

5.1 峰值电流控制的基本原理

前面讨论的 CCM 模式和 DCM 开关变换器系统均为电压反馈闭环控制变换器,由电压采样网络得到反馈的输出电压,通过误差放大器组成的串联校正环节,实现输出电压的单闭环反馈控制。其特点是结构简单,易于设计与分析。但由于系统只采用电压闭环反馈,当变换器输入电压或负载变化时,系统只有在检测到输出电压发生变化后,电压控制环才起调节作用,因而使得该类变换器的动态响应相对缓慢。此外,由前面的分析可知,系统环路增益与输入电压成正比。输入电压的变化将引起系统环路增益的变化,从而增加了系统补偿器设计的复杂性。

本章将讨论一种峰值电流控制型开关变换器,图 5.1 为峰值电流控制型 Buck 变换器的原理图。图中,变换器的输出电压 $v(t)$ 与参考电压 V_{ref} 相比较,所得误差信号经电压补偿网络后,输出峰值电流控制信号 $v_c(t)$,将其与流过电感 L 电流取样信号 $i_L R_{sense}$ 进行比较。在每个时钟(CLK)开关周期之初,由时钟脉冲置位 RS 触发器,控制功率开关 Q 导通,于是,电感 L 电流逐渐增长,如图 5.2 所示。当电流取样信号 $i_L R_{sense}$ 大于电流控制信号 $v_c(t)$ 时,比较器翻转并复位 RS 触发器,控制功率开关 Q 关断,电感 L 通过二极管续流并呈线性下降,直至下一个开关周期。

与前面所讨论的电压控制型开关变换器相比,峰值电流控制的突出优点是具备逐周限流保护功能,具有更高的可靠性,以及更好的电源电压调整率。但峰值电流控制法由于采用了两个控制环,一定程度上增加了电路分析的复杂性。另外,后面将要分析到,当占空比大于 50% 时,峰值电流控制本质上是不稳定的,需要解决控制的稳定性问题。

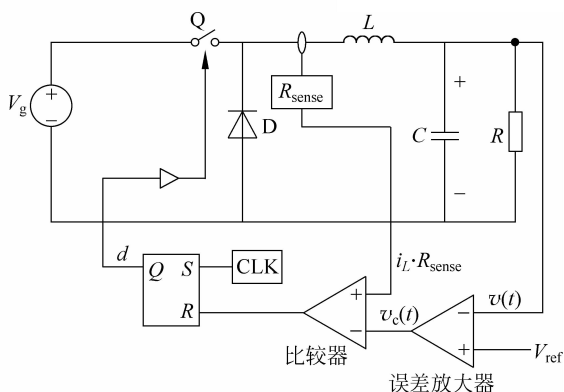


图 5.1 峰值电流控制型开关变换器方框图

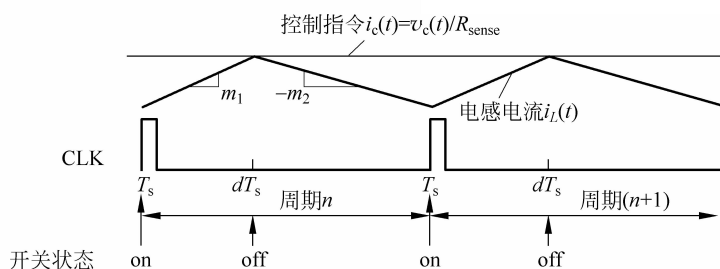


图 5.2 峰值电流控制基本原理

5.2 峰值电流控制的稳定性分析与斜坡补偿

5.2.1 次谐波振荡

工作在 CCM 模式的基本开关变换器电感电流波形如图 5.2 所示, 设 $[0, dT_s]$ 期间开关管导通, 电感电流上升率为 m_1 , $[dT_s, T_s]$ 期间开关管断开, 电感电流下降率为 $-m_2$ 。其中 m_1 和 m_2 均为正值, 表示电感电流变化率的绝对值。因此, 由图 5.3 可得三种基本变换器的电感电流变化率与输入电压 v_g 、输出电压 v 的关系分别为

(1) Buck 变换器:

$$m_1 = \frac{v_g - v}{L}, \quad m_2 = \frac{v}{L} \quad (5.1)$$

(2) Boost 变换器:

$$m_1 = \frac{v_g}{L}, \quad m_2 = \frac{v - v_g}{L} \quad (5.2)$$

(3) Buck-Boost 变换器:

$$m_1 = \frac{v_g}{L}, \quad m_2 = -\frac{v}{L} \quad (5.3)$$

参考图 5.2 的电感电流波形, $[0, dT_s]$ 为电感电流线性增长阶段, 设 $t=0$ 时刻的电感电流为 $i_L(0)$, 则当 $t=dT_s$ 时, 有

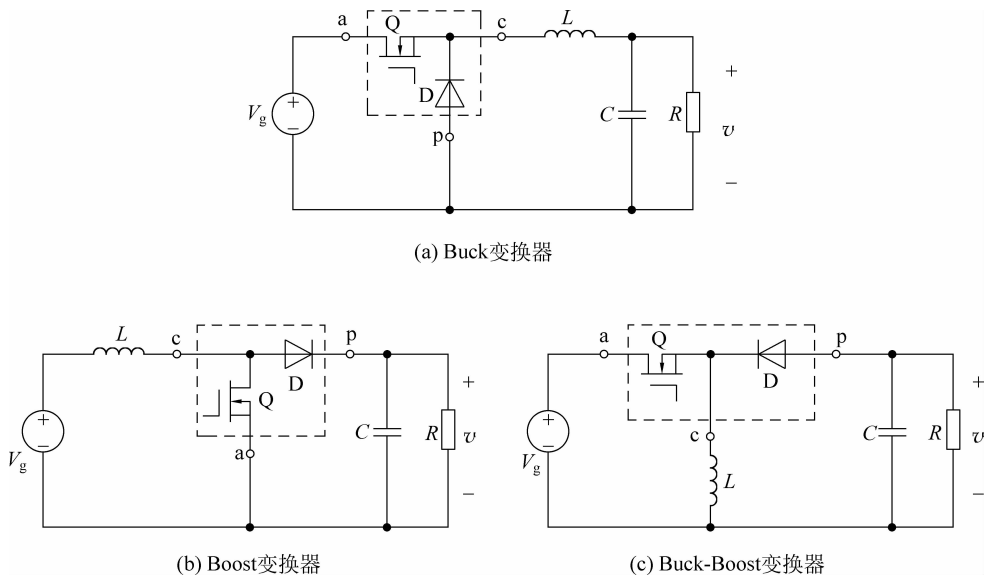


图 5.3 基本开关变换器电路

$$i_L(dT_s) = i_L(0) + m_1 dT_s \quad (5.4)$$

$[dT_s, T_s]$ 为电感电流线性下降阶段,当 $t=T_s$ 时,有

$$i_L(T_s) = i_L(dT_s) - m_2 d'T_s \quad (5.5)$$

则当变换器稳态时,占空比用 $d=D, d'=D'$ 表示,且有

$$i_L(0) = i_L(T_s) \quad (5.6)$$

由式(5.4)~式(5.6)解得,开关变换器稳态时满足

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{D}{D'} \quad (5.7)$$

下面分析变换器加入小信号扰动后电感电流的变化情况。为了便于分析,参见图 5.2,设电流控制指令 $i_c(t)=i_c$ 为常数,且 m_1 和 m_2 保持不变。

如图 5.4 所示,由于受到扰动,假设第 K 个周期起始时刻($t=0$ 时刻),电感电流的初始扰动量为 $\Delta i_0(K)$,造成占空比从稳态时的 D 变为扰动后的 $D+\hat{d}$,则电感电流的扰动量 $\Delta i_0(K)$ 与占空比扰动量 \hat{d} 的关系为

$$\Delta i_0(K) = -m_1 \hat{d}T_s \quad (5.8)$$

设第 K 个周期结束时刻($t=T_s$ 时刻),电感电流的扰动量变为 $\Delta i_1(K)$ 。由 $d'=D'-\hat{d}$ 可推出电感电流在 $t=T_s$ 时刻的扰动量 $\Delta i_1(K)$ 与占空比扰动量 \hat{d} 的关系为

$$\Delta i_1(K) = m_2 \hat{d}T_s \quad (5.9)$$

由式(5.8)和式(5.9)可得

$$\Delta i_1(K) = -\frac{m_2}{m_1} \Delta i_0(K) \quad (5.10)$$

此式表明,第 K 个周期结束时刻,电感电流扰动量 $\Delta i_1(K)$ 等于开关周期开始时刻的扰动

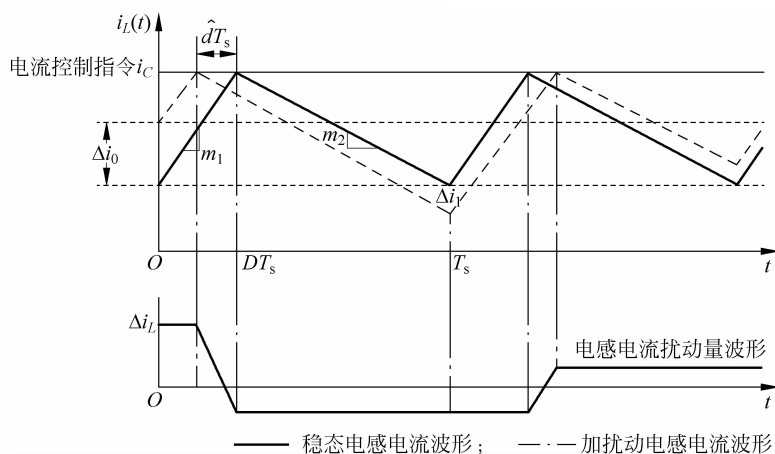


图 5.4 电感电流扰动波形

量 $\Delta i_0(K)$ 的 $\left(-\frac{m_2}{m_1}\right)$ 倍。

由于第 $K+1$ 个周期的开始时刻即为第 K 个周期的结束时刻, $\Delta i_0(K+1) = \Delta i_1(K)$, 有

$$\Delta i_0(K+1) = -\frac{m_2}{m_1} \Delta i_0(K) \quad (5.11)$$

则类似地可推得

$$\Delta i_0(K+2) = -\frac{m_2}{m_1} \Delta i_0(K+1) = \left(-\frac{m_2}{m_1}\right)^2 \Delta i_0(K) \quad (5.12)$$

