分法的优势：既以变分原理为理论根基，又借鉴差分离散的处理方式，有效克服了传统方法在处理不规则几何形状问题时，试探函数难以设定的难题。其核心求解思路可概括为三步：①问题转化。将微分方程的边值问题转化为泛函求极值的变分问题。②场域离散。把目标场域剖分为有限个小单元。③数值求解。将变分问题进一步转化为有限子空间内的多元函数极值问题，所得结果即原微分方程边值问题的近似解。

有限元法的技术优势显著：

(1) 高度普适性。通过离散化处理与分片多项式插值，能够灵活适配各类材料属性、复杂边界条件及激励源设置。

(2) 数学简化。基于变分原理，将复杂的数理方程转化为易于求解的代数方程组。

(3) 标准化与高精度。采用矩阵运算与网格划分模式，便于实现标准化操作流程；计算精度高，尤其适合集成于商业软件进行推广应用。

限元法局限性：由于有限元法采用全域离散与分片低阶多项式插值策略，不可避免地导致计算自由度大幅增加，进而造成计算耗时久、数据处理量大等问题，对计算机硬件性能与运算能力提出了较高要求。

天线辐射是无限大区域求解问题，由于计算机资源限制，不可能模拟无限大空间，而简单的截断空间必然使得计算误差很大，如何既能模拟无限大空间又使得计算域足够小是亟须解决的问题。而天线问题数值计算最成功的理论莫过于吸收边界的构建，其目的就是人为设置一个立体封闭空间，紧贴空间表面内的几层立体网格通过设置特殊的介电常数、磁导率等参数，使得电磁波从立体封闭区间内沿各个方向辐射时都能被吸收，类似于在室内封闭的微波暗室吸收掉天线在各个方向的辐射，即可模拟天线在无限空间辐射，实现有限网格空间模拟天线辐射问题必需的无限大空间，极大提高了计算效率。关于吸收边界的内容将在本书 2.4.4 节专门论述。

2.4.2 一维问题有限元法

电磁场方程一般是以微分或者积分方程表示，以一维问题的有限元法求解微分方程边值问题。对于常微分方程边值问题：

$$\begin{cases} 1-\dfrac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}x^2}=0 \quad (x\in(0,1)) \\ u(0)=0 \quad (u(1)=1) \end{cases} \tag{2.4.1}$$

与式(2.4.1)相应的变分问题为

$$\begin{cases} I(u)=\displaystyle\int_0^1\left(\frac{u'^2}{2}+u\right)\mathrm{d}x\text{取极值} \\ u(0)=0 \quad (u(1)=1) \end{cases} \tag{2.4.2}$$

采用有限元法求解式(2.4.2)的步骤如下。

(1) 单元剖分和插值函数构造。

将区间 0 到 1 之间用等分点 $x_0, x_1, \cdots, x_{n-1}, x_n = 1$ 剖分成 N 个子区间，这些子区间叫作单元，这些等分点叫作节点，第 i 个单元长度为 n 分之一，区间 0 到 1 两端点 x_0 和 x_n 的函数值为已知量。这样把连续函数的求解化为节点上函数值的求解(数学上称为离散)，在每个单元上构造 $u(x)$ 的线性插值函数

$$u(x) = u_{i-1} + (u_i - u_{i-1})\frac{x - x_{i-1}}{h} u(x) = u_{i-1} + (u_i - u_{i-1})\frac{x - x_{i-1}}{h} \tag{2.4.3}$$

式中，u_{i-1}、u_i 为节点上的函数值。

(2) 单元分析和单元刚度矩阵。

将式(2.4.2)积分分解为各个单元的积分，第 i 个单元上积分可写为

$$I_i(u) = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \left(\frac{u'^2}{2} + u \right) \mathrm{d}x = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \left(\frac{[u_i'(x)]^2}{2} + u_i(x) \right) \mathrm{d}x \tag{2.4.4}$$

将式(2.4.3)代入式(2.4.4)可得

$$I_i(u) = \frac{1}{2h}(u_i - u_{i-1})^2 + \frac{h}{2}(u_i + u_{i-1}) \tag{2.4.5}$$

将其表示成矩阵形式为

$$\boldsymbol{K}^{(i)} = \frac{1}{2h}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.4.6}$$

$$\boldsymbol{F}^{(i)} = \frac{h}{4}\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \tag{2.4.7}$$

上述两式中左边分别为单元的刚度矩阵和载荷向量。那么

$$I_i(u) = [u_{i-1}, u_i]\boldsymbol{K}^{(i)}\begin{bmatrix} u_{i-1} \\ u_i \end{bmatrix} - 2\boldsymbol{F}^{(i)\mathrm{T}}\begin{bmatrix} u_{i-1} \\ u_i \end{bmatrix} \tag{2.4.8}$$

(3) 总体合成、总刚度矩阵体合成和总刚度矩阵。

对各个单元积分求和，得到式(2.4.1)的积分为

$$I_i(u) = \sum_{i=1}^{n} (u)(u) \tag{2.4.9}$$

若令 $\boldsymbol{u} = [u_0, u_1, \cdots, u_n]^{\mathrm{T}}$，列矩阵

$$\boldsymbol{C}^{(i)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & i-1 & i & i+1 & \cdots & n-1 & n \end{bmatrix}$$

则 $\begin{bmatrix} u_{i-1} \\ u_i \end{bmatrix} = \boldsymbol{C}^{(i)(i)}\boldsymbol{u}$，那么第 i 个单元的积分表示为

$$I_i(\boldsymbol{u}) = (\boldsymbol{C}^{(i)}\boldsymbol{u})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}^{(i)}(\boldsymbol{C}^{(i)}\boldsymbol{u}) - 2\boldsymbol{F}^{(i)}(\boldsymbol{C}^{(i)}\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}^{(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{K}^{(i)}\boldsymbol{C}^{(i)}\boldsymbol{u} - 2(\boldsymbol{C}^{(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{F}^{(i)})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u} \tag{2.4.10}$$

因此单元积分

$$I(\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\boldsymbol{u} - 2\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u} \tag{2.4.11}$$

式中，$\boldsymbol{K}$ 和 $\boldsymbol{F}$ 分别为总刚度矩阵和总载荷向量，它们是在叠加过程中逐步形成的；$I(\boldsymbol{u})$ 为各个节点上的函数值 $\boldsymbol{u}_i$ 的函数。

(4) 取极值。

有限元法的目的是求出使得泛函 $I(u)$ 达到极小值的 $(u_0,u_1,\cdots,u_{n-1},u_n)$。泛函 $I(u)$ 取极值相当于多元函数 $I(u_0,u_1,\cdots,u_{n-1},u_n)$ 取得极值，因此有必要条件：

$$\frac{\partial}{\partial u_i}(\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\boldsymbol{u} - 2\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}) = 0 \ (i = 0,1,2,\cdots,n) \tag{2.4.12}$$

所以

$$\sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{K}_{ij}\boldsymbol{u}_j = \boldsymbol{F}_i \ (i = 0,1,2,\cdots,n) \tag{2.4.13}$$

则有(n+1)个联立方程的矩阵、向量形式，可简写为

$$\boldsymbol{K}\boldsymbol{u} = \boldsymbol{F} \tag{2.4.14}$$

(5) 边界条件处理。

根据已知的边界条件求取未知量只有 $(u_0,u_1,\cdots,u_{n-1})$ 共 n−1 个。若把偏微分方程组的两点边值问题的区间 0 到 1 等分为 4 个单元，即 n=4，则方程(2.4.12)变为

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{-1}{16} \\ \dfrac{-1}{16} \\ \dfrac{15}{16} \end{bmatrix} \tag{2.4.15}$$

(6) 求解有限元方程组。

线性方程组的解为 $u_1 = 0.15625, u_2 = 0.375, u_3 = 0.65625$，将 $x = 0.25, 0.5, 0.75$ 代入相应的方程 $u = 0.5x^2 + 0.5x$，可以看出完全一样。二维和三维有限元法求解和一维的类似。

2.4.3 有限元法求解步骤

有限元法求解分为两步：一是变分原理；二是剖分插值。它是差分方法(网格法)的变形。对平面区域作剖分时，基本单元可取为三角形、矩形、平行四边形等。单纯三角形剖分是最简单、最常用、适应性最强的剖分方法。基本单元为三角形的几何剖分与分片插值：首先把一个多边形域分为一系列三角形，确切来说剖分为点元、线元和面元。设点元标号和坐标为 (x_k,y_k)，k=1, 2, …, N_0；线元二顶点和标号为 (m_{1k},m_{2k})，k=1, 2,…, N_1；面元三顶点和标号为 (n_{1k},n_{2k},n_{3k})，k=1, 2, …, N_2；这样剖分就完全确定了。处理时可在关键和重要部位加密，其他部分网格可以划得粗一些。有限元法通过变分问题离散化(单元分析与总体合成)，对三

角形进行线性插值，离散化后所得线性代数方程的系数矩阵具有正定、稀疏(大部分元素为零)和对称特性，能大幅提升数值计算效率，节省存储空间与运算量，适用于超松弛法等迭代求解。其求解天线辐射与传输问题的核心流程包括：将边值问题转化为对应的泛函及其变分问题；把场域剖分为有限个三角锥等立体单元，明确节点、单元信息及边界属性；借助基函数用节点值展开单元内函数实现离散；对泛函进行单元积分求和，构建总刚度矩阵与右端向量；依据泛函极值条件建立有限元方程组；施加第一类边界条件后，采用直接法或迭代法求解节点函数值，该方法在本书各章节的天线计算中广泛应用。

商业软件的应用优势：①自动化网格剖分，无须手动处理复杂剖分，显著提升计算效率；②通用标准化程序，可适配任意几何形状、物理参数(如介电常数、磁导率等)及插值方法，用户仅需输入几何模型、材料特性(如金属属性、介质介电常数等)、激励源区域等信息，即可完成天线等对象的有限元建模，大幅降低了使用门槛。

