

循环程序设计

算法的某部分需要反复执行多次时,用循环程序描述。一般来讲,循环程序分成两类:

- (1) 先判断条件的循环;
- (2) 后判断条件的循环。

一般程序设计语言有 3 种不同的重复性语句(repetitive-statement),它们是:

- while 语句——先判断条件的循环;
- do 语句——后判断条件的循环;
- for 语句——也是先判断条件的循环。

掌握和使用一种重复性语句应该弄清:

- (1) 重复执行部分(称为“循环体”)是什么?
- (2) 循环控制方式是什么?
- (3) 循环控制条件是什么?

1. 先判断条件的循环

先判断条件的循环一般使用 while 语句和 for 语句描述。

使用 while 语句描述的循环结构的流程图如图 3.1 所示,其 PAD 如图 3.2 所示。

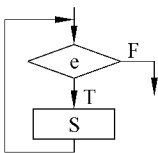


图 3.1 while 语句的流程图

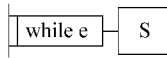


图 3.2 while 语句的 PAD

其中:

- e 是一个布尔型表达式,是循环控制条件,起控制循环继续进行或结束作用。
- while 是保留字,起引导 while 语句作用。
- S 是一个语句,是需要重复执行的部分,即 while 的循环体。

执行步骤:

- (1) 计算 e 值;
- (2) 若 e 值为 true 则转向(3),否则转向(5);
- (3) 执行语句 S;
- (4) 转向(1);

(5) while 语句执行结束,向后执行其后继语句。

显然先判断条件循环的循环体 S 有可能一次也执行不到。

for 语句是 while 语句的一种简写方式,最常被用于描述循环次数已知的循环。使用 for 语句描述的循环结构的流程图如图 3.3 所示,其 PAD 表示如图 3.4 所示。

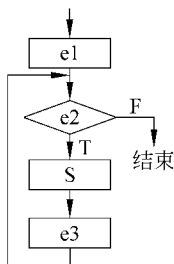


图 3.3 for 语句的流程图

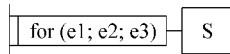


图 3.4 for 语句的 PAD 图

其中:

- for 是保留字,表明 for 语句开始。
- S 是一个语句,是 for 循环的循环体。
- e1、e2、e3 都是表达式,一般情况下,它们可以是任意表达式。但是,这 3 个表达式在 for 语句中起循环控制作用,它们分担的角色分别是:
 - e1 称初值表达式,经常用于设置该循环开始时的一些初始值;
 - e2 称终值表达式,一般为布尔类型,是循环控制条件,经常用于控制循环结束;
 - e3 称增量表达式,经常用于每次执行循环体后对循环控制条件的修正。

执行步骤是:

- (1) 计算表达式 e1 值;
- (2) 计算表达式 e2 值;
- (3) 若 e2 为 true 则转向(4),否则转向(7);
- (4) 执行语句 S;
- (5) 计算表达式 e3;
- (6) 转向(2);
- (7) for 语句执行结束,向后执行其后继语句。

显然在执行语句 S 和计算表达式 e3 的过程中,一定有改变表达式 e2 值的操作。

2. 后判断条件的循环程序设计

后判断条件的循环一般使用 do 语句描述。

使用 do 语句描述的循环结构的流程图如图 3.5 表示,其 PAD 表示如图 3.6 所示。

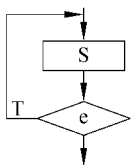


图 3.5 do 语句的流程图

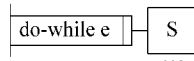


图 3.6 do 语句的 PAD 图

其中:

- e 是布尔型表达式,是循环控制条件,起控制循环继续进行或结束作用。
- `do` 和 `while` 是两个保留字,起引导和分隔作用,指明此语句是 `do` 循环语句。
- S 是一个语句,是重复执行部分,构成循环体。

执行步骤是:

- (1) 执行语句 S ;
- (2) 计算表达式 e 的值;
- (3) 若 e 值为 `true`,则转向(1),否则转向(4);
- (4) `do` 语句执行结束,向后执行其后继语句。