因而可知第 n 个周期后的电感电流扰动量 $\Delta i_0(K+n)$ 与第 K 个周期初始电感电流扰动量 $\Delta i_0(K)$ 的关系为

$$\Delta i_0(K+n) = \left(-\frac{m_2}{m_1}\right)^n \Delta i_0(K) \quad (5.13)$$

将式(5.7)代入式(5.13), 得

$$\Delta i_0(K+n) = \left(-\frac{D}{D'}\right)^n \Delta i_0(K) \quad (5.14)$$

由此式可知, 当 $n \rightarrow \infty$ 时, n 个周期后电感电流的扰动量

$$|\Delta i_0(K+n)| = \begin{cases} 0, & \frac{D}{D'} < 1 \\ \infty, & \frac{D}{D'} > 1 \end{cases} \quad (5.15)$$

因此可得峰值电流控制稳定的条件为

$$D < 0.5 \quad (5.16)$$

如图 5.4 所示, 电感电流的扰动量的变化频率为开关频率的一半, 因此称为次谐波振荡。图 5.5 给出了 $D > 0.5$ 的情况, 随着 n 的增加, 次谐波振荡幅度逐渐增大, 因而电流控制是不稳定的。

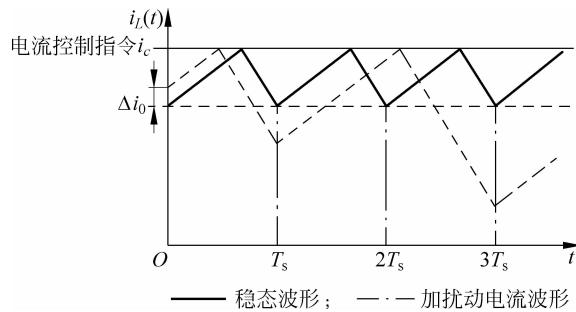


图 5.5 $D > 0.5$, 电感电流不稳定

5.2.2 次谐波振荡的消除——斜坡补偿

次谐波振荡与电路拓扑并无关系,因此为了实现稳定的峰值电流控制,使次谐波振荡幅值衰减,如果不采取其他措施的话,则需要将占空比 D 限制在 0.5 以下。本节讨论的斜坡补偿技术,可以有效地消除次谐波振荡,从而使变换器占空比 D 在整个工作范围,实现峰值电流的稳定控制。

图 5.6 为具有斜坡补偿的峰值电流控制电路。斜坡补偿信号为一频率等于变换器开关频率的锯齿波信号 $i_a(t)$,图中设该信号斜率为 m_a 。

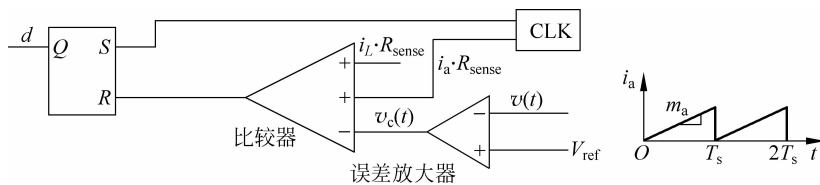


图 5.6 带斜坡补偿的峰值电流控制电路

将图 5.6 中的控制信号 $v_c = i_c R_{sense}$ 与斜坡补偿信号 $i_a R_{sense}$ 合并,则加入斜坡补偿后,等效于电感电流信号 i_L 与一个初值为 i_c ,以斜率 m_a 下降的锯齿波信号 i'_c 进行比较,称 i'_c 为修正电流指令信号,如图 5.7 所示。

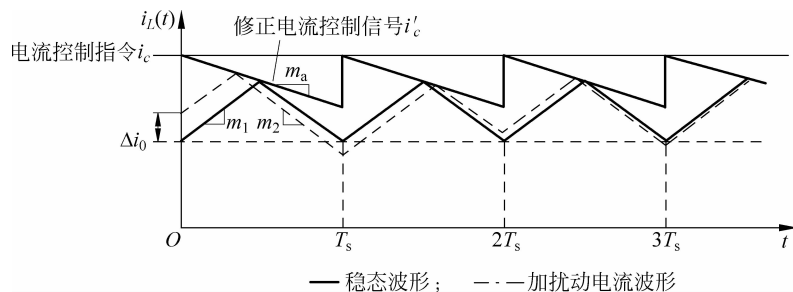


图 5.7 斜坡补偿后的电感电流波形

因此,在 $[0, dT_s]$ 阶段,功率开关 Q 导通,电感电流线性增加。同样将 $t=0$ 时刻的电感电流用 $i_L(0)$ 表示,并设 $t=dT_s$ 时刻,电感电流曲线与 i'_c 相交,则有

$$i_L(dT_s) = i_L(0) + m_1 dT_s \quad (5.17)$$

$$i'_c(dT_s) = i_c - m_a dT_s \quad (5.18)$$

$$i_c - m_a dT_s = i_L(0) + m_1 dT_s \quad (5.19)$$

下面对加入斜坡补偿后的峰值电流控制进行小信号扰动的稳定性分析。

首先分析扰动前电感电流稳态波形。图 5.7 中的实线为稳态时的电感电流波形,设稳态时的占空比 $d=D, d'=D'$ 。由式(5.17)~式(5.19),得 $t=dT_s$ 时有

$$i_L(dT_s) = i_L(0) + m_1 dT_s \quad (5.20)$$

$$i_c = i_L(0) + m_1 dT_s + m_a dT_s \quad (5.21)$$

在 $[dT_s, T_s]$ 阶段,开关器件关断,电感电流线性下降。当 $t=T_s$ 时,有

$$i_L(T_s) = i_L(dT_s) - m_2 D' T_s = i_L(0) + m_1 dT_s - m_2 D' T_s \quad (5.22)$$

由式(5.22),结合稳态时 $i_L(0) = i_L(T_s)$,则

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{D}{D'} \quad (5.23)$$

式(5.23)与式(5.7)表示的未加斜坡补偿时的占空比与电感电流变化率的关系式是一致的。

下面分析变换器加入小信号扰动后电感电流的变化情况。如图 5.7 所示,由于受到扰动,假设第 K 个周期初始时刻的电感电流的扰动量为 $\Delta i_0(K)$,造成占空比从稳态时的 D 变为扰动后的 $D + \hat{d}$,则电感电流的扰动量 $\Delta i_0(K)$ 与占空比扰动量 \hat{d} 的关系为

$$\begin{aligned} i_L[(D + \hat{d})T_s] &= i_c - m_a(D + \hat{d})T_s \\ &= i_L(0) + \Delta i_0(K) + m_1(D + \hat{d})T_s \end{aligned} \quad (5.24)$$

将式(5.21)代入式(5.24),可得第 K 个周期电感电流在 $t=0$ 时刻的扰动量 $\Delta i_0(K)$ 与占空比扰动量 \hat{d} 的关系

$$\Delta i_0(K) = -(m_1 + m_a) \hat{d} T_s \quad (5.25)$$

第 K 个周期结束时刻($t=T_s$ 时刻),电感电流 $i_L(T_s)$ 为

$$\begin{aligned} i_L(T_s) &= i_L[(D + \hat{d})T_s] - m_2[1 - (D + \hat{d})]T_s \\ &= i_L[(D + \hat{d})T_s] - m_2(D' - \hat{d})T_s \end{aligned} \quad (5.26)$$

将式(5.24)代入式(5.26)得

$$i_L(T_s) = i_L(0) + \Delta i_0(K) + m_1(D + \hat{d})T_s - m_2(D' - \hat{d})T_s \quad (5.27)$$

则第 K 个周期结束时刻, $t=T_s$ 时刻,电感电流的扰动量 $\Delta i_1(K)$

$$\begin{aligned} \Delta i_1(K) &= i_L(T_s) - i_L(0) \\ &= \Delta i_0(K) + m_1(D + \hat{d})T_s - m_2(D' - \hat{d})T_s \end{aligned} \quad (5.28)$$

将式(5.25)代入式(5.28),并结合式(5.23),可推出第 K 个周期电感电流在 $t=T_s$ 时刻的扰动量 $\Delta i_1(K)$ 与占空比扰动量 \hat{d} 的关系为

$$\Delta i_1(K) = (m_2 - m_a) \hat{d}T_s \quad (5.29)$$

结合式(5.25)和式(5.29)可得

$$\Delta i_1(K) = \alpha \Delta i_0(K) \quad (5.30)$$

式中: $\alpha = -\frac{m_2 - m_a}{m_1 + m_a}$ 。

此式表明,第 K 个周期结束时刻的电感电流扰动量 $\Delta i_1(K)$ 等于开关周期开始时刻的电感电流的扰动量 $\Delta i_0(K)$ 的 $\left(-\frac{m_2 - m_a}{m_1 + m_a}\right)$ 倍。

