

# 1 静力学公理和物体的受力分析

## 内容提要

静力学基本概念和公理是从长期的生产实践和科学实验中总结出来的,是研究力系简化和平衡的基础。本章将介绍静力学中的一些基本概念和静力学公理,对工程中常用的约束与约束力进行分析,总结物体的受力分析方法和受力图的画法。

## 1.1 基本概念

(1) 力:是物体间相互的机械作用,这种作用使物体的机械运动状态发生变化。力使物体的运动状态或形状尺寸发生改变。改变物体形状、状态或尺寸的效应称为内效应,也称变形效应,而使物体的运动状态发生改变的效应称为外效应,也称运动效应。力的作用效果取决于力的三要素,即力的大小、方向和作用点。力是矢量,常用粗体字母  $\boldsymbol{F}$  表示。力的国际单位是牛顿(N)。

(2) 刚体:在任意外力作用下,大小和形状保持不变的物体,称为刚体。特征是刚体内任意两点的距离始终保持不变。在静力学部分,把所讨论的物体都看做是刚体。刚体是实际受力物体的理想抽象,是一种理想化的力学模型。实际的物体在力的作用下,都会产生不同程度的变形。但是,如果物体的变形很小,且不影响所研究问题的实质,就可以忽略变形,把物体视为刚体。在静力学中,所研究的物体只限于刚体,故又称为刚体静力学,它是研究变形体力学(材料力学、结构力学)的重要基础。

(3) 平衡:指物体相对于地面保持静止或匀速直线运动的状态,平衡是机械运动的一种特殊形式。例如:静止在地面上的房屋、桥梁、水坝等建筑物,在直线轨道上匀速运动的火车等物体,都处于平衡状态。但运动是物体的固有属性,是绝对的,物体的平衡是相对的、暂时的,是相对于所选参考系而言的。

(4) 力系:作用在物体上的一群力,记为  $(\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \dots, \boldsymbol{F}_n)$ 。

(5) 等效力系:若两个力系对物体的效应完全相同,则称这两个力系为等效力系。等效的两个力系可以相互代替,称为力系的等效替换。

(6) 力系的简化:用一个简单的力系等效替换一个复杂的力系。

(7) 合力:一个力的作用效应同一个力系的作用效应相同。

(8) 平衡力系:使物体处于平衡状态的力系。

## 1.2 静力学公理

静力学基本公理是人类在长期的生产和生活实践中,经过反复观察和实验总结出来的普遍规律。它阐述了力的一些基本性质,是静力学部分的基础。

### 公理 1 二力平衡原理

作用在刚体上的两个力(如  $F_1$  与  $F_2$ ),使刚体保持平衡的充分必要条件是:这两个力大小相等、方向相反,且作用在一条直线上。

这个公理总结了作用于刚体上的最简单的力系平衡时所必须满足的条件。对于刚体,这个条件既是必要的又是充分的,但对于变形体,这个条件是不充分的。如软绳受大小相等、方向相反的两个拉力作用时可以平衡,但如果变成压力,则不能平衡。

应用此公理,可进行简单的受力分析。构件  $AB$  在  $A$ 、 $B$  点各受一力而平衡,则此二力的作用线必定在  $AB$  的连线上,像这种受两力而平衡的构件,称为二力构件(二力杆)。在土建结构和机械连接中,经常遇到二力构件。例如,矿井巷道支护的三铰拱,如图 1-1 所示,忽略  $BC$  部分的自重,就可以把  $BC$  部分看成是二力构件。

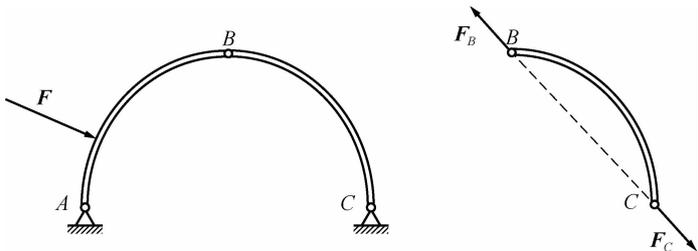


图 1-1

### 公理 2 加减平衡力系原理

在作用于刚体的已知力系中加上或减去任何平衡力系,并不改变原力系对刚体的效应。这个公理对于研究力系的简化很重要,它只适合于刚体,不适合于变形体。对于变形体,虽然不改变整个物体的运动状态,但将影响物体的变形。

根据上述公理可得到如下推论。

#### 推论 1 力的可传性

作用于刚体上的力可沿其作用线移至同一刚体内任意一点,并不改变其对于刚体的作用效果。

**证明:**在刚体上的点  $A$  作用力  $F$ ,如图 1-2(a)所示。根据加减平衡力系原理,可在力的作用线上任取一点  $B$ ,并加上两个相互平衡的力  $F_1$  和  $F_2$ ,使得  $F = -F_1 = F_2$ ,如图 1-2(b)所示。由于力  $F$  和  $F_1$  也是一个平衡力系,故可除去,这样只剩下一个力  $F_2$ ,如图 1-2(c)所示,即原来的力沿其作用线移到了点  $B$ 。