2.4.4　吸收边界条件设置

吸收边界问题(Absorbing Boundary Condition，ABC)是有限元法和 FDTD 等微分数值计算方法的重要技术。过去 50 多年，吸收边界主要分为两类：一是基于波传播方程的吸收边界，如著名的 Mur 一阶吸收边界、Mur 二阶吸收边界；二是材料吸收边界，由 Taflove、Brodwin 等开创性地提出，而 Berenger 的完全匹配吸收层(PML)实现了重大突破；此外，还有 Mei 和 Fang 的超级吸收边界等优化方案。

好的吸收边界需满足简单易实现、精度足够、适应性强和数值稳定等条件。目前，Mur 边界因满足多数工程需求仍被广泛采用，其中 Mur 二阶吸收边界效果优于 Mur 一阶吸收边界，能为绝大多数微波结构问题提供精确解，但面对需极大动态范围(大于 80dB)的电磁场计算，仍需采用 PML。图 2.4.1 为二维的 PML 结构示意图，通过赋予这些人造介质特定电磁参数(显示出一定的阻抗特性 R_x, R_y)从而实现电磁波在该方向的快速衰减，而在 x 和 y 向边界交界处形成厚度为 N_h 的复合吸收层(x 和 y 向均吸收)。图 2.4.2 呈现了利用 PML 结合等效原理计算对象辐射和传输特性的流程。吸收层的合理设定显著缩小了计算空间，对数值计算意义重大。

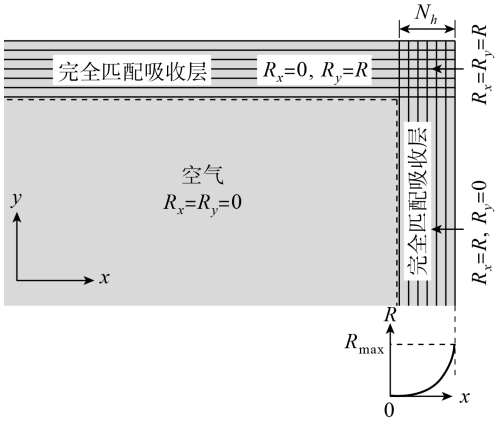


图 2.4.1　二维 PML 的结构示意图

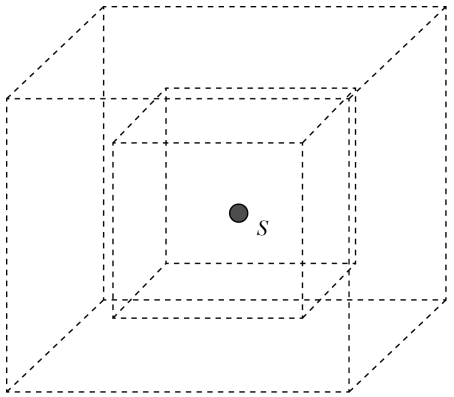


图 2.4.2　PML 和被分析对象 S 的关系

2.4.5 基于有限元法的 Ansoft-HFSS 软件

HFSS(High Frequency Structure Simulator)作为一款专业的三维电磁仿真软件，在天线设计与分析领域发挥着关键作用。HFSS 的核心理论基于有限元法，将天线及其周围空间划分成众多细小的单元，通过对每个单元内的电磁场进行近似求解，进而得到整个区域的电磁场分布。HFSS 以麦克斯韦方程组为基础，结合边界条件和激励源设置，构建出一个大型的矩阵方程。这种方法能够精确处理复杂的几何结构和材料特性，为天线性能分析提供了有力的理论支撑。

利用 HFSS 进行天线计算，需遵循严谨的建模流程。

(1) 几何建模。用户需根据天线设计方案，在软件中精确绘制天线的三维几何模型，包括辐射体、馈电结构、介质基板等部件，同时要准确地设置各部分的尺寸参数与材料属性，如金属的电导率、介质的介电常数等。

(2) 边界条件与激励设置。边界条件决定了电磁场在模型边界处的行为，常见的有理想电边界、理想磁边界、辐射边界等；激励源则根据天线类型选择合适的方式，如波端口激励、集总端口激励等，以模拟天线的实际工作状态。

(3) 网格划分。网格划分是影响计算精度与效率的关键步骤，需根据模型特点合理调整网格参数，在保证计算精度的同时避免网格数量过多导致计算资源浪费。

在求解算法方面，HFSS 具备多种高效的求解器。其中，自适应网格剖分算法能够根据电磁场分布的复杂程度自动调整网格密度，在电磁场变化剧烈的区域(如天线辐射边缘、馈电端口附近等)加密网格，在变化平缓区域采用较粗网格，从而在保证计算精度的前提下显著提高计算效率。此外，HFSS 还提供了基于快速多极子方法(FMM)和矩量法的求解器，用于处理电大尺寸问题。FMM 通过分层分组技术，将计算复杂度从传统方法的三次方降低到线性复杂度，大幅提升了对大型天线阵列、电大尺寸散射体等问题的求解能力；矩量法则适用于处理金属结构天线的辐射与散射问题，通过将天线表面电流展开为基函数的线性组合，求解矩阵方程得到电流分布，进而计算天线的辐射特性。完成计算后，HFSS 提供了丰富的后处理功能用于天线性能的结果分析。用户可以直观地查看天线的电场、磁场分布云图，分析电磁场在天线结构上的分布特性，找出能量集中区域与场强薄弱环节，以此作为天线结构优化的依据。

在辐射特性分析方面，HFSS 可获取天线的方向图、增益、效率等关键参数。方向图展示了天线辐射能量在空间各个方向的分布情况，通过分析主瓣宽度、旁瓣电平、前后比等指标，评估天线的定向辐射能力；增益与效率参数则直接反映了天线将输入功率转化为辐射功率并定向辐射的能力。此外，HFSS 还支持计算天线的输入阻抗、VSWR 等参数，用于评估天线与馈电系统的匹配程度，指导天线的馈电结构设计与优化。

HFSS 能够快速验证新的天线设计理念与结构，通过仿真分析提前预判天线性能，减少实验次数，降低研发成本，缩短研发周期；可在产品设计阶段对天线进行精确优化，确保天线满足实际工程需求；在航天领域，可用于分析星载天线在复杂太空环境下的电磁性能，保障通信系统的稳定运行。使用 HFSS 时，尤其要注意坐标系的选取和坐标原点的定义；吸收边界离开天线应不小于 1/4 波长。

2.5　矩量法

矩量法是一种求解泛函的普通方法，既适用于求解微分方程，又适用于积分方程，目前大都用来求解积分方程，已经成为求解电磁问题的普遍方法，在天线的辐射、散射、绕射计算和一些微波结构的分析中常被采用。用解析法求解电磁场辐射与散射的边值问题(天线辐射)有时可以得到准确的函数表达式，但应用范围有限，为此不得不寻找近似方法。研究天线的辐射特性必须知道天线表面的电流分布；简单电流分布的积分方程求解过去采用近似解析，随着计算机的广泛应用，复杂的积分方程可以转化为矩阵方程。求线性方程组的解就是矩量法的求解过程，得到天线表面的准确电流分布就可以计算其辐射特性和传输特性。

2.5.1　矩量法基本原理

一般来说，矩量法就是求解线性方程组的基本方法。如果非齐次方程为

$$L(f)=g \tag{2.5.1}$$

式中，L 为线性算子，如微分算子或者积分算子；f 为位置函数；g 为已知函数。

为了求得 f，可设其在 L 的定义域中展开为下列基函数的组合形式：

$$f=\sum_n \alpha_n f_n \tag{2.5.2}$$

式中，α_n 为待求系数；f_n 为第 n 项基函数。

对于近似解式(2.5.2)可以取得有限项就得到准确的解。根据式(2.5.1)和式(2.5.2)可以得到

$$L\left(\sum_n \alpha_n f_n\right)=g \tag{2.5.3}$$

因为 L 是线性的，所以

$$\sum_n \alpha_n L(f_n)=g \tag{2.5.4}$$

内积若选取一个检验函数 $\omega(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)$，并对每个 ω_n 做式(2.5.4)的内积，则有

$$\sum_n \alpha_n \langle \omega_m, \mathrm{L(f}_n)\rangle=\langle \omega_m,\ g\rangle \tag{2.5.5}$$

内积

$$\langle \omega_m, g\rangle=\int_0^1 \omega_m g\mathrm{d}x \tag{2.5.6}$$

$$[l_{mn}][\alpha_n]=[g_m] \tag{2.5.7}$$

$$[l_{mn}]=\begin{bmatrix}\langle \omega_1,\ Lf_1\rangle & \langle \omega_1,\ Lf_2\rangle \\ \langle \omega_2,\ Lf_1\rangle & \end{bmatrix} \tag{2.5.8}$$

$$[\mathrm{g}_m]=\begin{pmatrix}\langle \omega_1,\ g\rangle \\ \langle \omega_2,\ g\rangle\end{pmatrix} \tag{2.5.9}$$

求解该矩阵方程可以得到

$$[l_{mn}]=\begin{bmatrix}\langle\omega_1,Lf_1\rangle & \langle\omega_1,Lf_2\rangle & \langle\omega_1,Lf_n\rangle\\ \langle\omega_2,Lf_1\rangle & & \\ & & \langle\omega_m,Lf_n\rangle\end{bmatrix} \tag{2.5.10}$$

如果矩阵$[l_{mn}]$是非奇异的，由逆矩阵可以得到：

$$[\alpha_n]=[l_{mn}]^{-1}[g_m] \tag{2.5.11}$$

根据式 2.5.2 可以得到位置函数 f，解的精确性取决于 f_n 和 ω_m 的选择，f_n 必须是和 ω_m 一样均与线性无关的，并使得其级数的叠加能无限逼近 f，如果 $\omega_m=f_m$(这里 n 和 m 是展开项)，则称为伽略金法。