由于第 $K+1$ 个周期的开始时刻即为第 K 个周期的结束时刻,即 $\Delta i_0(K+1) = \Delta i_1(K)$, 则

$$\Delta i_0(K+1) = \alpha \Delta i_0(K) \quad (5.31)$$

类似地可知,第 n 个周期后的电感电流扰动量 $\Delta i_0(K+n)$ 与第 K 个周期初始电感电流扰动量 $\Delta i_0(K)$ 的关系为

$$\Delta i_0(K+n) = \alpha^n \Delta i_0(K) \quad (5.32)$$

式中: $\alpha = -\frac{m_2 - m_a}{m_1 + m_a}$ 。 (5.33)

由式(5.33)可见,当 $m_a=0$ 时,相当于未加入斜坡补偿,要使峰值电流控制稳定的条件是 $|\alpha| = \frac{m_2}{m_1} = \frac{D}{D'} < 1$, 因此要求 $D < 0.5$ 。当加入斜坡补偿后, α 的分母绝对值增加,而分子绝对值减小,在满足峰值电流控制时 $|\alpha| < 1$ 的稳定性条件下,可以扩展占空比 D 的工作范围。将式(5.33)分子分母同除以 m_2 , 并将式(5.23)代入,得

$$\alpha = -\frac{1 - \frac{m_a}{m_2}}{\frac{D'}{D} + \frac{m_a}{m_2}} \quad (5.34)$$

α 与占空比 D 以及 m_a/m_2 的关系如图 5.8 所示。当 $m_a=0$ 时,满足 $|\alpha| < 1$ 的占空比范围为 $0 < D < 0.5$; 随着 m_a 的增加,满足 $|\alpha| < 1$ 的占空比范围逐渐扩大,当 $m_a=0.5m_2$ 时,即可满足 $|\alpha| < 1$ 的占空比范围为 $0 < D < 1$, 因而 $m_a=0.5m_2$ 为 m_a 的临界值。若选择 $m_a=m_2$, 则 $\alpha=0$, 称为无差拍控制 (deadbeat control), 此时只需一个开关周期就可使电感电流进入稳态。

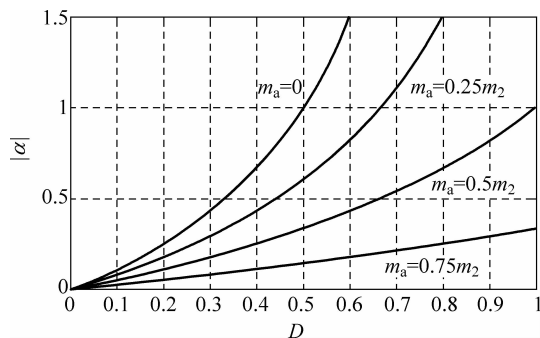


图 5.8 $|\alpha|$ 与占空比 D 以及 m_a/m_2 的关系图

5.3 电流峰值控制小信号一阶模型

5.3.1 一阶模型建模

图 5.9 给出了基于峰值电流控制的开关变换器双环控制系统原理框图。虚线框内为开关变换器与峰值电流控制器组成的电流控制内环,输入控制量为电压外环的补偿网络输出的电流控制指令 i_c 。若将虚线框内的电流控制内环等效为一个新的等效功率级,用传递函数 $G_{vc}(s)$ 描述其控制-输出(i_c-v)的关系,如图 5.10 所示,可将新等效功率级电路 $G_{vc}(s)$ 与电压控制环组成一个单环系统,将开关变换器系统控制器的设计转变为单闭环电压控制器的设计。因而,本节讨论的电流峰值控制内环的小信号模型是设计外环电压控制器的基础。

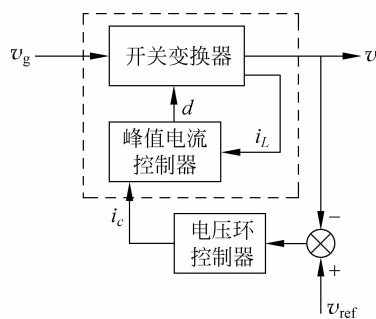


图 5.9 峰值电流控制的双环控制系统

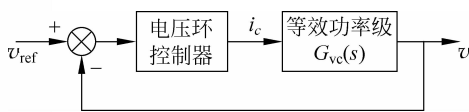


图 5.10 等效功率级的单环电压控制系统

下面首先以 CCM 模式下的开关变换器为对象,讨论电流内环交流小信号模型的近似一阶模型的建模方法。

当开关变换器工作在 CCM 模式,假设电感电流纹波及斜坡补偿信号的幅度很小可以忽略,并假定电感电流完全跟踪指令电流,即 $\langle i_L(t) \rangle_{T_s} = \langle i_c(t) \rangle_{T_s}$, 则有

$$\hat{i}_L(t) = \hat{i}_c(t) \quad (5.35)$$

在第 2 章中,重点讨论了应用状态空间平均法和平均开关模型法对 CCM 模式基本开关变换器的二阶小信号模型。下面将应用式(5.35),在第 2 章所得的二阶小信号模型基础上进一步推导电流内环的传递函数。由于式(5.35)假设电感电流完全跟踪指令电流,这个假设意味着电感电流不再是独立状态变量,因而将其代入原二阶模型后所得的将为一阶模型。

下面以 Boost 变换器为例,讨论推导电流控制内环一阶近似模型的方法。由第 2 章可知,理想 Boost 变换器小信号交流模型如图 5.11 所示。

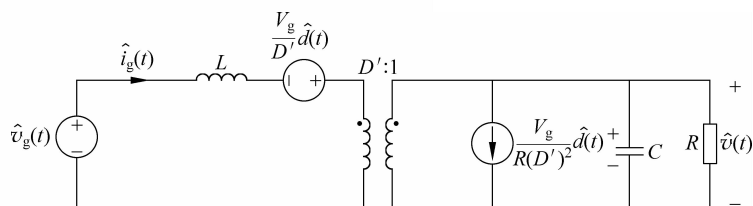


图 5.11 理想 Boost 变换器小信号交流模型

对应的理想 Boost 变换器小信号状态方程和输出方程为

$$\begin{cases} L \frac{d \hat{i}_L(t)}{dt} = -D' \hat{v}(t) + \hat{v}_g(t) + \frac{V_g}{D'} \hat{d}(t) \\ C \frac{d \hat{v}(t)}{dt} = D' \hat{i}_L(t) - \frac{\hat{v}(t)}{R} - \frac{V_g}{R(D')^2} \hat{d}(t) \\ \hat{i}_g(t) = \hat{i}_L(t) \end{cases} \quad (5.36)$$

对式(5.36)进行拉氏变换,得

$$\begin{cases} sL \hat{i}_L(s) = -D' \hat{v}(s) + \hat{v}_g(s) + \frac{V_g}{D'} \hat{d}(s) \\ sC \hat{v}(s) = D' \hat{i}_L(s) - \frac{\hat{v}(s)}{R} - \frac{V_g}{R(D')^2} \hat{d}(s) \\ \hat{i}_g(s) = \hat{i}_L(s) \end{cases} \quad (5.37)$$

采用峰值电流控制时,假设电感电流完全跟踪指令电流,将(5.35)代入式(5.37),则由电感电流方程得

$$sL \hat{i}_c(s) = -D' \hat{v}(s) + \hat{v}_g(s) + \frac{V_g}{D'} \hat{d}(s)$$

解得占空比

$$\hat{d}(s) = \frac{D'}{V_g} (sL \hat{i}_c(s) + D' \hat{v}(s) - \hat{v}_g(s)) \quad (5.38)$$

进一步将式(5.35)和式(5.38)代入式(5.37)电容电压方程,得

$$sC \hat{v}(s) = D' \hat{i}_c(s) - \frac{\hat{v}(s)}{R} - \frac{sL \hat{i}_c(s) + D' \hat{v}(s) - \hat{v}_g(s)}{RD'}$$

将等式右边各项合并,得

$$sC \hat{v}(s) = D' \left(1 - \frac{sL}{R(D')^2}\right) \hat{i}_c(s) - \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \hat{v}(s) + \left(\frac{1}{RD'}\right) \hat{v}_g(s) \quad (5.39)$$

最后,将(5.35)代入式(5.37)中的输入电流方程,得

$$\hat{i}_g(s) = \hat{i}_c(s) \quad (5.40)$$

依据式(5.39)和式(5.40)表示的 Boost 变换器峰值电流控制下的近似输出及输入动态方程,分别画出 Boost 变换器交流小信号输出等效电路和输入等效电路,如图 5.12 所示。

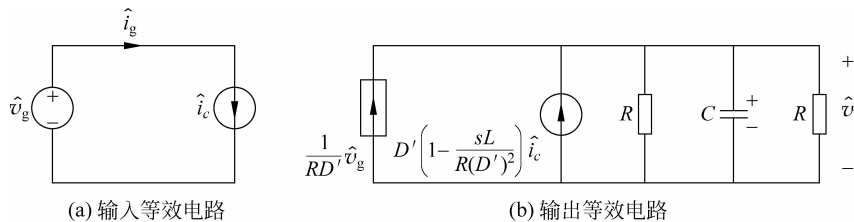


图 5.12 峰值电流控制 Boost 变换器动态小信号模型

同样,由第 2 章可知理想 Buck 变换器小信号状态方程和输出方程为

$$\begin{cases} L \frac{d\hat{i}_L(t)}{dt} = D\hat{v}_g(t) + V_g \hat{d}(t) - \hat{v}(t) \\ C \frac{d\hat{v}(t)}{dt} = \hat{i}_L(t) - \frac{\hat{v}(t)}{R} \\ \hat{i}_g(t) = D\hat{i}_L(t) + I_L \hat{d}(t) \end{cases} \quad (5.41)$$