显然循环体 S 起码被执行一次。并且,在 S 中一定包含改变 e 值的操作。

3.1 基本练习

1. 编写程序,读入 N 和 N 个数,顺序输出所有的数及其序号。
2. 写一段程序读入一个正整数 N ,输出整数 1 到 N 的总和。
3. 计算 $n! = 1 * 2 * 3 * 4 * \dots * n$ 。
4. 计算级数: $s = 12 + 32 + 52 + 72 + \dots + 192$ 。
5. 编写程序输入一个整数,按如下方式显示该整数。

第一行 所有数字;

第二行 除第一个数字外的所有数字;

第三行 除第一、二个数字外的所有数字;

⋮

最后一行 最后一个数字(个位数字)。

例如,输入 5678,将输出

5678

678

78

8

6. 编写程序,10 个一行,打印数字 0~9、字母 A~Z、a~z 的 ASCII 码。
7. 数字 9 具有如下性质:

$$0 * 9 + 1 = 1$$

$$1 * 9 + 2 = 11$$

$$12 * 9 + 3 = 111$$

$$123 * 9 + 4 = 1111$$

⋮

$$123456789 * 9 + 10 = 1111111111$$

编写程序,打印该表。

8. 编写程序,求一个等差级数,该级数前 4 项之和为 26,积为 880。

9. 编写程序,输入物理课的若干个同学的成绩,以“-1”结束,求平均成绩并输出。
10. 写一段程序读入一个正整数 N ,输出整数 1 到 N 的平方和,即 $1+4+\cdots+N*N$ 。
11. 求 1000 以内可以被 3 整除的所有整数的积,并打印。
12. 编写程序,读入 N ,输出立方小于 N 的最大整数。
13. 编一个程序,计算所有小于 n 的完全平方数之和。
14. 编写程序,读入 N 和 N 个数,输出两个最大数的正的差值。
15. 若投资 S ,每年利率为 I ,编写程序求第 Y 年资金总额 M ,公式为 $M=S*(1+I)^Y$ 。
16. 考察当前银行各种期限的储蓄利率,写一个函数,计算在给定时间段内(例如,10 年、8 年、10.5 年……)固定数目的金钱怎样分段储蓄收益最大。
17. 编写程序求向量内积。由终端输入两个 n 维向量 X,Y ,计算其内积 XY 。
18. 编写一个程序,计算 $f(x,n)=x^n$ 。
19. 编写一个程序,计算 $f(N)=R_1!+R_2!+\cdots+R_n!$ 。其中 $N=R_1R_2\cdots R_n$ 。例如, $f(12)=1!+2!$ 。
20. 编写程序,判断任意给定的两个整数是否互质。
21. 编写程序,打印所有小于 100 且可以被 11 整除的自然数。
22. 编写程序,打印所有个位数为 6 且能被 3 整除的 5 位数。
23. 编写程序,找一个 4 位的完全平方数 $AABB, A \neq B$ 。
24. 编写程序,找一个 4 位的完全平方数 $ABCD$,且 $AB、CD$ 也都是完全平方数。
25. 编写程序,分别用 for 和 while 循环实现顺序输出
 $1^2、4^2、7^2、10^2、\cdots、22^2$
26. 在十进制中,数 40001 可以被 221 整除。编程序确定,在五、六、七、八、九进制中,数 40001 是否可以被 221 整除。
27. 输入 n 组数 $a_1、b_1、c_1、a_2、b_2、c_2$,它们分别为 n 个方程组

$$\begin{aligned} a_1X + b_1Y &= c_1 \\ a_2X + b_2Y &= c_2 \end{aligned}$$
 的系数。编写程序,解这 n 个方程组。
28. 编写程序,读入一系列成对的数。每对数代表一个分数(分子,分母)。求这些分数的最简分数形式的和,并以相同形式输出。
29. 编写程序,读入 3 个整数 $M、N、P$,对所有 $1 \leq x \leq M$ 且 $1 \leq y \leq N$,计算并输出下式的值。
 $(x \times y) \text{ 模 } P$
30. 编写程序,输入整数 N 、某非空集合的 N 个元素。求该集合的最大元素和该集合所有元素的平均值。
31. 输入 N 组数,每组 8 个。编写程序,输出这 N 组数,每组中前 4 个数按升序排列,后 4 个数按降序排列。
32. 编写程序,输入 100 个整数,输出第二、第三、第四大的数和第二、第三、第四小的数。
33. 编一个程序,输入数字字符 c 和整数 n ,求下式的值。