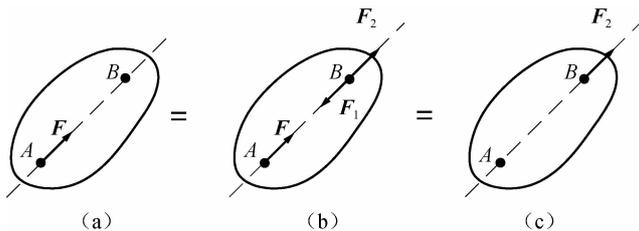


图 1-2

由推论 1 可知:对于刚体来说,作用点并不重要,对力的作用效应有影响的是力的作用线,因而,对刚体来说,力的三要素是大小、方向和作用线。

作用于刚体的力可以沿着其作用线移动,这种矢量称为滑动矢量。

### 推论 2 三力平衡汇交定理

当刚体受三力作用而平衡时,若其中两力作用线相交于一点,则第三力作用线必通过两力作用线的交点,且三力的作用线在同一平面内。

**证明:**如图 1-3 所示,在刚体的 A、B、C 三点上,分别作用三个相互平衡的力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 。根据力的可传性,将力  $F_1$  和  $F_2$  移到汇交点 O,然后根据力的平行四边形法则,得到合力  $F_{12}$ ,则力  $F_3$  应与  $F_{12}$  平衡。由于两个力平衡必须共线,所以力  $F_3$  必定与力  $F_1$  和  $F_2$  共面,且通过力  $F_1$  与  $F_2$  的交点 O。于是定理得证。

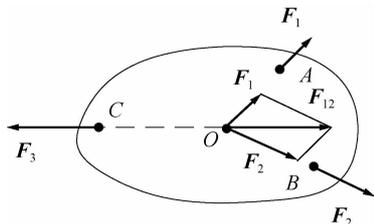


图 1-3

### 公理 3 力的平行四边形法则

作用于物体上某一点的两力,可以合成为一个合力,合力也作用于该点上,合力的大小和方向可由以这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线确定,如图 1-4(a)所示。或者说,合力等于原来两个力的矢量和,即  $F_R = F_1 + F_2$

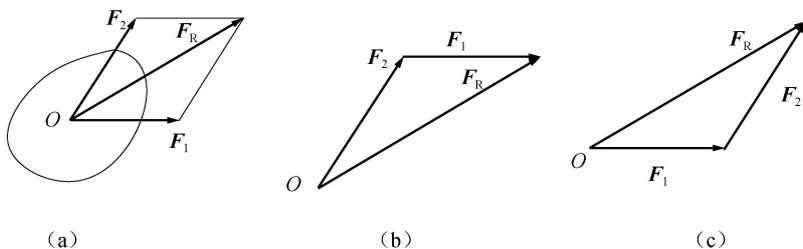


图 1-4

用作图的方法求合力时,可由任一点起,顺次画出矢量  $F_1$ 、 $F_2$ ,连接起点与终点得到一个力的三角形,如图 1-4(b)、(c)所示,第三边  $F_R$  即为合力矢,合力的作用点仍在汇交点。这种求合力的方法称为力的三角形法则。

力的平行四边形法则表明了最简单力系的简化规律,是研究力系简化的重要理论依据。

### 公理 4 作用力与反作用力定律

两物体间的相互作用力总是大小相等、方向相反,沿同一直线,分别作用在两个物体上。公理 4 指出,力总是成对出现的,有作用力必有一个反作用力,但分别作用在两个不同的物体上,因此不是一对平衡力。这一公理对刚体或变形体都是适用的。

### 公理 5 刚化原理

若将处于平衡状态的变形体刚化为刚体,则平衡状态保持不变。如图 1-5 所示,软绳在等值、反向、共线的两个拉力作用下处于平衡,若将此软绳刚化为刚体,则其平衡状态保持不变。软绳在等值、反向、共线的两个压力作用下不能平衡,这时就不能将软绳刚化为刚体。

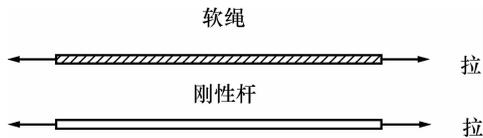


图 1-5

刚化原理提供了把变形体看做为刚体的条件。若变形体处于平衡状态,则作用其上的力系一定满足刚体静力学的平衡条件。在刚体静力学的基础上,考虑变形体的特性,可进一步研究变形体的平衡问题。此公理说明,刚体的平衡条件是变形体平衡的必要条件。

静力学公理是人类经过长期的缜密观察和经验积累而得到的关于力的基本性质。这些性质是人们在长期的生产实践中,经过实践、认识、再实践、再认识,这样反复的循环,总结、概括、归纳出的基本原理,不能用更简单的原理去代替,而且无需证明而为大家公认并可作为证明中的论据,是静力学全部理论的基础。

### 1.3 约束和约束力

前面曾经提到,力是物体间相互的机械作用。因此,当用力学定律解决实际问题时,必须了解有关物体之间的相互接触和联系方式,从而分析它们的受力情况。可以任意运动(获得任意位置)的物体称为自由体,如空中飞行的火箭、飞机等。由于与周围物体接触,不可能发生某些方向位移的物体称为非自由体,如挂在绳子上的灯、放在桌上的书等,都是非自由体的实例。绳子和桌面等分别限制了灯、书等的运动自由,使它们不可能发生某些方向的位移。概括说来,绳子和桌面这些物体构成了按一定方式限制灯、书等的位移的条件。

从力学角度来看,约束对物体的作用实际上就是力,这种力称为约束力,因此,约束力的方向必与该约束所能够阻碍的位移方向相反。应用这个准则,可以确定约束力的方向或作用线的位置,至于约束力的大小则是未知的。在静力学问题中,约束力和物体受的其他已知力(称主动力)组成平衡力系,因此可用平衡条件求出未知的约束力。当主动力改变时,约束力一般也发生改变,因此约束力是被动的,这也是将约束力以外的力称为主动力的原因。