其中, Buck 变换器稳态时的关系式为

$$\begin{cases} V = DV_g \\ I_L = \frac{V}{R} \end{cases} \quad (5.42)$$

对式(5.41)进行拉氏变换,得

$$\begin{cases} sL \hat{i}_L(s) = -\hat{v}(s) + D\hat{v}_g(s) + V_g \hat{d}(s) \\ sC \hat{v}(s) = \hat{i}_L(s) - \frac{\hat{v}(s)}{R} \\ \hat{i}_g(s) = D\hat{i}_L(s) + I_L \hat{d}(s) \end{cases} \quad (5.43)$$

采用峰值电流控制时,假设电感电流完全跟踪指令电流,将(5.35)代入式(5.43),则由电感电流方程得

$$sL \hat{i}_c(s) = -\hat{v}(s) + D\hat{v}_g(s) + V_g \hat{d}(s)$$

解得占空比

$$\hat{d}(s) = \frac{sL \hat{i}_c(s) + \hat{v}(s) - D\hat{v}_g(s)}{V_g} \quad (5.44)$$

同样,将(5.35)代入式(5.43),得 Buck 变换器电容电压动态方程

$$sC \hat{v}(s) = \hat{i}_c(s) - \left(\frac{1}{R}\right)\hat{v}(s) \quad (5.45)$$

最后,将(5.35)代入式(5.43)输入电流方程,并代入式(5.44),得

$$\hat{i}_g(s) = D\hat{i}_c(s) + I_L \frac{sL \hat{i}_c(s) + \hat{v}(s) - D\hat{v}_g(s)}{V_g}$$

将 Buck 变换器稳态关系式(5.42)代入上式,整理得 Buck 变换器输入动态方程

$$\hat{i}_g(s) = D\left(1 + \frac{sL}{R}\right)\hat{i}_c(s) + \frac{D}{R}\hat{v}(s) - \frac{D^2}{R}\hat{v}_g(s) \quad (5.46)$$

依据式(5.45)和式(5.46)表示的 Buck 变换器峰值电流控制下的近似输出和输入动态方程,分别画出 Buck 变换器交流小信号输出等效电路和输入等效电路,如图 5.13 所示。

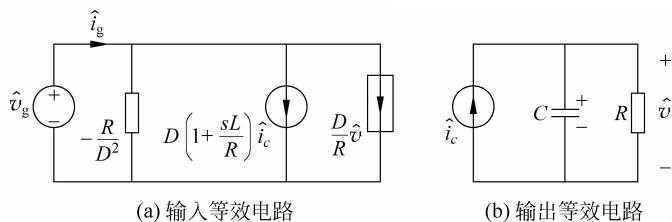


图 5.13 峰值电流控制 Buck 变换器动态小信号模型

图 5.14 给出了峰值电流控制下开关变换器的标准小信号模型。其中标准模型中的参数与开关变换器类型有关,表 5.1 给出了三种基本开关变换器峰值电流控制小信号模型的电路参数。

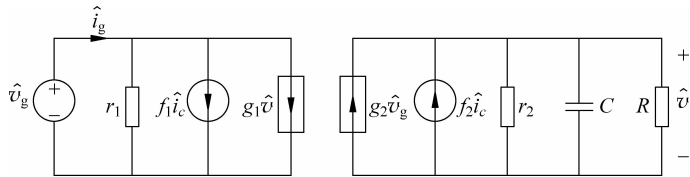


图 5.14 峰值电流控制开关变换器标准小信号模型

表 5.1 基本开关变换器峰值电流控制小信号模型的电路参数

变换器	g_1	f_1	r_1	g_2	f_2	r_2
Buck	$\frac{D}{R}$	$D\left(1+\frac{sL}{R}\right)$	$-\frac{R}{D^2}$	0	1	∞
Boost	0	1	∞	$\frac{1}{RD'}$	$D'\left(1-\frac{sL}{R(D')^2}\right)$	R
Buck-Boost	$-\frac{D}{R}$	$D\left(1+\frac{sL}{RD'}\right)$	$-\frac{RD'}{D^2}$	$-\frac{D^2}{RD'}$	$-D'\left(1-\frac{sDL}{R(D')^2}\right)$	$\frac{R}{D}$

由图 5.14 所示峰值电流控制下的开关变换器标准小信号模型,便可求解控制-输出传递函数和输入-输出传递函数。

令图 5.14 中输入 $\hat{v}_g(s)=0$,可求得控制-输出传递函数为

$$G_{vc}(s) = \left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{i}_c(s)} \right|_{\hat{v}_g(s)=0} = f_2 \left(r_2 // R // \frac{1}{sC} \right) \quad (5.47)$$

令图 5.14 中控制指令 $\hat{i}_c(s)=0$,可求得输入-输出传递函数为

$$G_{vg}(s) = \left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{v}_g(s)} \right|_{\hat{i}_c(s)=0} = g_2 \left(r_2 // R // \frac{1}{sC} \right) \quad (5.48)$$

因此,参照表 5.1 中 Buck 变换器的电路参数,代入式(5.47)可得峰值电流控制 Buck 变换器的控制-输出传递函数

$$G_{vc}(s) = \left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{i}_c(s)} \right|_{\hat{v}_g(s)=0} = f_2 \left(r_2 // R // \frac{1}{sC} \right) = \left(R // \frac{1}{sC} \right) = \frac{R}{1+RCs} \quad (5.49)$$

由式(5.48),将表 5.1 对应电路参数代入,可得峰值电流控制 Buck 变换器的输入-输出的传递函数

$$G_{vg}(s) = \left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{v}_g(s)} \right|_{\hat{i}_c(s)=0} = g_2 \left(r_2 // R // \frac{1}{sC} \right) = 0 \quad (5.50)$$

式(5.50)表明,若电感电流完全跟踪电流指令时,输入电压波动对输出电压没有影响,输出电压仅受控于电流指令 $\hat{i}_c(s)$ 。

类似地,参照表 5.1 中 Boost 变换器的电路参数,代入式(5.47)和式(5.48)可得峰值

电流控制 Boost 变换器的控制-输出传递函数:

$$\begin{aligned}
 G_{vc}(s) &= \left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{i}_c(s)} \right|_{\hat{v}_g(s)=0} = f_2 \left(r_2 \parallel R \parallel \frac{1}{sC} \right) \\
 &= D' \left(1 - \frac{sL}{R(D')^2} \right) \left(\frac{R}{2} \parallel \frac{1}{sC} \right) \\
 &= \frac{D'R}{2} \frac{\left(1 - \frac{s}{\omega_z} \right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_p} \right)}
 \end{aligned} \tag{5.51}$$

式中: $\omega_z = \frac{R(D')^2}{L}$;

$$\omega_p = \frac{2}{RC}。$$

峰值电流控制 Boost 变换器的输入-输出的传递函数:

$$\begin{aligned}
 G_{vg}(s) &= \left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{v}_g(s)} \right|_{\hat{i}_c(s)=0} = g_2 \left(r_2 \parallel R \parallel \frac{1}{sC} \right) \\
 &= \frac{1}{RD'} \left(R \parallel R \parallel \frac{1}{sC} \right) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{\omega_p} \right)}
 \end{aligned} \tag{5.52}$$

式中: $\omega_p = \frac{2}{RC}$ 。

式(5.49)和式(5.51)表明,与电压控制型双极点模型相比,峰值电流控制下开关变换器的控制-输出传递函数为单极点模型,Boost 变换器和 Buck-Boost 变换器(读者可自行推导)传递函数都有一个右半平面零点,为一阶非最小相位系统。

5.3.2 平均开关模型法

前面讨论的峰值电流控制的开关变换器一阶模型推导方法,是基于状态空间平均法列出开关变换器状态变量小信号微分方程,在 $\langle i_L(t) \rangle_{T_s} = \langle i_c(t) \rangle_{T_s}$ 假定条件下,推导得出变换器近似一阶模型。本节将讨论采用平均开关模型法推导峰值电流控制变换器的小信号一阶模型。

第 2 章给出了采用平均开关模型法,推导 CCM 模式开关变换器非线性三端开关网络小信号等效线性网络的方法,现将所得的 CCM 模式开关网络的小信号线性模型重画于图 5.15 所示,其中将端口 a 输入电流用 i_1 表示,端口 c 输出电流用 i_2 表示。

由图 5.15 可得开关网络线性小信号模型输入

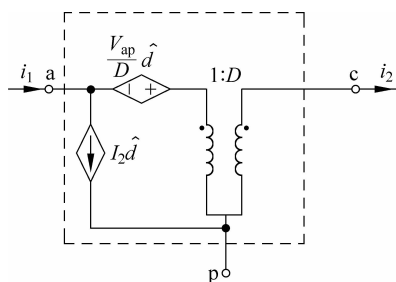


图 5.15 CCM 模式开关网络线性小信号模型

输出关系表达式为

$$\begin{cases} \hat{i}_1(t) = D\hat{i}_2(t) + I_2\hat{d}(t) \\ \hat{v}_{ap}(t) = \frac{\hat{v}_{cp}(t)}{D} - \frac{V_{ap}}{D}\hat{d}(t) \end{cases} \quad (5.53)$$