若检验函数选择 δ 函数，则称为点匹配法。基函数一般分为两类：一类为全域基函数，另一类为分域基函数。全域基函数在算子 L 内不为零函数(边界条件要求为零时除外)。常用的全域基函数有傅里叶级数、幂级数、勒让德函数、切比雪夫函数等。分域基函数在算子 L 内存在，但在此区域内某些部分为零，如分段单位函数(脉冲函数)、三角波函数、分段正弦函数等。基函数和检验函数(权函数)的选择及互相配合需要根据具体问题确定。

基函数(权函数)选取应遵循以下原则。

(1) 理想的基函数在算子的定义域内选取(常见电磁场的积分算子都是)，基函数满足可微条件，并满足边界条件。

(2) 实际工程中复杂多样性，且边界复杂，满足上述要求的基函数(权函数)非常有限，可以放松到使基函数的展开满足边界条件和可微条件即可，不要求每个基函数都满足这些条件。虽然这样选择基函数或者权函数使得计算准确性降低，但是满足天线和电磁场辐射和传输问题要求。

采用加略金法时，基函数等于检验函数(权函数)，需要计算内积积分，计算量很大，为了简化计算，选择检验函数在离散点上(点匹配法)满足式(2.5.4)，相当于选择脉冲函数为检验函数。δ 函数的特点是：

$$\int_a^b \delta(x-x_0)\mathrm{d}x=1 \quad (a<x_0<b) \tag{2.5.12}$$

$$\int_a^b \delta(x-x_0)f(x)\mathrm{d}x=f(x_0) \quad (a<x_0<b) \tag{2.5.13}$$

因为基函数不变，检验函数选择为

$$f_n=x-x^{n+1},\text{取}\omega_m=\delta(x-x_m) \tag{2.5.14}$$

选配点选择为 $x_m=\dfrac{m}{N+1},m=1,2,\cdots,N$，即在区间 $0\leqslant x\leqslant 1$ 中，等间隔地选择匹配点，利用式(2.5.10)和式(2.5.11)可得到相同结果。

2.5.2 矩量法求解偏微分方程

采用矩量法求解如下偏微分方程：

$$-\frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2}=1+4x^2 \tag{2.5.15}$$

$$f(0)=f(1)=0 \quad (0\leqslant x\leqslant 1) \tag{2.5.16}$$

(1) 若选择基函数为 $f_n=x-x^{n+1}, n=1,2,\cdots,N$，则有

$$f(x)=\sum_n \alpha_n f_n=\sum_n \alpha_n (x-x^{n+1}) \tag{2.5.17}$$

(2) 利用伽略金法，则权函数 $\omega_n=f_n$，所以

$$\begin{aligned}[l_{mn}]&=\langle \omega_m, Lf_n\rangle=\int_0^1 (x-x^{m+1})\left(-\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}(x-x^{n+1})\right)\mathrm{d}x=\frac{mn}{m+n+1}\\ [g_{mn}]&=\langle \omega_m, g\rangle=\int_0^1 (x-x^{m+1})(1+4x^2)\mathrm{d}x=\frac{m(3m+8)}{2(m+2)(m+4)}\end{aligned} \tag{2.5.18}$$

(3) 根据矩阵方程得到

$$[\alpha_n]=[l_{mn}]^{-1}[g_m] \tag{2.5.19}$$

因为 $f(x)=\sum_n \alpha_n f_n$，所以当 N=1 时，$l_{11}=\frac{1}{3}, g_1=\frac{11}{30}, \alpha_1=\frac{11}{10}, f(x)=\frac{11}{10}(x-x^2)$。

同理，当 N=2 时，可以得到

$$f(x)=\frac{13}{18x}-\frac{1}{18x^2}-\frac{2}{3x^3} \tag{2.5.20}$$

当 N=3 时，可以得到

$$f(x)=\frac{5}{6}x-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x^4 \tag{2.5.21}$$

虽然上述简单的偏微分方程可以直接积分求解，但是采用矩量法当展开级数足够多时，完全可以得到其精确解。实际的电磁场偏微分方程问题要复杂得多，基本不能通过直接积分得到，而矩量法却可以，因此矩量法对于电磁场的求解是非常有效的。

2.5.3　线天线的积分方程和矩量法求解

细柱天线的长度用 h 表示，利用圆柱坐标系。一般导体只有轴向线电流 I，J_z 表示电流密度：

$$I(z)=J_z 2\pi a \tag{2.5.22}$$

矢位 A 表示为

$$\overline{A}=\mu\iiint_V \overline{J}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}}{4\pi R}\mathrm{d}V' \tag{2.5.23}$$

因为假设电流只有 z 分量(基本符合实际情况)，所以矢量位也只有 A_z 分量，如圆柱坐标用 (ρ,ϕ,z) 表示，则

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi}\int_{-h}^{h} I(z')G(z,z')\mathrm{d}z' \tag{2.5.24}$$

$G(z,z')$ 为自由空间格林函数

$$G(z,z') = \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}}{R} \tag{2.5.25}$$

k 为波数，则

$$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon},\ R = \sqrt{(z-z')^2+\rho^2} \tag{2.5.26}$$

由线天线产生的 z 向电场为

$$E_z = -\mathrm{j}\omega A_z - \frac{\partial\phi}{\partial z} \tag{2.5.27}$$

式中，ϕ 为标量位，由 $\nabla\cdot\vec{A} = -\mathrm{j}\omega\varepsilon\mu\phi$ 得到

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial A_z}{\partial z} = -\mathrm{j}\omega\varepsilon\mu\phi \\
&\frac{\partial\phi}{\partial z} = -\frac{1}{\mathrm{j}\omega\mu\varepsilon}\frac{\partial^2 A_z}{\partial^2 z} \\
&E_z = -\mathrm{j}\omega A_z + \frac{1}{\mathrm{j}\omega\mu\varepsilon}\frac{\partial^2 A_z}{\partial^2 z} = \frac{1}{\mathrm{j}\omega\mu\varepsilon}\left(\frac{\partial^2 A_z}{\partial^2 z} + k^2 A_z\right)
\end{aligned} \tag{2.5.28}$$

式(2.5.28)是计算 z 分量电场的一般表达式。对于振子表面，边界条件为振子表面电场切向分量为 0，即

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_z + \boldsymbol{E}_i = 0, \boldsymbol{E}_z = -\boldsymbol{E}_i \tag{2.5.29}$$

式中，$\boldsymbol{E}_i$ 为电流源所产生的场。

将 $-\mathrm{j}\omega\mu\varepsilon E_i(z) = \dfrac{\partial^2 A_z}{\partial^2 z} + k^2 A_z$ 代入矢量位函数表达式，得到

$$-\mathrm{j}\omega\mu\varepsilon E_i(z) = \frac{\mu}{4\pi}\left(\frac{\partial^2}{\partial^2 z} + k^2\right)\int_{-h}^{h} I(z')G(z,z')\mathrm{d}z') \tag{2.5.30}$$

式(2.5.30)就是著名的波克灵顿方程。假设 $E_i(z) = V\delta(z), V$ 为电压源，$\delta(z)$ 为 δ 函数，则波克灵顿方程化为

$$-\mathrm{j}\omega\varepsilon V\delta(z) = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial^2}{\partial^2 z} + k^2\right)\int_{-h}^{h} I(z')G(z,z')\mathrm{d}z' \tag{2.5.31}$$

求解式(2.5.31)得到：

$$\frac{1}{4\pi}\int_{-h}^{h} I(z')G(z,z')\mathrm{d}z' = B\cos kz - \frac{\mathrm{j}V}{2\eta_0}\sin k\,|z| \tag{2.5.32}$$

式中，B 为常数；η_0 为自由空间波阻抗。式(2.5.32)为海伦方程。

2.5.4　积分方程和柯西荷夫网络方程

将海伦方程和波克林顿方程的积分形式化为柯西荷夫网络方程形式，即可把积分方程写成 N 个未知数的 N 个方程，求得实数解可得到原积分方程的解。将积分方程写成下列形式：

$$\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} I(z')K(z,z')\mathrm{d}z' = -E_z^i(z) \tag{2.5.33}$$

设 $I(z')$为某个展开函数 F_n 的级数，$I(z') = \sum_{n=1}^{N} I_n F_n(z')$，$I_n$ 为复数系数，如展开函数为脉冲函数：

$$F_n(z') = \begin{cases} 1 & (z'\text{在}\Delta z_n'\text{内}) \\ 0 & (\text{其余各点}) \end{cases} \tag{2.5.34}$$

电流用脉冲函数的展开和来近似，实际上是把线段分成 N 段，每段长度为 $\Delta Z_n'$，然后利用阶梯状的电流分布来近似真实的电流分布，将脉冲函数表达式代入式(2.5.33)得到：

$$\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \sum_{n=1}^{N} I_n F_n(z')K(z_m,z')\mathrm{d}z' \approx -E_z^i(z) \tag{2.5.35}$$

式中 m 下标说明积分方程在 m 段起作用。由于采用阶梯状电流分布近似，式(2.5.35)是近似式，将脉冲函数代入式(2.5.35)得到

$$\sum_{n=1}^{N} I_n \int_{\Delta z'} k(z_m,z')\mathrm{d}z' \approx -E_z^i(z_m) \tag{2.5.36}$$