$$S_n = c + cc + ccc + \cdots + \overbrace{ccc \cdots c}^{n \text{ 个 } c}$$

$ccc \cdots c$ 是由数字 c 组成的整数。

34. 编一个程序,求给定句子中最长单词的长度。
35. 编写程序,输入一个以句点结束的英文句子,输出超过 6 个字母长的词所占的比率。
36. 编写程序,输入以“#”为结束符的正文,统计文中空格、非空格字符的个数。
37. 编写程序,判断两个字符串 str1 和 str2 是否相等,相等则返回真,否则返回假。
38. 输入一个文本片断包括很多用“。”或“!”或“?”结束的句子。当最后一个句子结束时加上字符“*”。编写程序,输出每个句子的长度(用字数计量),以及它和平均长度的偏差。
39. 一行数据包括由时间决定的一列字符,在这列字符中有带括号的子串。写程序读入数据,输出这段数据时忽略掉带括号的子串。例如
- 输入 ABC(DEF)HIJ
- 输出 ABCHIJ
40. 编写程序,当输入数值月份时,显示相应英文月份名称。例如,当输入 1 时输出 January,当输入 5 时输出 May 等。
41. 已知 1899 年 12 月 31 日是星期一。编写程序,输入 1900 年以后的任意一天的日期,以英文形式输出这一天是星期几。
42. 某年 yy 是闰年的条件是:yy 能被 4 整除,但不能被 100 整除;或 yy 能被 400 整除。编写程序,输入一个年份,求该年以后的 n 个闰年。
43. 父亲 30 岁,儿子 6 岁。编写程序求多少年后,父亲年龄是儿子的两倍。
44. 编写程序,统计以 100 为结束符的整数输入流中-1、0、+1 的出现次数并将其输出。
45. 编写程序,判断给定字符序列中(与),[与],{与}是否配对(个数相等)。
46. 编写程序,输入多项式

$$A_n X^n + A_{n-1} X^{n-1} + \cdots + A_2 X^2 + A_1 X + A_0$$

的幂次 n、系数 A_n 、 A_{n-1} 、 $\cdots$ 、 A_2 、 A_1 、 A_0 以及未知数 X 的值,计算多项式的值。

47. 编一个程序求:

(1) $1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n}$ (调和级数前 n 项和)

(2) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$

(3) $\sum_{i=1}^{100} \frac{1}{i^2}$

(4) $e = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i!}$ (自然对数底 e)

(5) $x = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \cdots$

(6) $\sum_{i=1}^{100} \frac{1}{i!^2}$

(7) $1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \left(\frac{1}{4}\right)^4 + \left(\frac{1}{5}\right)^5 + \cdots$

(8) $\frac{2}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{5} \times \frac{6}{7} \times \frac{8}{7} \times \frac{8}{9} \times \cdots$

$$(9) \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right)$$

48. 编写程序,对如下公式读入 n 和 x ,输出序列的前 n 项和至余项小于 10^{-8} 。

$$(1) f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{3} + \frac{x^6}{4} + \cdots$$

$$(2) f(x) = \frac{x}{1+x^2} \left(1 + \frac{2}{3} \times \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{2 \times 4}{3 \times 5} \times \frac{x^4}{(1+x^2)^2} + \frac{2 \times 4 \times 6}{3 \times 5 \times 7} \times \frac{x^6}{(1+x^2)^3} + \cdots\right)$$

$$(3) \log_e x = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} \cdots (-1 < x \leq 1)$$

$$(4) e^x = \frac{x^0}{0!} + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots (\text{分 } 0 < x < 1, x < 0, x > 1 \text{ 三种情况})$$