令图 5.15 中的占空比扰动量 $\hat{d}=0$, 可得变换器开关网络静态工作点

$$\begin{cases} I_1 = DI_2 \\ V_{cp} = DV_{ap} \end{cases} \quad (5.54)$$

将图 5.15 的 CCM 模式开关网络线性模型代入 Buck 变换器, 如图 5.16 所示。令 $\hat{d}=0$, 可得 Buck 变换器稳态时有

$$\begin{cases} V = V_{cp} = DV_g = DV_{ap} \\ I_2 = I_L = \frac{V}{R} \end{cases} \quad (5.55)$$

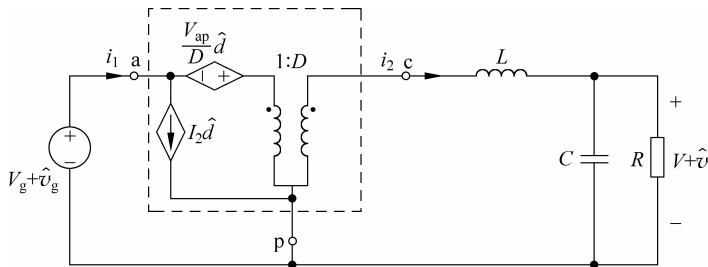


图 5.16 CCM 模式下基于平均开关网络模型的 Buck 变换器等效电路

依据图 5.16, 假设 Buck 变换器在峰值电流控制下, $\langle i_L(t) \rangle_{T_s} = \langle i_c(t) \rangle_{T_s}$, 则有

$$\hat{i}_2(t) = \hat{i}_L(t) = \hat{i}_c(t) \quad (5.56)$$

将式(5.56)代入式(5.53)中的电流方程, 得

$$\hat{i}_1(t) = D\hat{i}_c(t) + I_2\hat{d}(t) \Rightarrow \hat{d}(t) = \frac{\hat{i}_1(t) - D\hat{i}_c(t)}{I_2} \quad (5.57)$$

将解得的占空比 $\hat{d}(t)$ 代入式(5.53)中的电压方程, 并将式(5.55)稳态关系代入得

$$\hat{i}_1(t) = D\hat{i}_c(t) + \frac{D}{R}\hat{v}_{cp}(t) - \frac{D^2}{R}\hat{v}_{ap}(t) \quad (5.58)$$

由图 5.16 可知

$$\begin{cases} \hat{v}_{ap}(t) = \hat{v}_g(t) \\ \hat{i}_1(t) = \hat{i}_g(t) \\ \hat{v}_{cp}(t) = sL\hat{i}_c(t) + \hat{v}(t) \end{cases} \quad (5.59)$$

将上式代入式(5.58)得

$$\hat{i}_g(t) = D\left(1 + \frac{sL}{R}\right)\hat{i}_c(t) + \frac{D}{R}\hat{v}(t) - \frac{D^2}{R}\hat{v}_g(t) \quad (5.60)$$

由式(5.56)和式(5.60),画出峰值电流控制 Buck 变换器小信号等效电路,如图 5.17 所示,与图 5.13 是等效的。

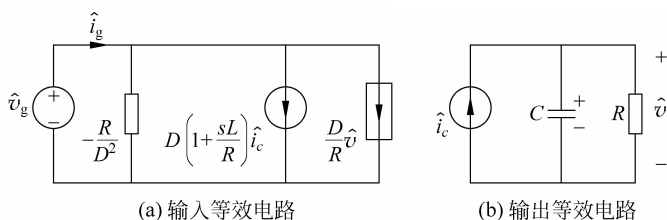


图 5.17 峰值电流控制 Buck 变换器动态小信号模型

5.4 基于一阶模型的补偿网络设计

对于一个给定的开关变换器对象,补偿网络设计的目标就是使闭环控制系统在稳定的前提下,具有足够的相角裕度,系统带宽以及直流增益,从而使系统具有较好的动态特性、电源调整率和负载调整率。下面将以 Buck 变换器为例,给出基于峰值电流控制一阶模型的系统补偿网络的设计方法。

例 5.1 CCM 模式下峰值电流控制型 Buck 变换器,输入电压: 12V,输出电压: 3.3V。已知输出电感 $L=10\mu\text{H}$,输出电容 $C=44\mu\text{F}$,电容串联等效电阻 $R_c=5\text{m}\Omega$,负载 $R=1.65\Omega$ 。系统开关频率 $f_s=340\text{kHz}$ 。试设计系统补偿网络,使系统穿越频率为 40kHz ,相角裕度大于 50° 。

由图 5.10 可知,变换器闭环系统包含变换器功率级电路 $G_{vc}(s)$ 和补偿控制电路两部分。而补偿控制器设计与系统功率级期望的带宽和相角裕度指标相关。由前面推导的峰值电流控制一阶模型可知,在不考虑输出滤波电容的 ESR 时,等效功率级电路的传递函数为

$$G_{vc}(s) = \left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{i}_c(s)} \right|_{\hat{v}_g(s)=0} = f_2 \left(r_2 \parallel R \parallel \frac{1}{sC} \right) \quad (5.61)$$

查表 5.1 可得, $f_2=1, r_2=\infty$,代入式(5.61),并将已知电感和额定负载参量值代入即得

$$G_{vc}(s) = \left(R \parallel \frac{1}{sC} \right) = \frac{1.65}{1 + \frac{s}{1.38 \times 10^4}} \quad (5.62)$$

式(5.62)所示的等效功率级为一个典型的单极点型控制对象,其 Bode 图如图 5.18(a) 所示。

考虑输出滤波电容的 ESR 时,控制对象伯德图如图 5.18(b) 所示,增加了一个零点,其等效功率级电路的传递函数为

$$G_{vc}(s) = \left[R \parallel \left(\frac{1}{sC} + R_c \right) \right] = \frac{1.65 \cdot \left(1 + \frac{s}{4.55 \times 10^6} \right)}{1 + \frac{s}{1.38 \times 10^4}} \quad (5.63)$$

其中,系统功率级的单极点位于 $\omega_p=1.38 \times 10^4$ (rad/s),滤波电容的 ESR 引起的零点位于 $\omega_z=4.55 \times 10^6$ (rad/s)。

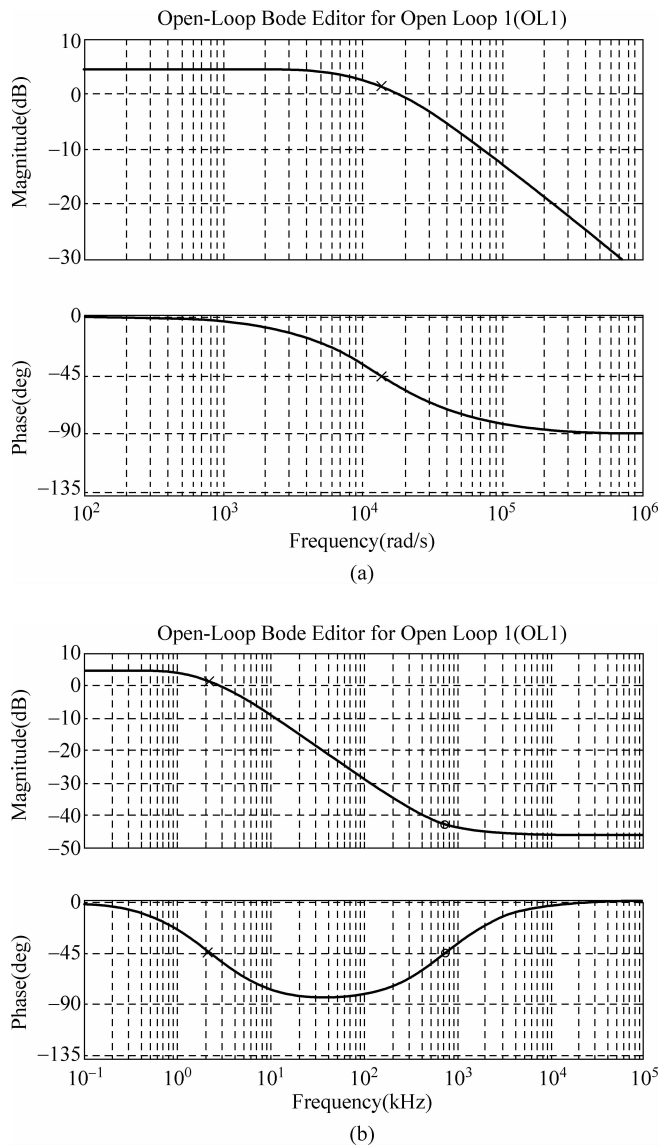


图 5.18 峰值电流控制变换器等效功率级的 Bode 图

由题中所给的参量可知, 占空比 $D=0.275 < 0.5$, 因此可不采用斜坡补偿。通过 MATLAB 的 sisotool 工具, 设计电压补偿网络, 选 PI 调节器 $G_c(s)$ 形式为

$$G_c(s) = K_V \frac{1 + \frac{s}{\omega_{z1}}}{s} \quad (5.64)$$

其中, 用补偿网络 $G_c(s)$ 的零点抵消功率级的极点, 即 $\omega_{z1} = \omega_p = 1.38 \times 10^4$ (rad/s), 根据穿越频率要求, $f_c = 40$ kHz, 确定比例系数, 最后可得

$$G_c(s) = 1.69 \times 10^5 \frac{1 + \frac{s}{1.38 \times 10^4}}{s} \quad (5.65)$$