非自由体所受的力可分为两类:约束力及主动力,主动力有时又称为荷载,如结构物的自重、风载等。对受约束的非自由体进行受力分析时,主要的工作多是分析约束力。实际工程中的约束多种多样,甚至十分复杂,但经过简化,均可抽象成一些理想的约束模型。下面介绍几种在工程中常见的约束类型和确定约束力方向的方法。

#### 1.3.1 柔索约束

理想化的柔索柔软且不可伸长,阻碍物体沿着柔索伸长的方向运动,因而只能承受拉力的作用。工程实际中的胶带、绳索、链条等都属于这一类约束。绳索对物体的约束反力也是拉力,作用于接触点,方向背离物体,如图 1-6 所示。链条或胶带传动轮,也只能承受

拉力,对轮子的约束反力沿轮缘的切线方向,两边都产生拉力,如图 1-7 所示。

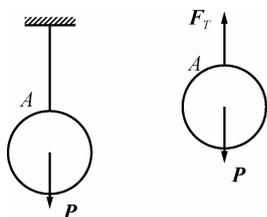


图 1-6

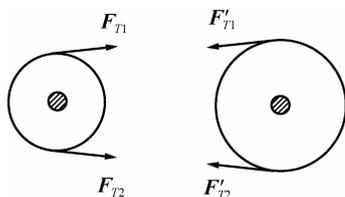


图 1-7

### 1.3.2 理想光滑面约束

当物体与约束间的接触面处于光滑状态时,则物体可以沿着接触面或离开接触面运动,但不能沿着接触面在接触点处的公法线方向朝向接触面运动。所以理想光滑面约束的约束反力作用点在接触点,方向沿接触面的公法线,并指向受力物体,称为法向反力,记为  $F_N$ ,如图 1-8 所示。

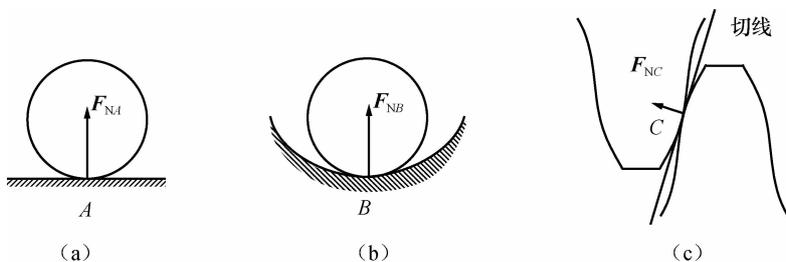


图 1-8

在桥梁、屋架等结构中经常采用滚动支座约束,这种约束是以几个圆柱形滚轮为支承结构,又称辊轴支座,如图 1-9(a)所示,其简图如图 1-9(b)所示。它可以沿支承面移动,允许由于温度变化而引起结构跨度的自由伸长或缩短。显然,滚动支座的约束性质与光滑面约束相同,其约束反力必垂直于支承面,且通过铰链中心,如图 1-9(c)所示。

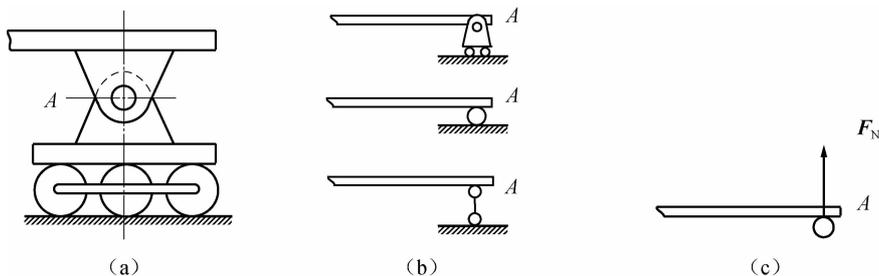


图 1-9

### 1.3.3 光滑圆柱铰链约束

圆柱铰链是工程结构和机器中经常用来连接构件或零部件的一种结构形式,它的构造是将两个构件(或零件)钻上同样大小的圆孔,并用圆柱销钉穿入圆孔将两个构件(或零件)连接起来,这种约束简称为铰链,这种约束简称为铰链。如果铰链连接中有一个固定在地面或机架上作为支座,则这种约束称为固定铰链支座,简称固定铰支。

图 1-10(a)是固定铰链支座的简化图形,支座和结构各有大小相同的孔,中间穿以销钉。分析支座的约束反力,通常把销钉和结构看做一体,若销钉和圆孔是光滑的,支座的孔阻碍销钉沿径向向外产生位移,而不能阻碍结构绕销钉轴线的相对转动。销钉与孔的接触位置随外力而变化,因而光滑铰链约束产生一个作用在垂直于销钉轴线的平面内,通过圆孔中心,方向未知的约束反力,一般以大小未知的正交分力  $F_{Ax}$ 、 $F_{Ay}$  表示,约束符号如图 1-10(b)所示。