令

$$f(z_m,z_{n'}) = \int_{\Delta z'} k(z_m,z')\mathrm{d}z' \tag{2.5.37}$$

代入式(2.5.33)得到

$$\begin{aligned} &\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} I(z')K(z,z')\mathrm{d}z' = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \sum_{n=1}^{K} I_n F_n(z')K(z_n,z')\,\mathrm{d}\,z' \\ &\sum_{n=1}^{N} I_n \int_{\Delta z'} K(z_m,z')\mathrm{d}z' = \sum_{n=1}^{N} I_n f(z_m,z_{n'}) \approx -E_z^i(z_m) \\ &= I_1 f(z_m,z_1) + I_2 f(z_m,z_2) + \cdots + I_N f(z_m,z_N) \end{aligned} \tag{2.5.38}$$

式(2.5.38)的物理意义是：此线段分为 N 段，每段长度 $\Delta z_n' = \Delta z'$，每一段电流为未知函数，在 m 段中心，所有 N 段散射场的和等于在 z_m 点入射场的负值。若入射场是已知的(如天线发射，则源在线上，如接收或者雷达散射情况，则源在点入射场的负数，则源在一定距离处)，可以看出，如果需要更精确地表示电流，需要把每段分得很短，即 N 要足够大，式(2.5.38)可以写成网络公式形式：

$$\sum_{n=1}^{N} z_{mn} I_n = V_m \tag{2.5.39}$$

对比式(2.5.36)和式(2.5.37)发现：

$$\begin{aligned} z_{mn} &= f(z_m, z_n) \\ V_m &= -E_z^i(z_m) \end{aligned} \tag{2.5.40}$$

这样就把电磁问题转换为网络问题。但一般网络中 z_{mn} 是已知的，而对电磁场和天线问题则是未知量。为了得到 N 个方程，可在方程中选用不同点，即在线轴上的 N 点来实施积分方程，这种处理方法称为点匹配，是矩量法的一种形式。在 N 点实施点匹配，得到下列系统方程：

$$\begin{aligned} &I_1 f(\mathrm{z}_1, z_1) + I_2 f(\mathrm{z}_1, z_2) + \cdots + I_N f(\mathrm{z}_1, z_N) = -E_z^i(z_1) \\ &I_1 f(\mathrm{z}_2, z_1) + I_2 f(\mathrm{z}_2, z_2) + \cdots + I_N f(\mathrm{z}_2, z_N) = -E_z^i(z_2) \\ &\vdots \\ &I_1 f(\mathrm{z}_m, z_1) + I_2 f(\mathrm{z}_m, z_2) + \cdots + I_N f(\mathrm{z}_m, z_N) = -E_z^i(z_m) \\ &I_1 f(\mathrm{z}_N, z_1) + I_2 f(\mathrm{z}_N, z_2) + \cdots + I_N f(\mathrm{z}_N, z_N) = -E_z^i(z_N) \end{aligned} \tag{2.5.41}$$

同样，式(2.5.41)也可以写成矩阵方程形式：

$$\begin{bmatrix} f(z_1, z_1) & f(z_1, z_2) & f(z_1, z_N) \\ f(z_2, z_1) & f(z_2, z_2) & f(z_2, z_N) \\ f(z_N, z_1) & f(z_N, z_2) & f(z_N, z_N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -E_z^i(z_1) \\ -E_z^i(z_2) \\ -E_z^i(z_N) \end{bmatrix} \tag{2.5.42}$$

式中，z_{mn} 和 V_m 表示由式(2.5.39)和式(2.5.40)给出；下标 m 表示匹配点，它与观察点相联系，第二个下标点表示源点，因为它与第 n 段相联系，与网络情况相似，可称为阻抗、电流、电压矩阵，但单位却可不限于 Ω、A 和 V，也不限于直线段，任意形式线结构都可。

2.5.5 全域基点匹配法解海伦方程

在解天线问题时，可假设电流是待定系数的 N 个正弦函数的和。所谓全域基，是指所选取的每一个函数都在全域起作用。设：

$$I(z) = \sum_{n=1}^{N} c_n \sin\left[\frac{2n\pi}{\lambda}(\hat{h} - |z'|)\right] \tag{2.5.43}$$

式中，c_n 为待定系数；h 为天线长度。

把式(2.5.43)代入海伦方程得到：

$$\int_{-h}^{h} I(z')G(z,z')\mathrm{d}z' = B\cos kz - \frac{\mathrm{j}V}{2\eta_0}\sin k|z| \tag{2.5.44}$$

若选取 N=2，代入 k=2π/λ，则得到线天线全域基点匹配法解海伦方程：

$$c_1\int_{-h}^{h}\sin\left[k(h-|z'|)\right]G(z,z')\mathrm{d}z' + c_2\int_{-h}^{h}\sin\left[2k(h-|z'|)\right]G(z,z')\mathrm{d}z' - B\cos kz = -\frac{\mathrm{j}V}{2\eta_0}\sin k|z| \tag{2.5.45}$$

矩量法适用于大多数天线的分析和计算，尤其是线状天线(简称线天线)、抛物面天线等的计算，具有精度高、可靠性好、简单快速等优点。

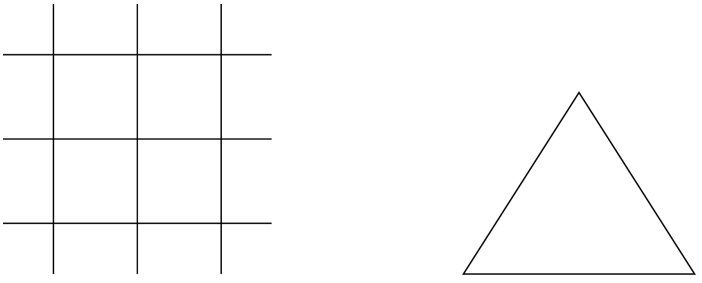
2.6　时域有限差分法(FDTD)

时域有限差分法(FDTD)于 1966 年由 K.S.Yee 首次提出，其基本思想是直接根据时域麦克斯韦方程的场分量的微分式，用差分替代微分式实施各场分量的迭代式建立，该方法可以求解电磁场的稳态和瞬时场，通过傅里叶变换可以求得系统的频率响应，FDTD 是时域 Maxwell 方程微分模型差分化的一种数值计算技术。采用 FDTD 可以避免计算复杂的系数矩阵。近年来，FDTD 得到了长足的发展，可以用来解决包括微波天线、传播、电磁散射、EMC/EMI 等方面的问题。本节主要介绍 FDTD 的一般原理和 FDTD 在天线问题上的计算方法。

2.6.1　FDTD 简介

FDTD 通过将研究对象的三维空间沿坐标轴离散为六面体单元网格，以媒质参数ε、μ、σ、s 描述每个网格的电特性，经电磁场迭代运算求得目标的时域近场分布，再结合离散傅里叶变换和近远场变换技术，可获取频域和远场的电磁场解，其一次计算即可覆盖全频特性，尤其适用于宽频带、多频带场景。历经数十年发展，FDTD 已解决一系列关键问题。

FDTD 的核心进展包括：①吸收边界条件的优化。1994 年 Berenger 提出的 PML 作为材料吸收边界，以有耗媒质实现高效吸收，虽然对计算内存和时间要求较高，但吸收效果显著(见本章 2.4.4 节)。②网格剖分技术的革新。传统 FDTD 采用直角坐标系均匀矩形网格，为精确描述复杂结构需细化网格，导致存储和计算成本增加。近年来涌现了多种剖分方法，如适用于规则结构的圆柱/球坐标广义正交剖分、基于 Maxwell 积分方程的环路法(CP)、扩展网格与局部细化技术等，但均存在局限性——非均匀网格可能引入波传播反射误差，自动剖分技术尚不成熟。图 2.6.1 对比了 FDTD 与有限元法的网格划分：前者以正交长方体单元划分规则结构更具优势，后者采用金字塔形单元更适合不规则结构，FDTD 对不规则边界需阶梯近似，可能降低计算效率。



(a) FDTD网格划分　　(b) 有限元法网格划分

图 2.6.1　FDTD 和有限元法的网格单元划分

2.6.2 FDTD 基本原理

FDTD 基本原理是把空间场按照长方体网格划分(图 2.6.2)，每个立方体内场和周围立方体内场的分布靠电磁波的传播而发生随时间的变化。FDTD 分析波传播从 Maxwell 基本方程出发，在电场和磁场交替设置的网络空间中，利用具有二阶精度的中心差分格式把微分方程转化为差分方程，它解决任何问题均按初值问题处理，依时间步进行推算，并在每一个时间步交替地计算每一个离散点的电场和磁场。按照微分与差分的对应关系，将连续空间和连续时间的方程映射到离散空间和离散时间，就可以得到 FDTD 方程，结合具体问题，加上边界条件的处理和激励条件，获取各种所需场量。对于任意媒质，Maxwell 方程的微分形式可以表示为

$$\begin{cases} \nabla \times E = \dfrac{-\partial B}{\partial t - J_m}(J_m = sH) \\ \nabla \times H = \dfrac{\partial D}{\partial t + J_e}(J_e = \sigma E) \\ \nabla \cdot B = \rho_m \\ \nabla \cdot D = \rho_e \end{cases} \tag{2.6.1}$$

假如媒质参数 ε、μ、σ、s 不随时间而变化，以直角坐标系(x, y, z)为例，旋度方程可以在三维展成下列 6 个标量场分量方程：

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} &= \left(s + \mu \frac{\partial}{\partial t}\right) H_x \\ \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} &= \left(s + \mu \frac{\partial}{\partial t}\right) H_y \\ \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} &= \left(s + \mu \frac{\partial}{\partial t}\right) H_z \\ \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= \left(\sigma + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t}\right) E_x \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= \left(\sigma + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t}\right) E_y \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= \left(\sigma + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t}\right) E_z \end{aligned} \tag{2.6.2}$$