加入 PI 调节器后,闭环系统的开环 Bode 图如图 5.19 所示。其中穿越频率为 $f_c = 40.4\text{kHz}$,相角裕度达到 90° ,满足设计要求。

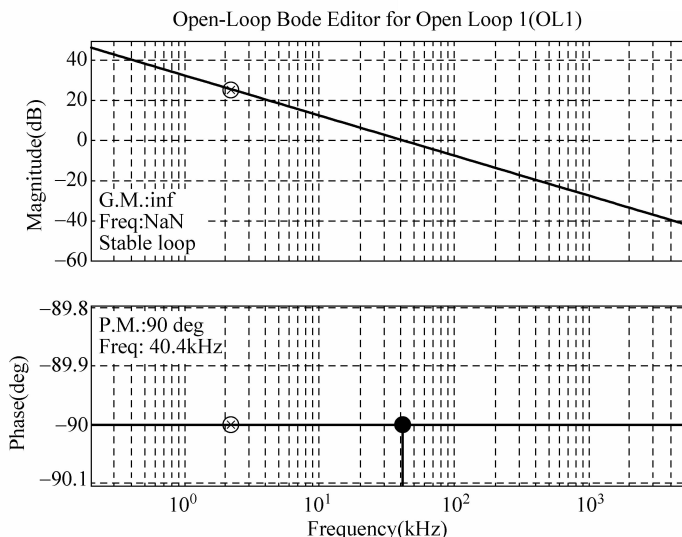


图 5.19 Buck 变换器闭环系统开环 Bode 图

图 5.20 为输出电压波形,其横坐标为时间,单位为 s;纵坐标为输出电压,单位为 V。图 5.21 为相应的基于峰值电流控制的 Buck 变换器 PWM 脉冲、电流指令 i_c ,以及电感电流 i_L 的波形。从图中可以看出,在开关周期起始时刻,PWM 脉冲输出为 1,驱动功率开关闭合,之后电感电流线性上升;当电感电流 i_L 上升至电流指令 i_c 时,PWM 脉冲输出反转,驱动功率开关断开,之后电感电流线性下降,直至下一个开关周期。当稳态占空比 $D < 0.5$ 时,变换器系统闭环控制是稳定的。由图 5.20 可以看出,变换器输出电压稳定在 3.3V,纹波小于 10mV。

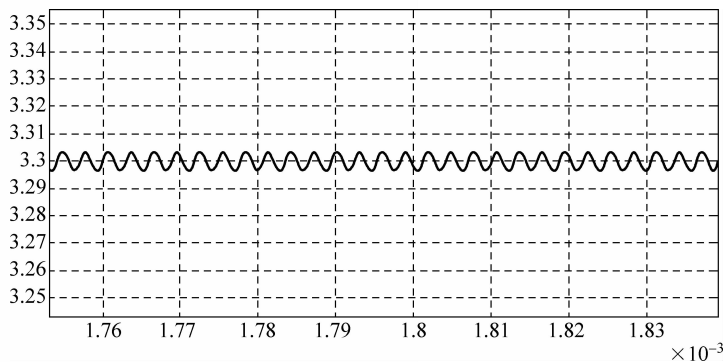
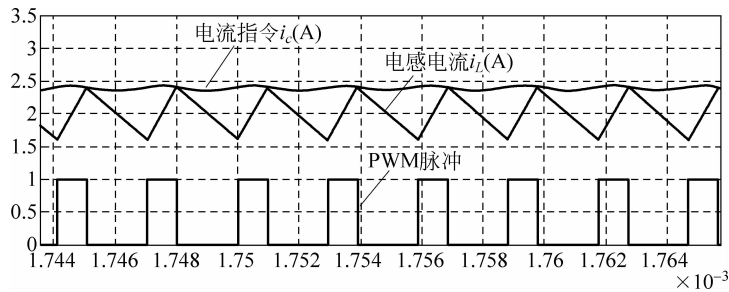


图 5.20 $D < 0.5$,无斜坡补偿时,变换器输出电压波形

例 5.2 CCM 模式下峰值电流控制型 Buck 变换器,输入电压: 12V,输出电压: 8V。已知输出电感 $L = 10\mu\text{H}$,输出电容 $C = 44\mu\text{F}$,电容串联等效电阻 $R_c = 5\text{m}\Omega$,负载 $R = 1.65\Omega$ 。系统开关频率 $f_s = 340\text{kHz}$ 。试设计系统补偿网络,使系统穿越频率为 40kHz,

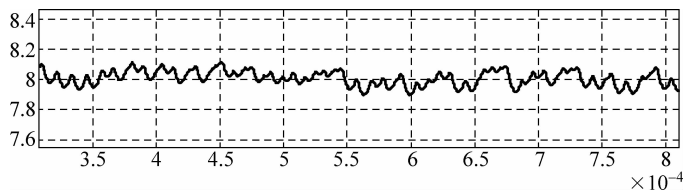
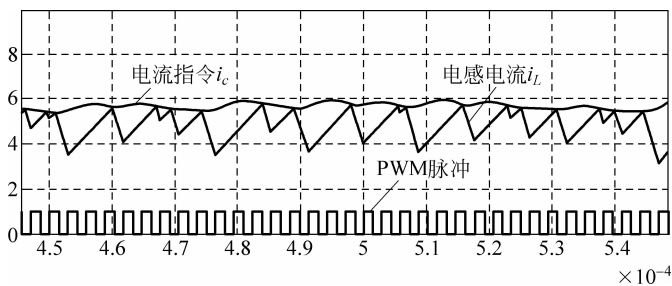

 图 5.21 $D < 0.5$, 峰值电流控制 Buck 变换器电流波形

相角裕度大于 50° 。

与例 5.1 相同, Buck 变换器在峰值电流控制方式, 其等效功率级电路的传递函数仍为一阶模型, 如式(5.62)、式(5.63)。因此, 仍选用式(5.65)PI 调节器作为系统闭环补偿网络, 即

$$G_c(s) = 5.5207 \times 10^5 \times \frac{1 + \frac{s}{1.38 \times 10^4}}{s} \quad (5.66)$$

但由题中所给的输入输出参量可知, 占空比 $D = 8/12 = 0.667 > 0.5$, 此时, 若不采用斜坡补偿, 将产生次谐波振荡从而使闭环系统不稳定, 如图 5.22 所示, 未加斜坡补偿时, 闭环系统输出电压不稳定, 图 5.23 给出的电流波形表明系统有明显的次谐波现象。


 图 5.22 $D > 0.5$, 无斜坡补偿时, 变换器输出电压波形

 图 5.23 $D > 0.5$, 无斜坡补偿时, 变换器电流波形

取斜坡补偿的斜率 m_a 为

$$m_a = 0.75m_2 = 0.75 \times \frac{8}{10} = 0.6 (\text{A}/\mu\text{s})$$

图 5.24 和图 5.25 给出了加入上述斜坡补偿后的闭环系统输出电压,以及基于峰值电流控制的电流指令和电感电流的仿真波形。

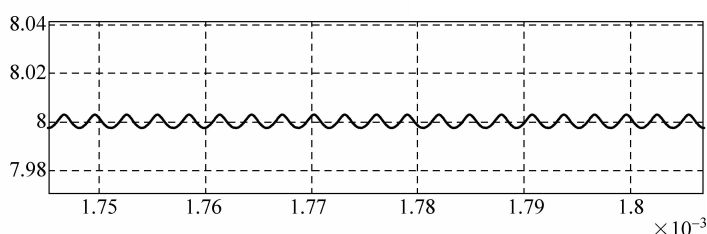


图 5.24 $D > 0.5$, 加斜坡补偿时, 变换器输出电压波形

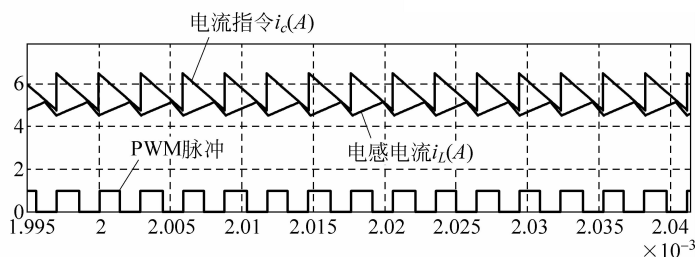


图 5.25 $D > 0.5$, 加斜坡补偿时, 变换器电流波形

5.5 电流控制环的修正模型

上述一阶模型的推导是在假设电感电流始终跟上并等于电流指令时得出的, 推导过程中忽略了电感电流的脉动和斜坡补偿的影响。因而一阶模型是一种近似模型, 只适用于电感电流脉动较小, 且斜坡补偿信号斜率较小的场合。下面将给出考虑电感电流脉动及斜坡补偿影响时, 电流控制环的修正模型的推导方法及设计实例。

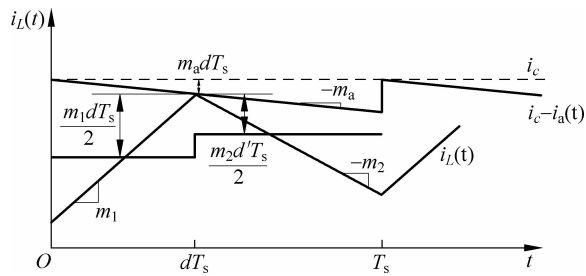
5.5.1 电流控制环一阶模型的修正

当电感电流脉动较大, 或斜坡补偿电流的斜率较大时, 一阶模型推导时基于的电感电流开关周期平均值等于电流指令的假设将不再适用。图 5.26 绘制了电感电流 $i_L(t)$ 、电流指令 i_c 、斜坡补偿电流 $i_a(t)$ 之间的关系, 由图 5.26, 可以得出电感电流的开关周期平均值为

$$\begin{aligned} \langle i_L(t) \rangle_{T_s} &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_L(t) dt = \frac{1}{T_s} \left(\int_0^{dT_s} i_L(t) dt + \int_{dT_s}^{T_s} i_L(t) dt \right) \\ &= d \left(\frac{1}{dT_s} \int_0^{dT_s} i_L(t) dt \right) + (1-d) \left(\frac{1}{(1-d)T_s} \int_{dT_s}^{T_s} i_L(t) dt \right) \\ &= d \langle i_L(t) \rangle_{dT_s} + d' \langle i_L(t) \rangle_{dT_s} \end{aligned} \quad (5.67)$$