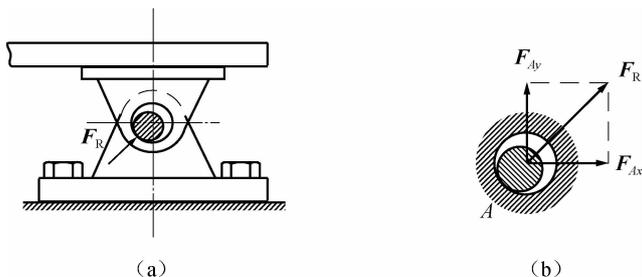


图 1-10

向心轴承(径向轴承)是机器中常见的约束,可简化为固定铰链支座,轴为被约束体,如图 1-11(a)、(b)所示。

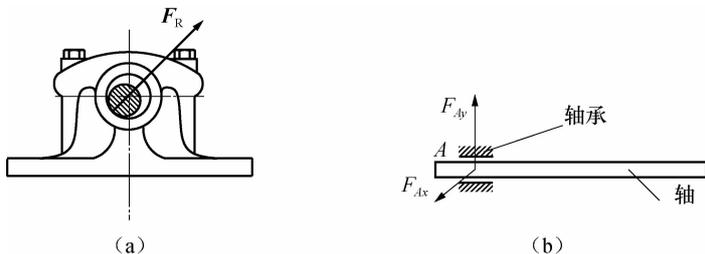


图 1-11

图 1-12 所示的拱形桥,它是由两个拱形构件通过圆柱铰链  $C$  以及固定铰链支座  $A$  和  $B$  连接而成的。在分析铰链  $C$  处的约束力时,通常把销钉  $C$  固连在其中任意一个构件上,如构件 II 上,则构件 I、II 互为约束。显然,当忽略摩擦时,构件 II 上的销钉与构件 I 的结合,实际上是轴与光滑孔的配合问题。因此,它与轴承具有同样的约束性质,即约束力的作用线不能预先定出,但约束力垂直轴线并通过铰链中心,故也可用两个大小未知的正交分力  $F_{Cx}$ 、 $F_{Cy}$  和  $F'_{Cx}$ 、 $F'_{Cy}$  来表示,如图 1-12(c)所示。其中  $F_{Cx} = -F'_{Cx}$ 、 $F_{Cy} = -F'_{Cy}$ ,表明它们互为作用与反作用力。

上述约束的具体结构虽然不同,但构成约束的性质是相同的,一般通称为铰链约束。

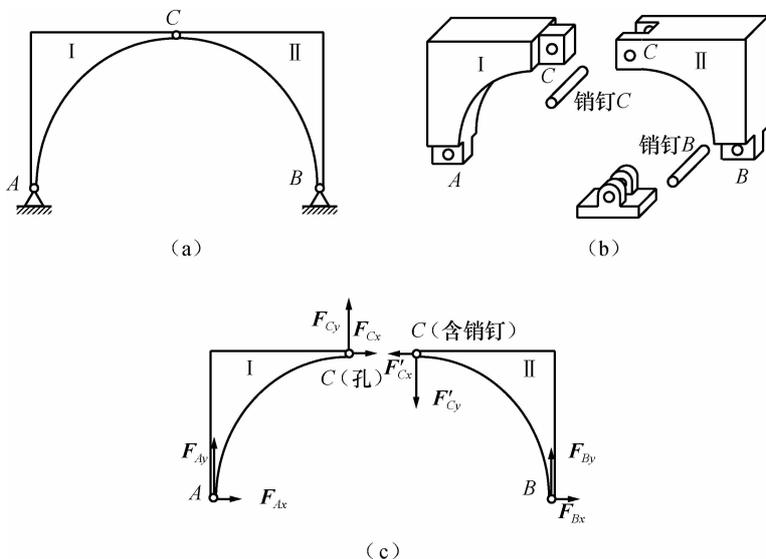


图 1-12

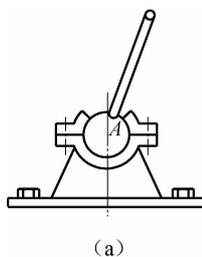
此类约束的特点是约束力一般用两个大小未知的正交分力来表示。

### 1.3.4 光滑球铰链

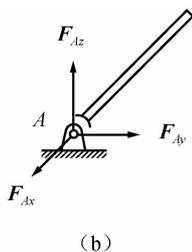
两构件通过球壳和圆球连接在一起,这种约束简称为球铰。图 1-13(a)为固定球铰约束的示意图。它使被约束件的球心不能有任何位移,但构件可绕球心在空间转动。它与刚性柱铰相似,球与球窝为点接触,此点位置随荷载方向而变化。因此,光滑球铰提供一个过球心、大小方向均未知的三维空间约束力。通常用其 3 个分矢量表示,如图 1-13(b)所示。

### 1.3.5 止推轴承

止推轴承与径向轴承不同,它除了能够限制轴的径向位移以外,还能够限制轴沿轴向的位移。因此,它比径向轴承多一个沿轴向的约束力,即其约束力有三个正交分量  $F_{Ax}$ 、 $F_{Ay}$ 、 $F_{Az}$ 。止推轴承的简图及其约束力如图 1-14 所示。



(a)



(b)

图 1-13

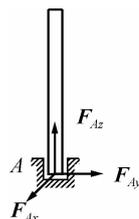


图 1-14

以上只介绍了几种简单约束,在工程中,约束的类型远不止这些,有些约束比较复杂,分析时需要加以简化或抽象,在以后的章节中,再作介绍。

## 1.4 物体的受力和受力图

研究物体的平衡或运动变化问题时,首先必须分析物体的受力情况,分析物体受了几个力、每个力的作用位置和作用方向,哪些是已知的,哪些是未知的,这个过程称为物体的受力分析。

工程实际中所遇到的几乎都是几个物体或几个构件相互联系的情况。例如,楼板搁在梁上,梁支撑在墙上,墙支撑在基础上,基础又支撑在地基上。因此,需要明确要对哪一个物体进行受力分析,即要明确研究对象。为此需将分析对象从与其相联系的周围物体中分离出来,即取分离体;约束对研究对象的作用以约束反力代替。分离体上所受的全部力包括全部的主动力和约束反力,主动力一般已知,但约束反力却需要根据约束的性质判断其作用点或作用线的方位、指向等,将它们逐一画出。这种表示研究对象(即分离体)所受的全部力的图形称为受力图。画受力图是解决力学问题的关键,是进行力学计算的依据,因此,必须认真对待,切实掌握。