49. 编写程序,针对如下公式,读入 n 和 x ,输出序列的前 n 项和直到余项小于 10^{-8} 。

$$(1) \sin x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots$$

$$(2) \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} \cdots$$

$$(3) \arcsin x = x + \frac{1}{2 \cdot 3} x^3 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} x^5 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} x^7 + \cdots$$

$$+ \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2(2n+1)} x^{2n+1} + \cdots$$

$$(4) \arccos x = \frac{\pi}{2} - x - \frac{1}{2 \cdot 3} x^3 - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} x^5 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} x^7 - \cdots$$

$$- \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2(2n+1)} x^{2n+1} - \cdots$$

50. 编写程序,对如下公式读入 n 和 x ,输出序列的前 n 项和直到余项小于 10^{-8} 。

$$(1) \operatorname{sh}(x) = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \cdots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \cdots$$

$$(2) \operatorname{ch}(x) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \cdots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \cdots$$

$$(3) \operatorname{arsh}(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) = x - \frac{1}{2 \cdot 3} x^3 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} x^5 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} x^7 + \cdots$$

$$+ (-1)^n \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2(2n+1)} x^{2n+1} + \cdots \quad (|x| < 1)$$

$$(4) \operatorname{arsh}(x) = \ln 2x + \frac{1}{2 \cdot 2x^2} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 4x^4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6x^6} - \cdots$$

$$+ (-1)^{n+1} \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2(2n)x^{2n}} + \cdots \quad (|x| > 1)$$

$$(5) \operatorname{arch}(x) = \pm \left[\ln 2x - \frac{1}{2 \cdot 2x^2} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 4x^4} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6x^6} - \cdots \right.$$

$$\left. - \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2(2n)x^{2n}} - \cdots \right] \quad (|x| > 1)$$

$$(6) \operatorname{arth}(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \cdots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)} + \cdots \quad (|x| < 1)$$

$$(7) \operatorname{arcth}(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1} = \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \frac{1}{7x^7} + \cdots + \frac{1}{(2n+1)x^{2n+1}} + \cdots \quad (|x| > 1)$$

51. 分别用如下展开式计算圆周率 π 到 10^{-5} 精度, 并选出收敛最快的展开式。

$$(1) \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \cdots \quad (\text{格里高里展开式})$$

$$(2) \frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \cdots \cdot \frac{2n}{2n-1} \cdot \frac{2n}{2n+1} \cdots$$

$$(3) \frac{\pi^2}{6} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

$$(4) \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right) \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\right) \frac{1}{5} \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6}\right) \frac{1}{7} \left(\frac{1}{2}\right)^7 + \cdots$$

52. 编写程序, 输入任意正整数 N , 求数列

$$a_k = \frac{1}{k(k+1)}$$

前 N 项和。

53. 编写程序, 对给定的自然数 n , 验证尼科梅切斯(Nicomachus)定理。任意自然数 n 的立方(n^3)都可以分解成 n 个奇数之和, 且这 n 个奇数中最大的一个在奇数序列中序号为:

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

54. 编写程序, 当 $x=1.0, 2.0, \cdots, 20.0$ 时, 计算如下函数到 10 层嵌套。

$$F(x) = 1 + 1/(1 + 1/(1 + 1/(1 + \cdots + 1/(1 + 1/x) \cdots)))$$

55. 编写程序, 输入任意正整数, 把它分解成质因数乘积。例如, $60 = 2 * 2 * 3 * 5$ 。

56. 在体操比赛中, N 个裁判每人给个成绩。运动员的最后成绩是, 去掉一个最高分和一个最低分, 剩余成绩取平均值。编写程序, 输入 N 和 N 个成绩, 输出运动员的最后成绩。

57. 已知 1 米 = 39.37 英寸、12 英寸 = 1 英尺。编写程序, 输出从 5.0 米到 10.0 米, 以 0.2 米为步长的换算表。例如

米 英尺 英寸

$$5.0 = 16 + 5$$

$$5.2 = 17 + 1$$

58. 某厂鼓励员工节省能源建立一个表, 显示今年和去年每个月消耗的能源以及同期消耗的增长率。例如

月份	今年	去年	%增长
1	300	250	20
2	450	500	-10
⋮	⋮	⋮	⋮

编写程序, 读入两年每月消耗的能源数, 输出如上的表。

59. 编写程序, 打印如下形式的 0.0~9.9 之间的平方根表。

√	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.0										
1.0										
2.0										
⋮										
9.0										