为了采用有限差分法求解以上偏微分方程，需要对时间和空间进行离散化，如图 2.6.3 所示。对于以时间、空间为因子的任意函数，其离散化可以表示为

$$F^n(i, j, k) = F(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t)$$

式中，Δx、Δy、Δz 分别为沿三个轴向的单元长度；Δt 为时间增量，电场和磁场分量分别位于网格单元的顶点和表面。对于空间和时间的偏导数用具有二阶精度的中心有限差分式来表达：

$$\frac{\partial F^n(i,j,k)}{\partial x}=\frac{F^n\left(i+\frac{1}{2},j,k\right)-F^n\left(i-\frac{1}{2},j,k\right)}{\Delta x}+o(\Delta x^2)$$
$$\frac{\partial F^n(i,j,k)}{\partial t}=\frac{F^{n+1/2}(i,j,k)-F^{n-1/2}(i,j,k)}{\Delta t}+o(\Delta t^2) \tag{2.6.3}$$

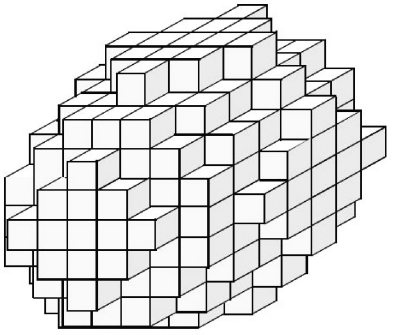


图 2.6.2　空间场的网格划分

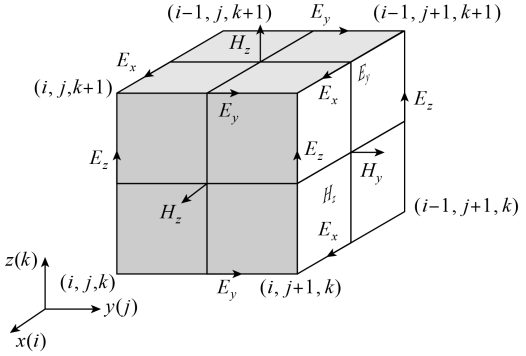


图 2.6.3　基本空间单元上场分量图

注意图中网格位置关系，考虑到 E 和 H 在时间上有半个时间步的变化，就可以得到电场和磁场 6 个场分量的 FDTD“蛙跳”表达式：

$$E_x^{n+1}\left(i+\frac{1}{2},j,k\right)=C_x\left(i+\frac{1}{2},j,k\right)\left\{-D_x\left(i+\frac{1}{2},j,k\right)E_x^n\left(i+\frac{1}{2},j,k\right)+\right.$$
$$\frac{\left[H_z^{n+1/2}\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k\right)-H_z^{n+1/2}\left(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k\right)\right]}{\Delta y}-$$
$$\left.\frac{\left[H_y^{n+1/2}\left(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}\right)-H_y^{n+1/2}\left(i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}\right)\right]}{\Delta z}\right\} \tag{2.6.4}$$

$$E_y^{n+1}\left(i,j+\frac{1}{2},k\right)=C_y\left(i,j+\frac{1}{2},k\right)\left\{-D_y\left(i,j+\frac{1}{2},k\right)E_y^n\left(i,j+\frac{1}{2},k\right)+\right.$$
$$\frac{\left[H_x^{n+1/2}\left(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}\right)-H_x^{n+1/2}\left(i,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}\right)\right]}{\Delta z}-$$
$$\left.\frac{\left[H_z^{n+1/2}\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k\right)-H_z^{n+1/2}\left(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k\right)\right]}{\Delta x}\right\} \tag{2.6.5}$$

$$E_z^{n+1}\left(i,j,k+\frac{1}{2}\right)=C_z\left(i,j,k+\frac{1}{2}\right)\left\{-D_z\left(i,j,k+\frac{1}{2}\right)E_z^n\left(i,j,k+\frac{1}{2}\right)+\frac{\left[H_y^{n+1/2}\left(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}\right)-H_y^{n+1/2}\left(i-\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}\right)\right]}{\Delta x}-\frac{\left[H_x^{n+1/2}\left(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}\right)-H_x^{n+1/2}\left(i,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}\right)\right]}{\Delta y}\right\} \tag{2.6.6}$$

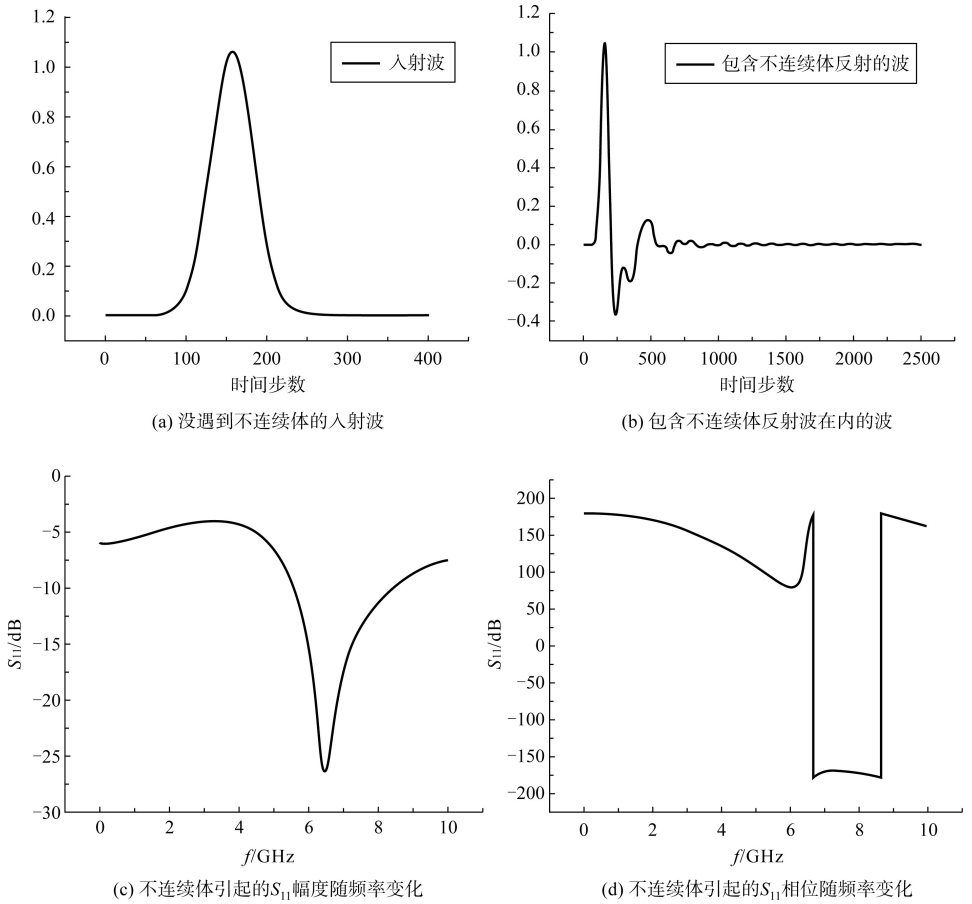
$$H_x^{n+1/2}\left(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}\right)=C_{x'}\left(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}\right)\times\left\{-D_{x'}\left(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}\right)H_x^{n-1/2}\left(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}\right)+\frac{\left[E_y^n\left(i,j+\frac{1}{2},k+1\right)-E_y^n\left(i,j+\frac{1}{2},k\right)\right]}{\Delta z}-\frac{\left[E_z^n\left(i,j+1,k+\frac{1}{2}\right)-E_z^n\left(i,j,k+\frac{1}{2}\right)\right]}{\Delta y}\right\} \tag{2.6.7}$$

$$H_y^{n+1/2}\left(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}\right)=C_{y'}\left(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}\right)\times\left\{-D_{y'}\left(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}\right)H_y^{n-1/2}\left(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}\right)+\frac{\left[E_z^n\left(i+1,j,k+\frac{1}{2}\right)-E_z^n\left(i,j,k+\frac{1}{2}\right)\right]}{\Delta x}-\frac{\left[E_x^n\left(i+\frac{1}{2},j,k+1\right)-E_x^n\left(i+\frac{1}{2},j,k\right)\right]}{\Delta z}\right\} \tag{2.6.8}$$

$$H_z^{n+1/2}\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k\right)=C_{z'}\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k\right)\times\left\{-D_{z'}\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k\right)H_z^{n-1/2}\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k\right)+\frac{\left[E_x^n\left(i+\frac{1}{2},j+1,k\right)-E_x^n\left(i+\frac{1}{2},j,k\right)\right]}{\Delta y}-\frac{\left[E_y^n\left(i,j+1,k+\frac{1}{2}\right)-E_y^n\left(i,j,k+\frac{1}{2}\right)\right]}{\Delta x}\right\} \tag{2.6.9}$$

$$
\begin{aligned}
C_\eta(i,j,k) &= \left\{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left[\frac{\sigma_\eta(i,j,k)}{2}+\frac{\varepsilon_\eta(i,j,k)}{\Delta t}\right]\right\}^{-1} \\
D_\eta(i,j,k) &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left[\frac{\sigma_\eta(i,j,k)}{2}-\frac{\varepsilon_\eta(i,j,k)}{\Delta t}\right] \\
C_{\eta'}(i,j,k) &= \left\{\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left[\frac{s_\eta(i,j,k)}{2}+\frac{\mu_\eta(i,j,k)}{\Delta t}\right]\right\}^{-1} \\
D_{\eta'}(i,j,k) &= \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left[\frac{s_\eta(i,j,k)}{2}-\frac{\mu_\eta(i,j,k)}{\Delta t}\right]
\end{aligned}
\tag{2.6.10}
$$