### 1.4.1 单个物体的受力和受力图

画单个物体的受力图,首先要明确研究对象,弄清研究对象受到哪些约束作用,然后解除研究对象上的全部约束,单独画出该研究对象的简图,在简图上画出已知的主动力及根据约束类型在解除约束处画上相应的约束反力。必须注意,约束反力的方向一定要和被解除的约束类型相对应,不可根据主动力的方向来简单推断。

**【例题 1-1】** 屋架构造如图 1-15(a)所示。 $A$  处为固定铰链支座, $B$  处为滚动支座,放置在光滑水平面上。已知屋架自重为  $P$ ,在屋架的  $AC$  边上承受了垂直于它均匀分布的风力  $q$ (单位  $N/m$ )。试画出屋架的受力图。

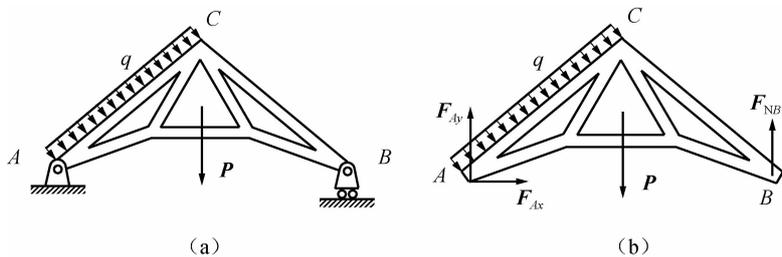


图 1-15

**【解】**

(1) 取屋架为研究对象,除去约束并画出其简图。

(2) 画主动力。有屋架的重力  $P$  和均匀分布的风荷载  $q$ 。

(3) 画约束力。因为  $A$  处为固定铰支,其约束力可用两个大小未知的正交分力  $F_{Ax}$  和  $F_{Ay}$  表示。 $B$  处为滚动支座,约束力方向竖直向上,用  $F_{NB}$  表示。

屋架的受力图如图 1-15(b)所示。

**【例题 1-2】** 自重为  $P$  的小球置于光滑面上,并用绳索系住,如图 1-16(a)所示,试画

出小球的受力图。

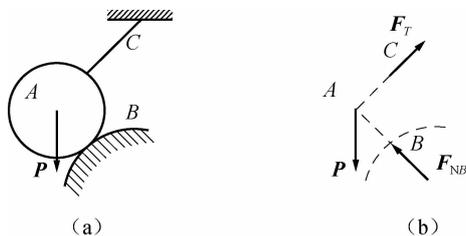


图 1-16

**【解】**

(1) 取小球为研究对象。小球受到光滑面和绳索的约束,解除约束单独画出小球。

(2) 画主动力。作用在小球上的主动力是已知重力  $P$ ,位置作用于球心,方向铅垂向下。

(3) 画约束反力。光滑面对球的约束反力  $F_{NB}$ ,通过切点  $B$ ,沿着公法线并指向球心;绳索的约束反力  $F_T$ ,作用于接触点  $C$ ,沿着绳的中心线且背离球心。小球的受力图如图 1-16(b)所示。

### 1.4.2 物体系统的受力分析和受力图

物体系统受力分析和受力图的画法,基本与单个物体的受力分析及受力图画法相同,只是研究对象可能是整个物体系统或系统中的某一部分或某一物体。画整体受力图时,只需把整体作为单个物体一样对待;画系统的某一部分或某一物体的受力图时,要注意被拆开物体的相互联系处,有相应的约束反力,并且约束反力是相互间的作用,一定要遵循作用与反作用公理。

**【例题 1-3】** 如图 1-17 所示的三铰拱桥,由左、右两拱铰接而成。不计自重及摩擦,在拱  $AC$  上作用有荷载  $F$ 。试分别画出拱  $AC$  和  $CB$  的受力图。

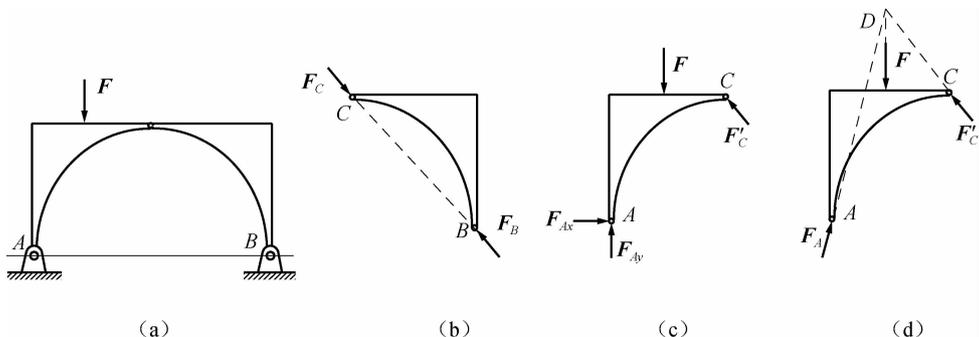


图 1-17

**【解】**

(1) 先分析拱  $CB$  的受力。由于拱  $CB$  自重不计,且只在  $B$ 、 $C$  两处受到铰链约束,因此拱  $CB$  为二力构件。在铰链中心  $B$ 、 $C$  处分别受  $F_B$ 、 $F_C$  两力的作用,且  $F_B = -F_C$ ,这两