如图 5.26 所示, 其中 $[0, dT_s]$ 阶段的电感电流平均值 $\langle i_L(t) \rangle_{dT_s}$ 为

$$\langle i_L(t) \rangle_{dT_s} = \langle i_c(t) \rangle_{T_s} - m_a d T_s - \frac{m_1 d T_s}{2} \quad (5.68)$$


 图 5.26 峰值电流控制方式的电感电流开关周期平均 $\langle i_L(t) \rangle_{T_s}$

$[dT_s, T_s]$ 阶段的电感电流平均值 $\langle i_L(t) \rangle_{dT_s}$ 为

$$\langle i_L(t) \rangle_{dT_s} = \langle i_c(t) \rangle_{T_s} - m_a dT_s - \frac{m_2 d' T_s}{2} \quad (5.69)$$

将式(5.68)和(5.69)代入式(5.67),整理得电感电流的开关周期平均值为

$$\begin{aligned} \langle i_L(t) \rangle_{T_s} &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_L(t) dt \\ &= \langle i_c(t) \rangle_{T_s} - m_a dT_s - \frac{m_1 d^2 T_s}{2} - \frac{m_2 d'^2 T_s}{2} \end{aligned} \quad (5.70)$$

式(5.70)不仅描述了电感电流 $\langle i_L(t) \rangle_{T_s}$ 与电流指令 $\langle i_c(t) \rangle_{T_s}$ 的关系,同时还给出了电感电流 $\langle i_L(t) \rangle_{T_s}$ 与占空比 $d(t)$ 、斜坡补偿电流函数的斜率 m_a 、电感电流上升与下降斜率 $m_1(t)$ 、 $m_2(t)$ 的关系,其中斜坡补偿电流函数的斜率 m_a 由控制电路决定,并假设斜率恒定,即 $m_a = M_a$ 。

引入小信号扰动,

$$\begin{cases} \langle i_L(t) \rangle_{T_s} = I_L + \hat{i}_L(t) \\ \langle i_c(t) \rangle_{T_s} = I_c + \hat{i}_c(t) \\ d(t) = D + \hat{d}(t) \\ m_1(t) = M_1 + \hat{m}_1(t) \\ m_2(t) = M_2 + \hat{m}_2(t) \end{cases} \quad (5.71)$$

则式(5.70)为

$$\begin{aligned} I_L + \hat{i}_L(t) &= I_c + \hat{i}_c(t) - M_a T_s (D + \hat{d}(t)) \\ &\quad - (M_1 + \hat{m}_1(t)) (D + \hat{d}(t))^2 \frac{T_s}{2} \\ &\quad - (M_2 + \hat{m}_2(t)) (D' - \hat{d}(t))^2 \frac{T_s}{2} \end{aligned} \quad (5.72)$$

取上式一阶交流项,并略去高阶项,得到

$$\begin{aligned} \hat{i}_L(t) &= \hat{i}_c(t) - M_a T_s \hat{d}(t) - D M_1 T_s \hat{d}(t) \\ &\quad + D' M_2 T_s \hat{d}(t) - \frac{D^2 T_s}{2} \hat{m}_1(t) - \frac{D'^2 T_s}{2} \hat{m}_2(t) \end{aligned} \quad (5.73)$$

利用稳态关系 $M_1 D = M_2 D'$,进一步简化得

$$\hat{i}_L(t) = \hat{i}_c(t) - M_a T_s \hat{d}(t) - \frac{D^2 T_s}{2} \hat{m}_1(t) - \frac{D'^2 T_s}{2} \hat{m}_2(t) \quad (5.74)$$

依据上式求出

$$\hat{d}(t) = \frac{1}{M_a T} \left[\hat{i}_c(t) - \hat{i}_L(t) - \frac{D^2 T_s}{2} \hat{m}_1(t) - \frac{D'^2 T_s}{2} \hat{m}_2(t) \right] \quad (5.75)$$

依据 Buck 变换器、Boost 变换器和 Buck-Boost 变换器拓扑,电感电流的上升率和下降率分别为

(1) Buck 变换器:

$$m_1(t) = \frac{v_g - v}{L}, \quad m_2(t) = \frac{v}{L}$$

(2) Boost 变换器:

$$m_1(t) = \frac{v_g}{L}, \quad m_2(t) = \frac{v - v_g}{L} \quad (5.76)$$

(3) Buck-Boost 变换器:

$$m_1(t) = \frac{v_g}{L}, \quad m_2(t) = -\frac{v}{L}$$

引入小信号扰动,同样可得三种基本变换器拓扑电感电流的上升率和下降率的扰动量分别为

(1) Buck 变换器:

$$\hat{m}_1(t) = \frac{\hat{v}_g - \hat{v}}{L}, \quad \hat{m}_2(t) = \frac{\hat{v}}{L}$$

(2) Boost 变换器:

$$\hat{m}_1(t) = \frac{\hat{v}_g}{L}, \quad \hat{m}_2(t) = \frac{\hat{v} - \hat{v}_g}{L} \quad (5.77)$$

(3) Buck-Boost 变换器:

$$\hat{m}_1(t) = \frac{\hat{v}_g}{L}, \quad \hat{m}_2(t) = -\frac{\hat{v}}{L}$$

将上述关系式分别代入式(5.75),可得占空比与电流指令、电感电流、输入电压、输出电压多个扰动量的关系式,统一表示为

$$\hat{d}(t) = F_m \left[\hat{i}_c(t) - \hat{i}_L(t) - F_g \hat{v}_g(t) - F_v \hat{v}(t) \right] \quad (5.78)$$

例如,对于 Buck 变换器,将式(5.77)代入式(5.75),有

$$\begin{aligned} \hat{d}(t) &= \frac{1}{M_a T} \left[\hat{i}_c(t) - \hat{i}_L(t) - \frac{D^2 T_s}{2} \frac{\hat{v}_g - \hat{v}}{L} - \frac{D'^2 T_s}{2} \frac{\hat{v}}{L} \right] \\ &= \frac{1}{M_a T} \left[\hat{i}_c(t) - \hat{i}_L(t) - \frac{D^2 T_s}{2L} \hat{v}_g - \frac{(1-2D)T_s}{2L} \hat{v} \right] \end{aligned} \quad (5.79)$$

因此,对于 Buck 变换器,式(5.78)中的各系数参量分别为

$$F_m = \frac{1}{M_a T}, \quad F_g = \frac{D^2 T_s}{2L}, \quad F_v = \frac{(1-2D)T_s}{2L}$$

其中, $F_m = 1/M_a T$ 对于三种基本变换器电路都相同,表 5.2 为三种基本变换器电路的 F_g 、 F_v 参数。依据式(5.78),绘制峰值电流控制的原理框图如图 5.27 所示。

表 5.2 基本开关变换器峰值电流控制的参数 F_g 、 F_v

变 换 器	F_g	F_v
Buck	$\frac{D^2 T_s}{2L}$	$\frac{(1-2D) T_s}{2L}$
Boost	$\frac{(2D-1) T_s}{2L}$	$\frac{D'^2 T_s}{2L}$
Buck-Boost	$\frac{D^2 T_s}{2L}$	$-\frac{D'^2 T_s}{2L}$

5.5.2 电流控制环修正模型的应用

将图 5.27 所示的峰值电流控制器代入第 2 章所得的 DC-DC 变换器小信号等效电路模型,即可得到对应变换器峰值电流控制的电路模型。图 5.28 给出了 Buck 变换器峰值电流控制的小信号模型。

对于图 5.28 所示的 Buck 变换器,输出 LCR 网络的阻抗为

$$Z_i(s) = sL + \left(R \parallel \frac{1}{sC} \right) \quad (5.80)$$

输出阻抗为

$$Z_o(s) = R \parallel \frac{1}{sC} \quad (5.81)$$

电感电流为

$$\hat{i}_L(s) = \frac{1}{Z_i(s)} [D \hat{v}_g + V_g \hat{d}(s)] = \frac{D}{Z_i(s)} \left[\hat{v}_g + \frac{V_g}{D} \hat{d}(s) \right] \quad (5.82)$$