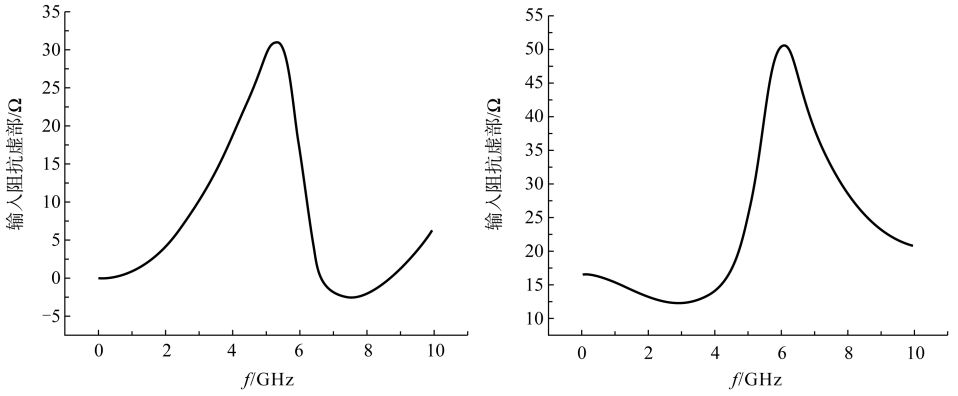
由离散数学模型算出待求问题的离散解，经傅里叶变换可得频率响应。图 2.6.4 为 FDTD 计算的高斯入射波遇微带分支线不连续性的波形变化：入射波到达不连续处(250 步)前呈标准高斯分布[图 2.6.4(a)]，遇不连续处产生散射波，与入射波叠加导致波形改变；波继续传播时，新不连续处散射波及入射波至计算域尽头的反射波叠加使波形进一步变化[图 2.6.4(b)]；随时间步数增加，波叠加更复杂后趋于稳定。FDTD 通过计算不连续性总场剔除入射场，与入射场对比得出不连续性引起的 S 参数变化。



(a) 没遇到不连续体的入射波　(b) 包含不连续体反射波在内的波

(c) 不连续体引起的S_{11}幅度随频率变化　(d) 不连续体引起的S_{11}相位随频率变化

图 2.6.4　FDTD 计算电磁波遇到不连续性时的波形



(e) 输入阻抗虚部随频率变化　　(f) 输入阻抗实部随频密变化

图 2.6.4　FDTD 计算电磁波遇到不连续性时的波形(续)

2.6.3　FDTD 中的几个核心问题

FDTD 发展至今日趋成熟，但仍然需要特别注意几个基本问题。

1. 空间网格基本单元尺寸的确定

差分格式的引入会在计算网格中引起模拟波模的色散。在时域有限差分网格中的数字波模，其传播速度会随波长、网格中的传播方向以及网格形式而改变，从而导致色散。因此，单元尺寸大小应满足 $\Delta \leqslant \dfrac{\lambda_{\min}}{10}$。在直角坐标系下 $\Delta = \min(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$，$\lambda_{\min}$ 为所研究问题的最小波长。

2. 时间步长 Δt 的选择

随着时间步的增长，保证算法的稳定性是一个很重要的问题，而数值解是否稳定主要取决于时间步长 Δt 与空间步长之间的关系。以直角坐标系为例，其判别式为

$$\Delta t \leqslant \frac{1}{C_{\max}} \frac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{\Delta x^2} + \dfrac{1}{\Delta y^2} + \dfrac{1}{\Delta z^2}}} \tag{2.6.11}$$

式中，$C_{\max}$ 为计算空间中工作模的最大波相速。

3. 特殊材料建模的处理

(1) 全金属(Perfect Electric Conductor，PEC)：在全金属材料的表面，所有的切向电场分量和法向磁场分量为 0，那么在每个时间步上，围绕该单元的 12 个切向电场分量和 8 个法向磁场分量为 0。

(2)全磁导体(Perfect Magnetic Conductor，PMC)：PMC 材料的建模需要将切向磁场分量和法向电场分量定义为 0。实际上 PEC 和 PMC 材料由于定义简单、灵活，常常被当作虚拟实体来引导电波传输，用于解决计算微带传输线等问题。

(3) 介质分界面：对于由两种介质以上材料组成的问题空间，如何处理好介质分界面十分重要。对于一般常见的非磁性材料，其处理方法比较简单，因为连接面两边的 μ 不变，法向磁场是连续的，而介电常数需要将分界面两边的介电常数取均值，代入微分方程。

4. 激励源设置

激励源设置包括激励源形式与位置等问题，常用类型包括单频时谐波、高斯脉冲、调制函数型等。三维微波结构更适合高斯脉冲；波导结构因存在衰落和色散效应，选用调制型高斯脉冲及加窗调制可缩短稳定场建立时间。激励源位置设置需遵循规律：既要保证稳定场建立的空间，又不能占用过多计算空间，同时应尽可能减少散射体散射波及非均匀结构反射波对激励源的影响。图 2.6.5 为波导典型激励源设置示意图。

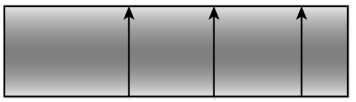


图 2.6.5　波导典型激励源设置示意图

2.6.4　FDTD 的显著优点

FDTD 的显著优点如下。

(1) 直观、简单、易学，因而比较容易推广。

(2) 在时域计算电磁场量。FDTD 在时域直接计算三维空间中的电磁场矢量，这样既可以直接获取随时间分布的电磁场特性，又可以通过傅里叶变换研究对象的全频特性，对于计算宽频带、多频带问题非常有效。

(3) 节省计算机的存储空间和 CPU 时间。如果用 N 表示问题的离散点数，矩量法进行计算时所需的存储空间与 $(3N)^2$ 成正比；而 FDTD 中两者均只与 N 成正比。

(4) 应用范围广泛。由于任何媒质均可用等效的介电常数、磁导常数、电导率等来描述，任一复杂形状和边界的物体或组合体如果能用不同参数的空间网格去拟合，就可用 FDTD 近似得到其电特性，这是任何解析方法无法比拟的。

2.6.5　FDTD 在天线分析中的应用

天线有许多重要技术指标，如方向图、主瓣宽度、副瓣电平、方向性系数、增益、输入阻抗、频带宽度等。FDTD 在天线分析中的应用是对其所有主要电特性进行计算，但一般来讲只需进行其远场方向图计算和输入阻抗计算，其他参量可以在此基础上进行计算。本章给出采用 FDTD 计算天线输入阻抗和远场方向图的计算方法，并进行具体天线的计算和分析。

1. FDTD 计算天线的远场方向图

FDTD 在目标雷达散射截面应用中较早通过计算近区场获取散射电磁场，而远区场同样是关注重点。因计算空间有限，FDTD 计算远区场需依赖近区场结果，近远场变换方法主要有两类：①Umashanker 和 Taflove 于 1982 年提出的计算模型(后推广至三维)，采用高斯激励源，在近区场边界对时域场进行离散傅里叶变换得到频域场，再完成频域近一远场变换，但需预先确定频率点；②Luebber 等提出的时域近一远场变换，直接在时域将近区场变换为远区场时域解，经傅里叶变换得到频域结果，可在激励源覆盖频段内通过后处理获取目标散射特性和远区方向图。

2. 频域近－远场变换

如图 2.6.6 所示，这里积分表面为立方体，表面上的切向电场为 E_s，切向磁场为 H_s。根据本章的等效性原理，只要确定了分析对象的切向场就可以得到其辐射特性，而 S 面上的表面电流密度和表面磁流密度为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{J}_s &= \boldsymbol{n}\times\boldsymbol{H}_s\\ \boldsymbol{M}_s &= -\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{E}_s\end{aligned} \tag{2.6.12}$$

式中，$\boldsymbol{n}$ 为表面 S 的外向单位矢。

辐射矢 $\boldsymbol{N}$、$\boldsymbol{L}$ 为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{N} &= \int_s \boldsymbol{J}_s \mathrm{e}^{\mathrm{j}kr}\mathrm{d}s,\\ \boldsymbol{L} &= \int_s \boldsymbol{M}_s \mathrm{e}^{\mathrm{j}kr}\mathrm{d}s\end{aligned} \tag{2.6.13}$$

式中，k 为波数，$k=\dfrac{2\pi}{\lambda}$；c 为外空间的光速；$\boldsymbol{r}$ 为原点到远区场点的单位矢量；$\boldsymbol{r}'$ 为原点到 S 表面上积分源点的矢量。

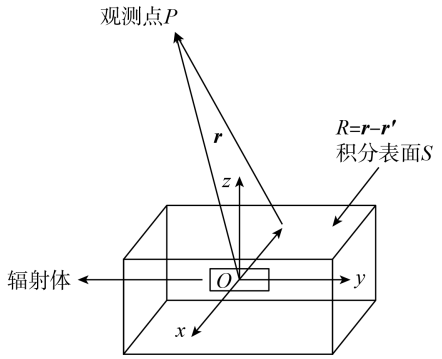


图 2.6.6　辐射体近－远场变换积分面示意图

若表面 S 上积分源点的直角坐标为(x',y',z')，远区场点的球坐标为$(R,\ \theta,\ \varphi)$，则

$$\boldsymbol{r}'\cdot\hat{\boldsymbol{r}} = (x'\cos\varphi + y'\sin\varphi)\sin\theta + z'\cos\theta \tag{2.6.14}$$

$\boldsymbol{N}$、$\boldsymbol{L}$ 的直角坐标分量为 N_x、N_y、N_z、L_x、L_y、L_z，相应的球坐标分量为

$$\begin{cases} N_\theta = N_x\cos\theta\cos\varphi + N_y\cos\theta\sin\varphi - N_z\sin\theta\\ N_\varphi = -N_x\sin\varphi + N_y\cos\varphi\\ L_\theta = L_x\cos\theta\cos\varphi + L_y\cos\theta\sin\varphi - L_z\sin\theta\\ L_\varphi = -L_x\sin\varphi + L_y\cos\varphi \end{cases} \tag{2.6.15}$$