60. 某大学要学生学习 10 个单元的内容,若其中 9 个单元达到 60% 以上,则通过。编写程序,读入每个学生的学号和 10 个单元的百分比,输出所有通过学生的学号。学号为 6 个数字(如 801234),当输入学号为 999999 时结束。
61. 某旅客最早能到达出发火车站的时间为 t ,他能忍受的最长的旅行时间为 m ,该站发往他的目的地有 N 趟火车。编写程序,读入 t 、 m 、 N 和 N 趟火车的出发时间、到达该旅客目的地的时间,求最适合他的火车的出发时间。
62. 编写程序,输入一个整数,判断它是否是素数。
63. 编写程序,打印 100 以内的素数。
64. 编写程序,输入正整数,输出它的素因数及每个素因数的个数。例如,输入 980,输出

素因子	个数
2	2
5	1
7	2

65. 分别找到使下述表达式结果不是素数的最小 n 。
- (1) $n^2 - n + 41$
- (2) $n^2 - 79n + 1601$
66. 编写程序,读入两个正整数 A 和 B ,输出 A 到 B 范围内的孪生素数。若两个素数之差为 2,则称孪生素数,例如(3、5),(11、13)等。
67. Hardy 和 Littlewood 于 1923 年猜想小于 n 的孪生素数数量为:

$$\frac{1.32n}{\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}\right)^2}$$

编写程序,对 $n=100,500,1000,1500,2000$ 制表验证该猜想。

68. 编写程序,求 10 个连续的自然数,要求该 10 个数全部为合数。
69. 编写程序,生成一个勾股(Pythagorean)三角形,要求两个短边(而不是斜边)的长度都小于 30。
70. 一个长方体的长、宽、高各为整数 a 、 b 、 c 。编写程序,输入 a 、 b 、 c ,求使用多少个这样的长方体可以组合成一个立方体。
71. 编写程序,输出一个 6 位完全平方数,它的前 3 位和后 3 位分别都是连续数。
72. 斐波纳契序列问题。
- (1) 有一对小兔子,出生一个月后变成大兔子开始怀孕;
- (2) 两个月后,生出一对小兔子,这时共有两对兔子(一对大兔子,一对小兔子),同时大

兔子又再次怀孕；

(3) 3 个月后,以前出生的小兔子变成大兔子,以前怀孕的大兔子又生出一对小兔子,这时共有 3 对兔子(两对大兔子,一对小兔子),所有大兔子又全部怀孕;

(4) 4 个月后,以前出生的小兔子变成大兔子,以前怀孕的大兔子又各生出一对小兔子,这时共有 5 对兔子(3 对大兔子,两对小兔子),所有大兔子又全部怀孕;

(5) 5 个月后,以前出生的小兔子变成大兔子,以前怀孕的大兔子又各生出一对小兔子,这时共有 8 对兔子(5 对大兔子,3 对小兔子),所有大兔子又全部怀孕;

⋮

假设在兔子的生养过程中没有死亡。编写程序,输入 n , 计算 n 个月后,有多少对兔子并输出。

73. 编写程序,读入一个整数 N ,判断它是否是斐波纳契序列(Fibonacci)的一项。

74. 计算斐波纳契级数(Fibonacci)的连续项间的比率(f_{k-1}/f_k),直到比率小于 0.0001 时输出最后的两项及其比率。

75. 编写程序,分别产生并输出斐波纳契序列(Fibonacci)的 3、4、5、15 的倍数项,并找到这些数列的规律。

76. 编写程序,读入 N ,输出第 N 对 Eudoxus'数,Eudoxus'数定义为:

$$x_0 = y_0 = 1$$

$$x_r = y_r + y_{r-1}$$

$$y_r = x_{r-1} + y_{r-1}$$

77. 编写程序,输出如下序列的前 100 项。该序列的第一项为 0,第二项为 1,以后的奇数项为其前两项之和,偶数项为其前两项之差。

78. n 从 1 到 100,比较斐波纳契序列中以下值的特点。

(1) $f_1 + f_3 + \cdots + f_{2n-1}$ 和 f_{2n}

(2) $f_2 + f_4 + \cdots + f_{2n}$ 和 f_{2n+1}

(3) $f_n^2 + f_{n+1}^2$ 和 f_{2n+1}

79. 设归纳定义的函数 f 如下

$$f(1) = 1$$

$$f(2n) = f(n)$$

$$f(2n+1) = f(n) + f(n+1)$$

编写程序,输入一个正整数 N ,输出 $f(N)$ 。

80. 已知序列的前 3 项为 0、0、1,以后每项是其前 3 项之和。编写程序,从值大于 50 的那项开始打印,直到值大于 1000 或第 60 项为止。

81. 编写程序,输入一个浮点数 F 和一个正整数 n ,输出舍入的保留 n 位小数的 F 。

82. 编写程序,用迭代法解方程

$$2X^3 + 0.5X^2 - X + 0.093 = 0$$

83. 若 α 是 $\sqrt{x}$ 的一个近似值,则

$$\beta = \frac{\alpha + \frac{x}{\alpha}}{2}$$

是一个更好的近似值。编写程序,读入一组以-1为结束标记的正整数,计算每个数的平方根,精确到所用计算机能允许的最大精确度。

84. 若 α 是 $\sqrt[3]{x}$ 的一个近似值,则

$$\beta = \frac{2\alpha + \frac{x}{\alpha^2}}{3}$$

是一个更好的近似值。写程序读入 N 和 P , 输出 N 的立方根, 准确到小数点后 P 位。

85. 编写程序,输入一组数 $z_1, z_2, \dots, z_n$, 并计算这组数的偏差值

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\bar{y} - y_i)^2}$$

其中

$$y_i = \max\{1 + \cos^2 z_i, 1 + \sin^2 z_i\} \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$$

86. 编写程序,输入 N 和 N 个数字 $X_1, \dots, X_N$, 计算这 N 个数的方差

$$V = \frac{1}{N-1} \left(\sum_i^N X_i^2 - 2X \sum_i^N X_i + NX^2 \right)$$

X 是这 N 个数的平均值。

87. 从 n 个物体中选出 r 个的方法有如下多种

$$C_n^r = \frac{n!}{(n-r)! \times r!}$$

编写程序读入 n 和 r , 输出 C_n^r 。

88. 切比雪夫(Chebyshev)多项式如下定义。编写程序,读入正整数 i 并且计算 $T_i(x)$ 。

$$T_n(x) = \begin{cases} 1 & \text{当 } n = 0 \\ x & \text{当 } n = 1 \\ 2xT_{n-1} - T_{n-2} & \text{当 } n > 1 \end{cases}$$

89. 编一个程序,计算勒让德(Legendre)多项式的第 n 项。

$$P_n(x) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ x & n = 1 \\ \frac{2n-1}{n} * x * P_{n-1}(x) - \frac{n-1}{n} * P_{n-2}(x) & n > 1 \end{cases}$$

90. 求使等式

$$1^n + 6^n + 7^n + 17^n + 18^n + 23^n = 2^n + 3^n + 11^n + 13^n + 21^n + 22^n$$

不成立的最小 n 值。

91. 对于 k 从 2 到 12, 求使等式

$$\begin{aligned} & (1+k)^n + (6+k)^n + (7+k)^n + (17+k)^n + (18+k)^n + (23+k)^n \\ & = (2+k)^n + (3+k)^n + (11+k)^n + (13+k)^n + (21+k)^n + (22+k)^n \end{aligned}$$

不成立的最小 n 值。编写程序,输出每个 k 和对应的 n 。

92. 在 n 个收藏品中有同样物品的小组 m 个, 小组 i 有 S_i 个成员, 则 n 个物体的排列数是