个力的方向如图 1-17(b)所示。

(2) 取拱  $AC$  为研究对象。由于自重不计,因此主动力只有荷载  $F$ 。拱  $AC$  在铰链  $C$  处受拱  $BC$  给它的约束力  $F'_C$ ,根据作用和反作用定律, $F_C = -F'_C$ 。拱在  $A$  处受固定铰支给它的约束力  $F_A$  的作用,由于方向未定,可用两个大小未知的正交分力  $F_{Ax}$  和  $F_{Ay}$  表示。

拱  $AC$  的受力图如图 1-17(c)所示。

进一步分析可知,由于拱  $AC$  在  $F$ 、 $F'_C$  及  $F_A$  三个力作用下平衡,故可根据三力平衡汇交定理,确定铰链  $A$  处的约束力  $F_A$  的方向。点  $D$  为  $F$  和  $F'_C$  作用线的交点,当拱  $AC$  平衡时,约束力  $F_A$  的作用线必通过点  $D$ ,如图 1-17(d)所示; $F_A$  的指向,暂且假定如图,待之后由平衡条件确定。

**【例题 1-4】** 如图 1-18(a)所示结构中,杆  $AC$ 、 $BC$  和滑轮铰接在一起,一绳索绕过滑轮,一端连在杆  $BC$  的  $E$  点,另一端挂一重为  $W$  的重物  $D$ 。设绳索、滑轮、各杆自重均不计,各连接处光滑接触。试分别画出滑轮、杆  $AC$ 、 $BC$ 、重物  $D$  及整体的受力图。

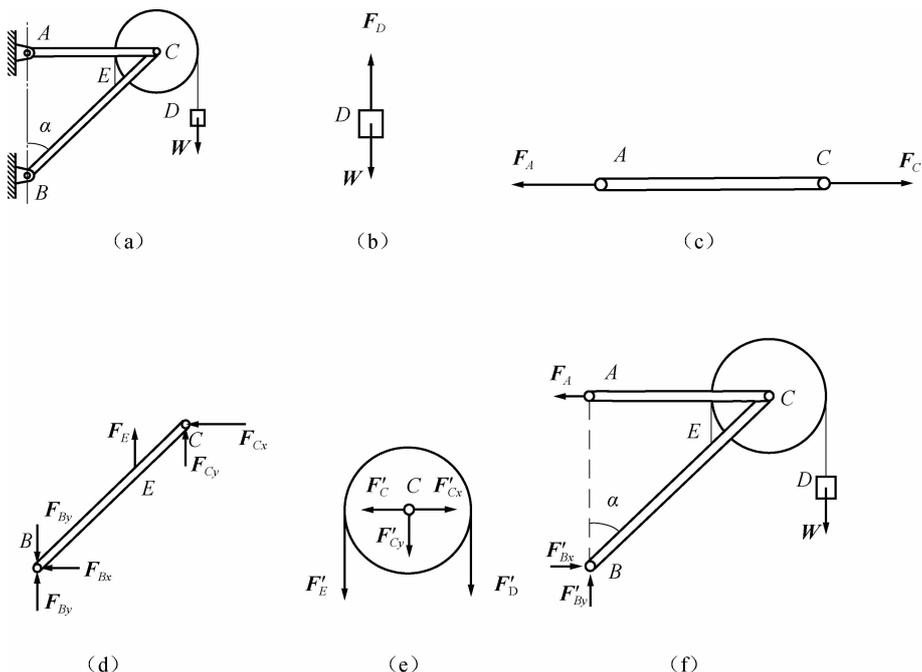


图 1-18

**【解】**

杆  $AC$ 、 $BC$  及滑轮用销钉  $C$  连接。此时,可把销钉固定在与之相连的任意构件上。

(1) 取重物  $D$  为研究对象,画其隔离体图,画上主动力  $W$  和约束反力  $F_D$ ,受力图如图 1-18(b)所示。

(2) 取杆  $AC$  为研究对象,画其隔离体图, $A$ 、 $C$  处均为铰接,则杆  $AC$  是二力构件,受力图如图 1-18(c)所示。

(3) 取杆  $BC$  为研究对象,画其隔离体图,画上约束反力,包括  $B$  处的  $F_{Bx}$  和  $F_{By}$ ,铰

链  $C$  处的  $F_{Cx}$  和  $F_{Cy}$ , 绳子拉力  $F_E$ , 受力图如图 1-18(d) 所示。

(4) 取滑轮带销钉作为研究对象, 画其隔离体图, 受到的力有: 绳子拉力  $F'_E$ 、 $F'_D$ , 杆  $BC$  对销钉的力  $F'_{Cx}$  和  $F'_{Cy}$ , 杆  $AC$  对销钉的力  $F'_C$ , 受力图如图 1-18(e) 所示。注意作用力和反作用力的表示方法。

(5) 取整体为研究对象, 画其隔离体图, 画上主动力  $W$  和约束反力  $F_A$ 、 $F_{Bx}$ 、 $F_{By}$ , 受力图如图 1-18(f) 所示, 注意同一个问题里同一约束处的约束反力的表示方法要一致。

总结以上例题, 画物体的受力图步骤如下:

(1) 确定研究对象。根据解题需要, 可以取单个物体为研究对象, 也可以选整体为研究对象, 还可以取由几个物体组成的系统为研究对象。

(2) 确定研究对象受力的数目, 明确施力物体施加给研究对象的作用力, 不能凭空产生, 也不可漏掉一个力。可先画主动力, 再画约束反力。

(3) 正确画出约束反力, 应根据约束本身的特性来确定其约束反力的方向, 不能凭主观臆测。

(4) 注意作用力与反作用力的关系, 作用力的方向一经假定, 则反作用力的方向应与之相反。

(5) 若取整个系统为研究对象, 则物体系统中各构件间连接点处的内约束力无需画出, 只需画出全部外力。

(6) 画受力图时, 通常先找二力构件, 根据二力构件的特点画出它们的受力图, 然后再画其他物体的受力图。

### 本章要点

(1) 静力学是研究物体在力学系作用下的平衡条件的科学。

(2) 静力学公理。

公理 1 二力平衡原理

公理 2 加减平衡力系原理

公理 3 力的平行四边形法则

公理 4 作用力与反作用力定律

公理 5 刚化原理

(3) 约束和约束力。

对非自由体的某些位移起限制作用的周围物体称为约束。约束对非自由体施加的力称为约束力。约束力的方向必须与该约束所能够阻碍的位移方向相反。

(4) 物体的受力分析和受力图。

必须明确研究对象; 正确确定研究对象受力的数目; 正确画出约束力; 当分析两物体间相互的作用力时, 应遵循作用力和反作用力之间的关系。

### 思考题

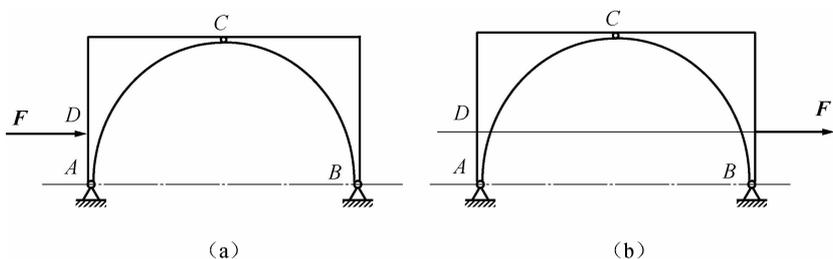
1-1 两个力相等和两个力等效的区别是什么? 为什么?

1-2 二力平衡条件和作用力与反作用定律都是说二力等值、反向、共线, 请问二者有什么区别?

1-3 什么叫二力构件？分析二力构件受力时与构件的形状有无关系。

1-4 确定约束反力方向的原则是什么？光滑铰链约束有什么特点？

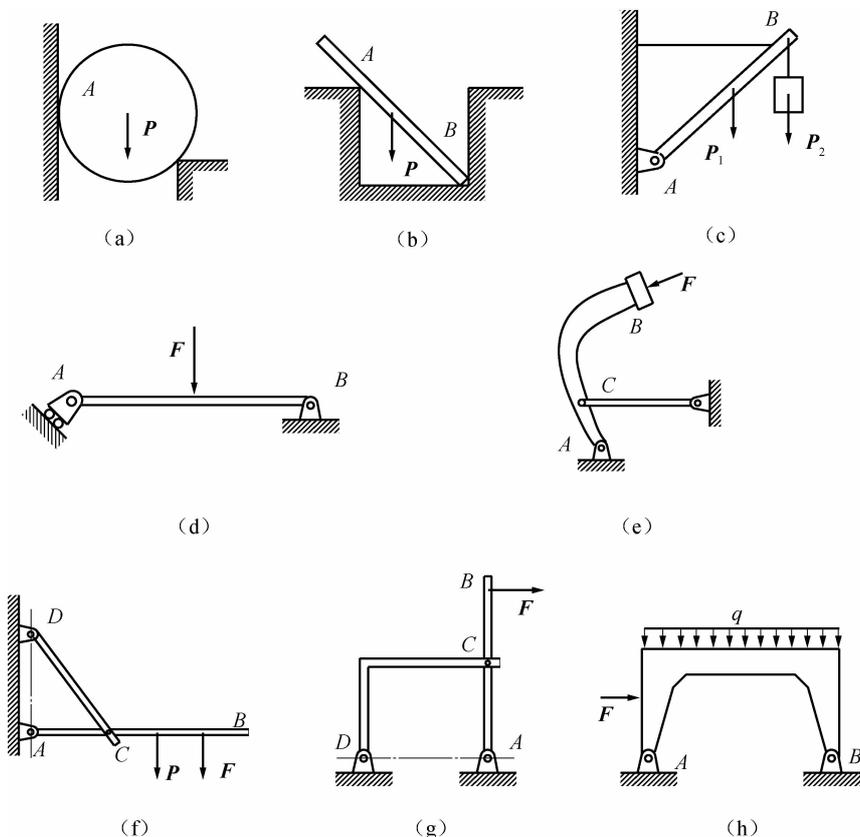
1-5 如思考题 1-5 图所示,  $AC$ 、 $BC$  都是刚体, 能否将作用在  $AC$  上的力  $F$  沿其作用线移至  $BC$  上, 为什么？