远区辐射电场为

$$\begin{aligned} E_\theta &= \frac{-\mathrm{j}}{2\lambda R}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}(\eta N_\theta + L_\varphi)\\ E_\varphi &= \frac{\mathrm{j}}{2\lambda R}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}(-\eta N_\varphi + L_\theta)\end{aligned} \tag{2.6.16}$$

式中，η 为自由空间波阻抗；λ 为工作频率对应的波长；R 为原点到远区场点间的距离。

3. 时域近－远场变换

远场表示式(2.6.16)是在频域上求出的，能够借助傅里叶变换将频域场分量变换为时域场分量，为了简化求傅里叶变换的过程，令

$$\begin{aligned}\boldsymbol{w} &= \mathrm{j}\frac{1}{2\lambda R}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}\int_s \boldsymbol{J}_s \mathrm{e}^{\mathrm{j}k(\boldsymbol{r}'\cdot\boldsymbol{r})}\mathrm{d}S \\ \boldsymbol{u} &= \mathrm{j}\frac{1}{2\lambda R}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}\int_s \boldsymbol{M}_s \mathrm{e}^{\mathrm{j}k(\boldsymbol{r}'\cdot\boldsymbol{r})}\mathrm{d}S\end{aligned} \tag{2.6.17}$$

式中，f 为频率；c 为光速。

对 w 和 u 进行逆变换，可得到时域的变量：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{w}(t) &= \frac{1}{4\pi Rc}\frac{\partial}{\partial t}\left\{\int_s \boldsymbol{J}_s\left[t+\frac{(\boldsymbol{r}'\cdot\boldsymbol{r})}{c}-\frac{R}{c}\right]\mathrm{d}s\right\} \\ \boldsymbol{u}(t) &= \frac{1}{4\pi Rc}\frac{\partial}{\partial t}\left\{\int_s \boldsymbol{m}_s\left[t+\frac{(\boldsymbol{r}'\cdot\boldsymbol{r})}{c}-\frac{R}{c}\right]\mathrm{d}s\right\}\end{aligned} \tag{2.6.18}$$

式中，$\boldsymbol{j}_s$、$\boldsymbol{m}_s$ 分别为闭合面上时域辐射表面电流和磁流。

相应的时域远区散射场为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{e}_\theta &= -\eta v_\theta - u_\varphi \\ \boldsymbol{e}_\varphi &= -\eta v_\varphi + u_\theta\end{aligned} \tag{2.6.19}$$

至此，问题归结为如何将式(2.6.18)用于 FDTD，该式包含了两层运算：一是沿闭合面 S 上将表面电流和磁流(对应切向磁场和电场)沿表面积分；二是将积分对时间求偏导数。在 FDTD 运算中，关于对空间和时间的变量均必须量化，即闭合面 S 上的网格单元作为积分的空间单元，而时间微分为时间步长。在坐标系(x, y, z)中，通常选闭合面为平行六面体。在 $t=0,\Delta t,2\Delta t\cdots$ 上计算 $\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{E}$，而在 $t=\Delta t/2,3\Delta t/2,\cdots$ 上计算 $\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{H}$。

对于一个固定远场点 $\boldsymbol{r}$，研究式(2.6.18)中的积分项，令

$$\boldsymbol{J}(t)=\int_s \boldsymbol{j}_s\left[t+\frac{(\boldsymbol{r}'\cdot\boldsymbol{r})}{c}-\frac{R}{c}\right]\mathrm{d}S \tag{2.6.20}$$

将式(2.6.20)写成求和的近似式：

$$\boldsymbol{J}(t)=\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{j}_s\left[t+\frac{(\boldsymbol{r}'\cdot\boldsymbol{r})}{c}-\frac{R}{c}\right]\Delta S=\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{j}_s[t-\tau_i]\Delta S=\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{j}_i(t) \tag{2.6.21}$$

式中，$\boldsymbol{J}_i(t)$ 为第 i 个小面元对 $\boldsymbol{J}(t)$ 的贡献，并且 $t_i=\frac{r}{c}-\frac{\boldsymbol{r}_{i'}\cdot\boldsymbol{r}}{c}=\tau_o+\tau$，$\tau_i=-\frac{\boldsymbol{r}_{i'}\cdot\boldsymbol{r}}{c}$，令 $\tau_{\min}=\min_i(\tau_i)$，可以看出，$\boldsymbol{J}(t)=0, t\leqslant\tau_o+\tau_{\min}$，可以建立如下时间序列：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{J}^{(0)} &= \boldsymbol{J}(\tau_o+\tau_{\min}) = \sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{j}_i^{(0)} = \sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{j}_i(\tau_o+\tau_{\min}) \\ \boldsymbol{J}^{(1)} &= \boldsymbol{J}(\tau_o+\tau_{\min}+\Delta t) = \sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{j}_i^{(1)} \\ \boldsymbol{J}^{(2)} &= \boldsymbol{J}(\tau_o+\tau_{\min}+2\Delta t) = \sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{j}_i^{(2)}\end{aligned} \tag{2.6.22}$$

对于第 i 个面积元，在时间 $t=\tau_o+\tau_{\min}+k\Delta t$ 上，$\boldsymbol{j}_l^{(k)}=\boldsymbol{j}(\tau_o+\tau_{\min}+k\Delta t-t_i)\Delta S=\boldsymbol{j}(k\Delta t+\tau_{\min}-t_i)\Delta S$。

如果 $\tau_i-\tau_{\min}=n_i\Delta t+\Delta_i,(0\leqslant\Delta_i<\Delta t)$，运用插值法可以得到：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{j}_l^{(k)} &= \boldsymbol{j}((k-n_i)\Delta t-\Delta_i)\Delta S \\ &= \Delta S\left\{\left[1-\frac{\Delta_i}{\Delta t}\right]\boldsymbol{j}[(k-n_i)\Delta t]+\frac{\Delta_i}{\Delta t}\boldsymbol{j}[(k-n_i-1)\Delta t]\right\}\end{aligned} \tag{2.6.23}$$

同理，可得：

$$\boldsymbol{j}_i^{(k-1)}=\Delta S\left\{\left[1-\frac{\Delta_i}{\Delta t}\right]\boldsymbol{j}[(k-n_i-1)\Delta t]+\frac{\Delta_i}{\Delta t}\boldsymbol{j}[(k-n_i-2)\Delta t]\right\} \tag{2.6.24}$$

根据上面时间序列值，很容易求得对时间的偏导数，进一步求得 $w(t)$和 $u(t)$值。FDTD 计算步骤可归纳如下。

(1) 对于每一时间步，求出闭合面 S 上的切向电磁场，并求得：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{J} &= \hat{n}\times\boldsymbol{H} \\ \boldsymbol{M} &= -\hat{n}\times\boldsymbol{E}\end{aligned} \tag{2.6.25}$$

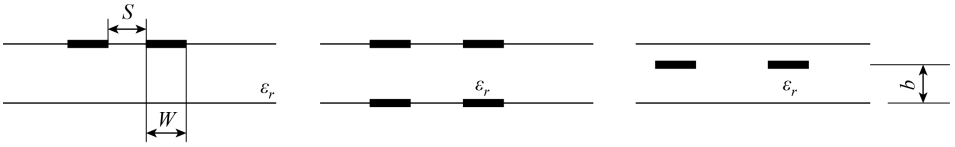
(2) 在远场点方向 $\boldsymbol{r}$ 上，建立时域辐射矢量方程。

(3) 建立上述积分的时间序列，这包括在每一时间步上将闭合面的每个面单元对 $w(t)$和 $u(t)$的贡献集总起来。

(4) 求取远场点上的时域场分量，并通过傅里叶变换得到其频域响应。

2.6.6 FDTD 计算天线的输入阻抗

FDTD 计算天线输入阻抗基本沿用微波电路方法，依据电压与电流比值定义进行，较少采用能量辐射概念。以槽线为例，槽线结构多样，包括单面槽、双面槽和三明治槽(图 2.6.7)。谱域法及近似解法计算槽线阻抗存在局限性，仅适用于特定结构；矩量法计算槽线特性阻抗时，假定槽线无限长且只考虑传输线横截面静态场分布，因槽线传输模式复杂且具色散特性，该方法同样存在局限。而 FDTD 全波解法可对任意结构进行分析，经傅里叶变换获取槽线特性阻抗等参数。对不同类型槽线建模发现电磁场集中于槽线附近，因此除了采用 Mur 二阶吸收边界，还在槽线两端加局部吸收负载以优化吸收效果，进而得出单根三种槽线的特性阻抗。



(a) 单面槽线　　(b) 双面槽线　　(c) 三明治槽线

图 2.6.7　槽线的几何结构

在槽线上选取参考面，在参考面上通过求槽线的法向电场积分得到电压波 V：

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = V(t, z_1) \tag{2.6.26}$$

环绕槽线金属带的磁场积分得到电流波 I：

$$\oint \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = I(t, z_1) \tag{2.6.27}$$

通过电压波和电流波的傅里叶变换可以得到频域的电压和电流波为

$$\begin{aligned} V(\omega, z_1) &= \int_{-\infty}^{+\infty} V(t, z_1) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t} \mathrm{d}t \\ I(\omega, z_1) &= \int_{-\infty}^{+\infty} I(t, z_1) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t} \mathrm{d}t \end{aligned} \tag{2.6.28}$$

槽线的特性阻抗可表示为

$$z_0(\omega) = \frac{V(\omega, z_1)}{I(\omega, z_1)} \tag{2.6.29}$$

假如槽线结构存在不连续，也可得到其散射参量。在计算中，由于有些节点切向电场分量位于两层介质的分界面上，介电常数要用两者的平均值$\varepsilon_r=(\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r2})/2$ 代替。以图 2.6.8 单面槽线为例，其具体参数为：s=1.27mm，b=3.2mm，ε_r=2.55，w=5.0～25.4mm。其中，s 为槽线缝隙长度；b 为介质厚度；w 为槽线单臂长度。激励源采用高斯脉冲，激励源加在槽线上下金属缝隙之间(第一步仅计算槽线本身的特性阻抗，其纵向为 200 个网格)。通过求槽线的法向电场积分得到 V，由环绕金属带的磁场积分得到电流 I。