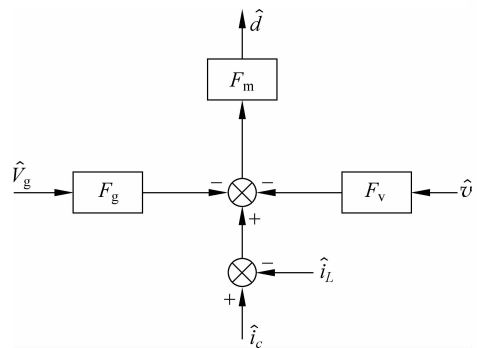


图 5.27 峰值电流控制的原理框图

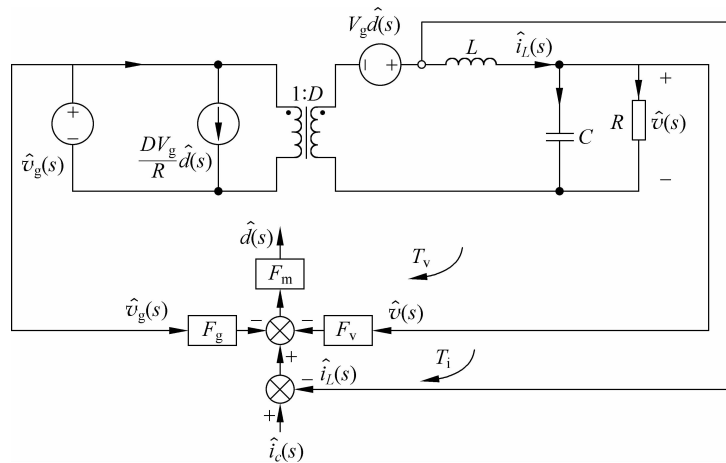


图 5.28 峰值电流控制的 Buck 变换器模型

变换器的输出电压为

$$\hat{v}(s) = \hat{i}_L(s) Z_o(s) = \frac{D Z_o(s)}{Z_i(s)} \left[\hat{v}_g + \frac{V}{D^2} \hat{d}(s) \right] \quad (5.83)$$

依据式(5.82)和式(5.83),绘制控制框图代替图 5.28 的 Buck 变换器电路模型,可得图 5.29 所示的峰值电流控制的 Buck 变换器控制框图。

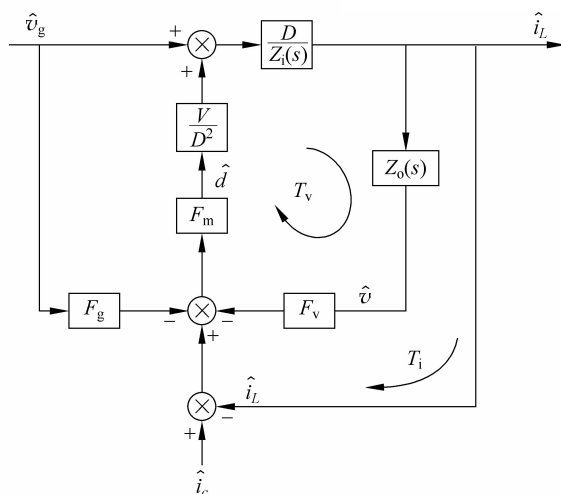


图 5.29 峰值电流控制的 Buck 变换器控制框图

由图 5.29 可得,电流控制至输出电压的传递函数为

$$G_{vc}(s) = \frac{\hat{v}(s)}{\hat{i}_c(s)} = \frac{\hat{i}_L(s)}{\hat{i}_c(s)} Z_o(s) \quad (5.84)$$

其中,电流闭环的传递函数为

$$\left. \frac{\hat{i}_L(s)}{\hat{i}_c(s)} \right|_{\hat{v}_g=0} = \frac{T_i(s)}{1 + T_i(s)} \quad (5.85)$$

$T_i(s)$ 为电流回路传递函数,由图 5.29 可得

$$T_i(s) = \frac{F_m \frac{V}{D^2} \frac{D}{Z_i(s)}}{1 + F_m \frac{V}{D^2} \frac{D}{Z_i(s)} Z_o(s) F_v} = \frac{F_m \frac{V}{D}}{Z_i(s) + F_m F_v \frac{V}{D} Z_o(s)} \quad (5.86)$$

将式(5.85)代入式(5.84),得

$$G_{vc}(s) = \frac{T_i(s)}{1 + T_i(s)} Z_o(s) \quad (5.87)$$

将式(5.81)所示 $Z_o(s)$ 与式(5.49)所示峰值电流控制的一阶模型相对比可知,式(5.87)表示的修正后的电流控制指令至变换器输出电压的传递函数为原一阶模型所对应的传递函数 $Z_o(s)$ 乘上一个修正因子 $T_i(s)/(1 + T_i(s))$ 。

将 Buck 变换器相关参量代入式(5.86),可解出

$$T_i(s) = K \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \frac{1 + sRC}{1 + s \left(\frac{L}{R} \frac{2DM_a}{M_2} \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \right) + s^2 \left(LC \frac{2DM_a}{M_2} \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \right)} \quad (5.88)$$

式中: $K=2L/RT_s$, 为式(1.23)所定义的无量纲参数。

$$\alpha = -\frac{1 - \frac{M_a}{M_2}}{\frac{D'}{D} + \frac{M_a}{M_2}}$$

控制器稳定的条件是 $|\alpha| < 1$ 。

将式(5.88)改写为标准形式, 即

$$T_i(s) = T_{i0} \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{Q\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2} \quad (5.89)$$

式中:

$$T_{i0} = K \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}$$

$$\omega_z = \frac{1}{RC}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC \frac{2DM_a}{M_2} \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}}}$$

$$Q = R \sqrt{\frac{C}{L}} \sqrt{\frac{M_2}{2DM_a} \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha}}$$

例 5.3 试分析 CCM 模式下峰值电流控制型 Buck 变换器的修正模型。已知变换器各参量为, 输入电压为 12V, 输出电压为 5.3V。输出电感 $L=10\mu\text{H}$, 输出电容 $C=44\mu\text{F}$, 负载 $R=1.65\Omega$ 。系统开关频率 $f_s=340\text{kHz}$, 斜坡补偿的斜率 $M_a=0.75M_2$ 。

将上述参量代入式(5.89), 可得

$$T_i(s) = T_{i0} \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{Q\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

式中:

$$T_{i0} = K \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} = 5.2893$$

$$K = \frac{2L}{RT_s} = 4.1212$$

$$\alpha = -\frac{1 - \frac{M_a}{M_2}}{\frac{D'}{D} + \frac{M_a}{M_2}} = -0.1241$$

$$\omega_z = \frac{1}{RC} = 1.3774 \times 10^4 \text{ rad/s}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC \frac{2DM_a}{M_2} \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}}} = 5.1701 \times 10^4 \text{ rad/s}$$

$$Q = R \sqrt{\frac{C}{L}} \sqrt{\frac{M_2}{2DM_a} \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha}} = 3.7535$$

将上式代入式(5.87),得电流控制指令至变换器输出电压的修正模型,即

$$G_{vc}(s) = \frac{T_i(s)}{1 + T_i(s)} Z_o(s) = \frac{8.727}{3.741 \times 10^{-10} s^2 + 3.892 \times 10^{-4} s + 6.289}$$

依据上式绘制的峰值电流控制下的变换器系统 $G_{vc}(s)$ 的 Bode 图如图 5.30 所示。根据绘制出的被控对象 Bode 图,应用 MATLAB 设计工具,可进一步方便地完成满足要求的控制器设计。

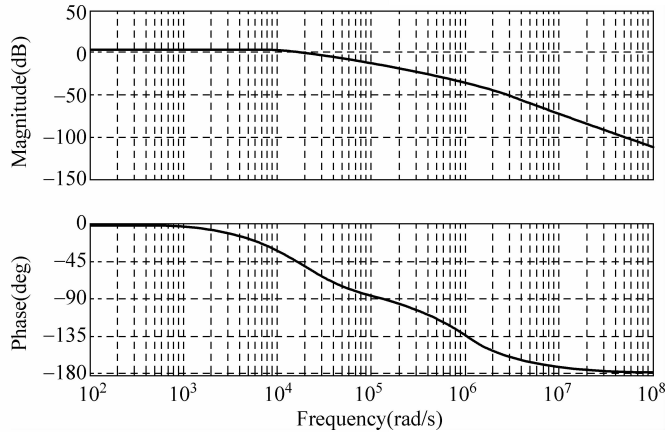


图 5.30 峰值电流控制下的变换器系统 $G_{vc}(s)$ 的 Bode 图

对于 Boost 变换器和 Buck-Boost 变换器,同样可通过将图 5.27 所示的峰值电流控制器代入第 2 章所得的相应 DC-DC 变换器小信号等效电路模型,即可得到对应变换器峰值电流控制的电路模型。图 5.31 给出了 Boost 变换器峰值电流控制电路模型。依据上述推导方法,同样也可得出对应变换器的峰值电流控制的修正模型。

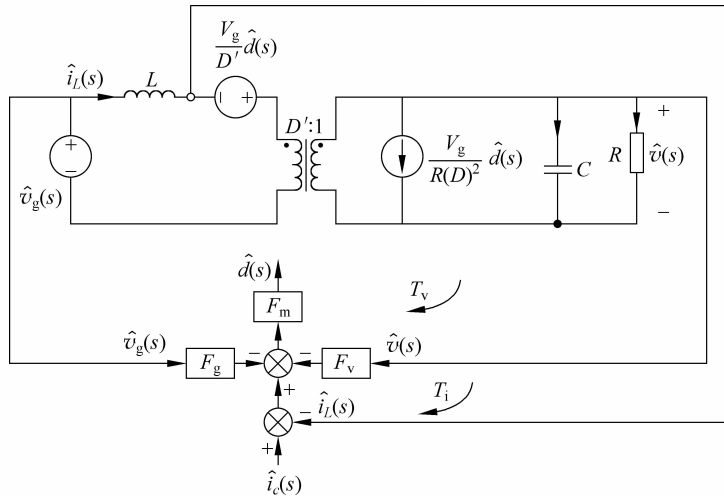


图 5.31 峰值电流控制的 Boost 变换器模型