思考题 1-5 图

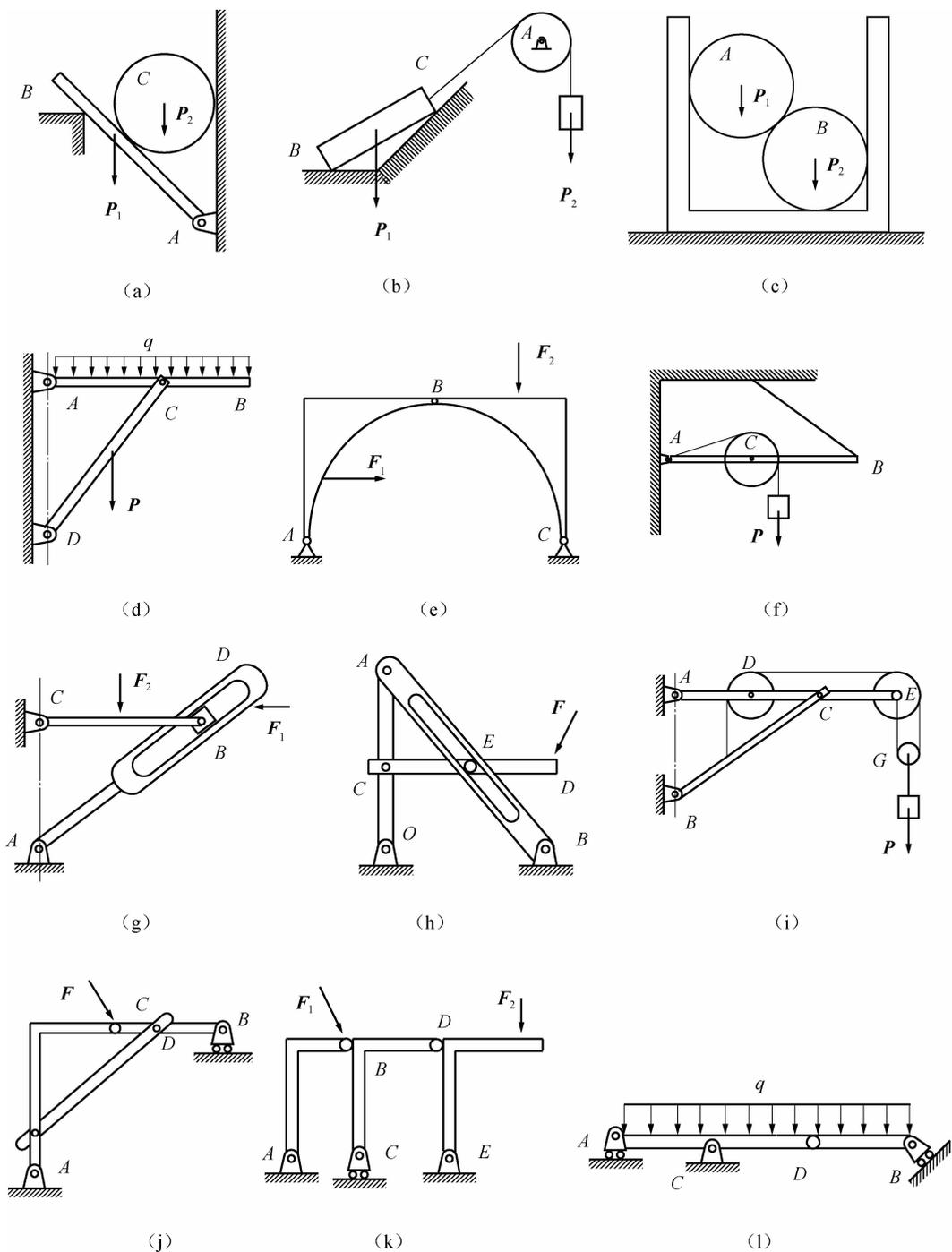
### 习 题

1-1 画出习题 1-1 图中物体  $A$ 、 $ABC$  或构件  $AB$ 、 $AC$  的受力图。未画重力的各物体自重不计, 所有接触处均为光滑接触。



习题 1-1 图

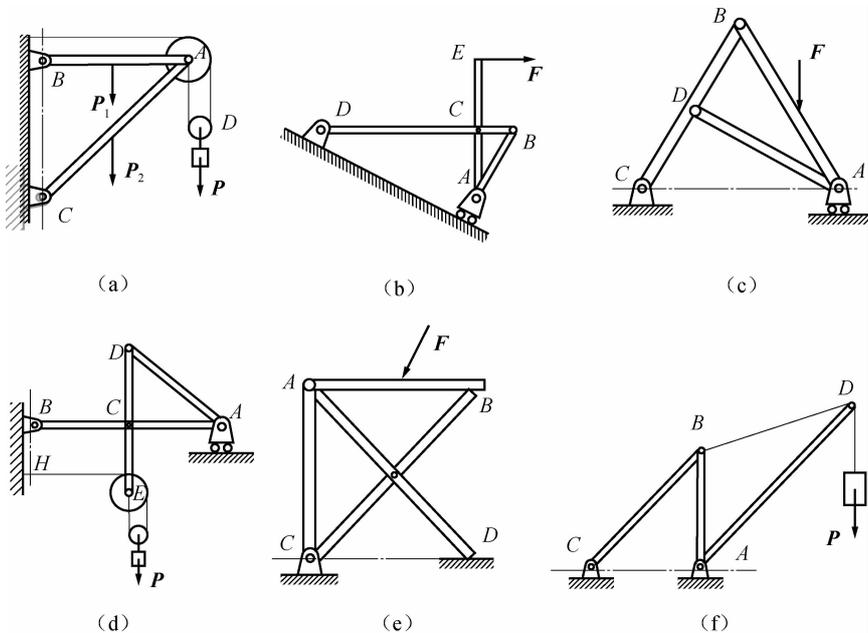
1-2 画出下列每个标注字母的物体(不含销钉与支座)的受力图与系统整体受力图。  
习题 1-2 图中未画重力的各物体的自重不计,所有接触处均为光滑接触。



习题 1-2 图

1-3 画出下列各题每个标注字母的物体的受力图及整体受力图。习题 1-3 图中未

画重力的物体的重量均不计,所有接触处均为光滑接触。



习题 1-3 图