单面槽线和三明治槽线特性阻抗随槽线单臂长度变化曲线如图 2.6.8 和图 2.6.9 所示，双面槽线特性阻抗随频率变化特性如图 2.6.10 所示。FDTD 结果与实验结果更接近，因为槽线传输模式非单纯横电磁波模或准横电磁波模，矩量法基于静态场和准横电磁波模假设存在近似，而 FDTD 不仅可以进行包含全模式的全波分析且无须近似，还可以给出频率特性。当其他参数一致时，双面贴片槽线特性阻抗低于单面贴片结构，且双面贴片介质加载使场值对称性更好、介质色散更小，更适合作为渐变段设计宽带天线。

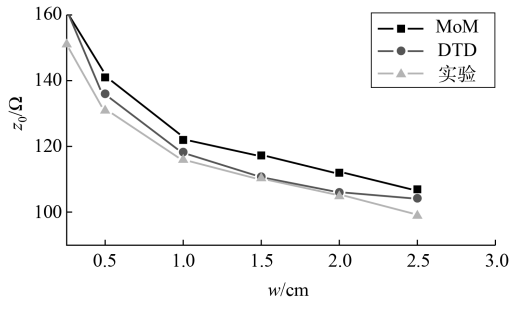


图 2.6.8　单面槽线特性阻抗随 w 变化

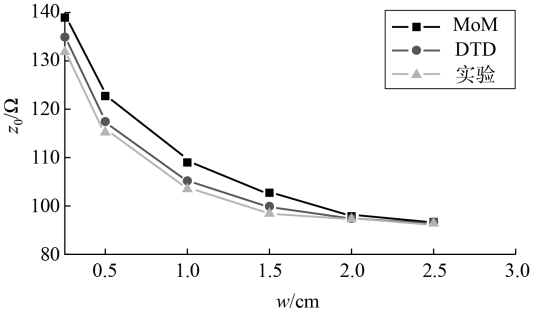


图 2.6.9　三明治槽线特性阻抗随 w 变化

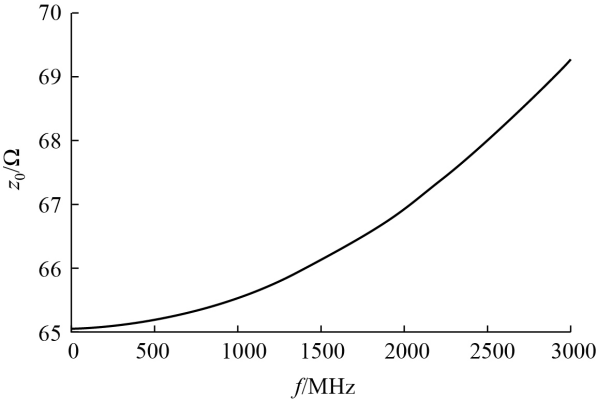


图 2.6.10　双面槽线特性阻抗随频率的变化特性(s=1.02mm，b=1.6mm，ε_r=9.6，w=12.7mm)

$$E_z = \mathrm{e}^{-(t-t_0)^2/T_0^2}$$

$$T_0 = 83\times10^{-12}\,s = 83，\ t_0 = 3T_0 \tag{2.6.30}$$

2.6.7　平板天线的 FDTD 分析

FDTD 计算被研究对象时首先需对研究对象进行建模，可以看出该平面天线的形状是非常不规则的，因此需要做特殊处理。由于金属片喇叭边界与 Yee 网格不会完全重合，所以采用阶梯近似来模拟金属边界，在计算机容量容许的范围之内尽可能精确地模拟曲线内外边界。由于所取网格足够小，阶梯近似造成的误差是可以忽略的。

激励源的设定是另一个需要认真考虑的问题，由于天线方向图的计算对于馈源形式没有特别严格的要求，在天线方向图计算时，一般采用高斯激励点源。

Vivaldi 天线辐射方向图如图 2.6.11 所示。由图 2.6.11 可以看出，方向图在频率 0.5～1GHz 的变化过程中主瓣区十分接近，只是尾瓣有一定差别；频率在 1～2GHz 变化时方向图旁瓣有所上升，尾瓣差别较大，主瓣区内虽存在一定差距但基本上十分相似，方向图带宽约为 4∶1。图 2.6.12 为 Vivaldi 天线的驻波特性。由图 2.6.12 可以看出，频率在 500～2000MHz 范围内时，驻波系数基本保持在 2 以下。

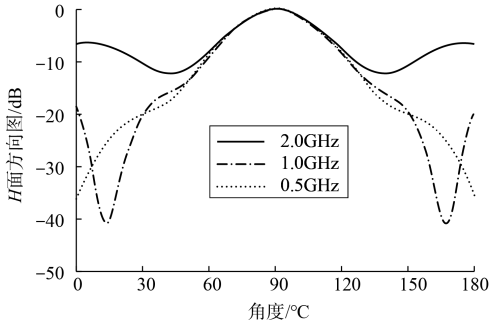


图 2.6.11　Vivaldi 天线辐射方向图

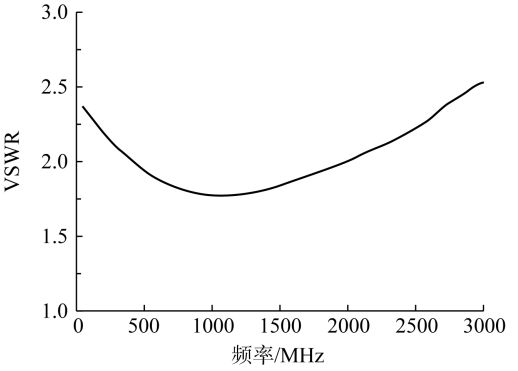


图 2.6.12　Vivaldi 天线驻波特性

巴伦(Balun)通常用于实现同轴线、微带线等不平衡结构到槽线等平衡馈电的转换，宽带 LTSA 天线电气性能指标的实现很大程度上依赖于宽带平衡到不平衡转换(巴伦)的设计。在实际应用中，常用印刷电路板 Y 型转换(如微带-槽线转换)，但需连接印制板两面，实现难度较大。除微带-槽线转换外，还有多种实现不平衡到平衡馈电的方法，然而桥型巴伦会额外影响方向图，因此本章 LTSA 天线不适用桥型巴伦。结合宽带天线具体形式，可采用图 2.6.13 所示的巴伦，其通过同轴线外导体逐渐剥落的方式实现转换，带宽可达 100∶1，但通常需多次实验调试，且设计频率较低时需较长过渡段，技术性能指标取决于加工工艺，按此组成的宽带天线具体形式如图 2.6.14 所示。

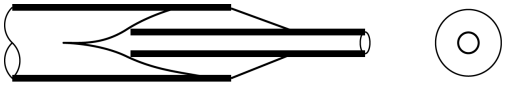


图 2.6.13　外导体逐渐剥离的同轴线转换

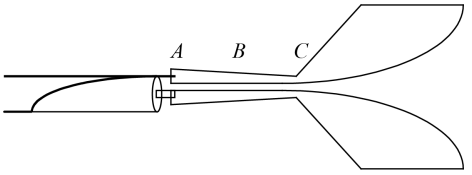


图 2.6.14　Vivaldi 天线整体结构

本章知识点

本章讲述的内容主要包括：等效原理及应用；电磁场问题的解析解及适用范围；电磁场问题的数值解及适用范围；全波分析微波及天线问题的吸收边界设定；数值计算时激励源设定；矩量法求解天线过程；时域有限差分算法求解天线传输和辐射问题过程。

本章习题

1. 简述巴比涅原理，并思考：在无限大金属板上有规律开缝隙组成的缝隙阵列天线，对其分析时采用巴比涅原理计算得到的是等效电流还是磁流？如果是等效电流或者磁流，对于最终结果有无影响？为什么？

2. 对于一个复杂的天线，甲采用曲面 1 包绕了天线口面，并计算获得了表面电流和表面磁流，乙采用曲面 2 同样包绕了天线口面，并计算获得了表面电流和表面磁流：各自的表面电流和磁流是否一致？最终天线的辐射场是否一致？

3. 解释矩量法的核心思想，说明基函数和权函数的选择对计算精度和效率的影响，比较点匹配法与伽略金法的差异。

4. 比较 FDTD 与频域方法(如有限元法、矩量法)在天线分析中的应用差异，分析 FDTD 在处理超宽带天线和瞬态辐射问题时的优势。

5. 采用有限元法分析天线时，求解域被划分为 N=1000 个四面体单元，每个单元节点数为 4，试求系统矩阵的阶数(假设节点总数为 M，每节点自由度为 3，系统矩阵阶数为 $3M$，近似取每个节点平均被 6 个单元共享)。

6. FDTD 计算天线问题，该天线工作频率为 10GHz，如果采用均匀网格，x、y、z 三个方向网格大小分别为 0.5mm、0.5mm 和 1mm，那么时间步长是多少？对于有一定金属厚度的天线来说，金属壁的切向电场是多少？对于天线结构中存在介质的部分，由 FDTD 公式判断其“蛙跳”步进和真空步进是否有区别？如有区别是否会影响波在其中传播速度？

7. 利用巴比涅原理，已知某金属贴片天线在自由空间中的输入阻抗 Z_a=100+j20Ω，其互补缝隙天线周围为理想导电平面，试求缝隙天线的输入阻抗 Z_s(其中，自由空间波阻抗 η_0=377Ω，巴比涅原理满足 $Z_aZ_s=377^2/4$)。