

第5章

控制系统的频域校正

5.1 引言

在前面关于控制系统一般性能的讨论中已经指出,一个可以运行的控制系统首先必须是稳定的。对于稳定的控制系统,它还必须具有一定的稳态精度和快速性。

然而,一个实际的被控对象未必是稳定的,而且即使它是稳定的,其稳态精度和快速性也未必符合要求。这就需要在系统中引入某些附加装置来改变控制系统的结构和参数,以使引入附加装置后的闭环控制系统能够满足希望的性能要求。这种引入附加装置的措施称为**校正**,所引入的附加装置称为**校正装置**。引入校正装置涉及两个问题:一是校正装置的引入位置,二是校正装置本身的结构和参数。

所以,校正的任务可以表述如下:在被控对象已经给定的情况下,根据希望的闭环控制系统特性来确定校正装置在控制回路中的位置以及它们的结构和参数。在进行校正设计时,有时出于生产的需要已经规定了校正装置的部分结构和参数,在这种情况下需要做的就是确定剩余部分的结构和参数。

本章主要讨论采用频域特性进行计算的校正方法,其中 5.2 节介绍校正的基本概念,5.3 节、5.4 节和 5.5 节分别介绍超前校正、滞后校正和超前滞后校正的频域设计方法,5.6 节简单介绍工业中广泛使用的 PID 控制器的参数整定方法,5.7 节讨论基于预期开环频率特性的校正方法。

5.2 校正的基本概念

1. 控制系统的结构

按照校正装置的引入位置,通常可以分为串联校正、局部反馈校正和前馈校正。

串联校正指校正装置与被控对象串联,如图 5.2.1 所示。串联校正结构简单,开环传递函数是对象传递函数 $G_p(s)$ 和校正装置传递函数 $G_c(s)$ 的乘积。在伯德图上,传递函数的相乘运算或相除运算比较容易,所以串联校正的分析比较简单,参数选择比较容易,因而也是工程校正中常用的控制系统结构。

局部反馈校正如图 5.2.2 所示。图中 $G_2(s)$ 是被控对象传递函数或被控对象传递函数的一部分, $F(s)$ 是反馈装置的传递函数, $G_2(s)$ 和 $F(s)$ 构成局部反馈。 $G_1(s)$ 是校正装置传递函数,在实际控制系统中, $G_1(s)$ 也许包括被控对象传递函数的某个部分。局部反馈校正系统实际还存在一个外环控制回路来保证闭环系统的性能。局部反馈的优点是,

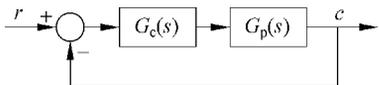


图 5.2.1 串联校正

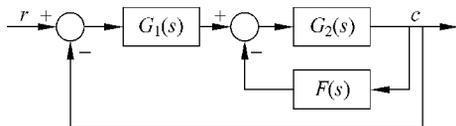


图 5.2.2 局部反馈校正

它先采用局部反馈改善对象中某些难以控制的部分的性能,从而使外环控制回路的设计变得比较容易。而且,在局部反馈校正部分,往往采用简单结构的反馈装置就能够获得良好的控制效果。它的缺点是,由于校正装置位于反馈回路内,所以它的分析和参数选择不如串联校正容易进行。

控制系统校正的另一种常用结构是顺馈校正,也称前馈校正。在第1章介绍的顺馈控制就属于前馈校正。顺馈校正是在输出量发生变化之前就对偏差进行校正,所以对提高系统控制精度和减少扰动引起的误差十分有效。

不过,顺馈校正实现的是开环控制,不能克服顺馈校正装置本身误差所造成的输出偏差。所以,通常顺馈校正被加到反馈控制系统中构成复合校正。复合校正的结构如图5.2.3所示。图5.2.3(a)表示对输入信号进行补偿,前馈校正装置 $G_f(s)$ 提供输入信号的微分作用,可以加快响应过程,改善动态性能,消除稳态误差。图5.2.3(b)表示对扰动进行补偿,前馈校正装置 $G_f(s)$ 可以及时抵消扰动的影响,加速响应过程和减小误差。

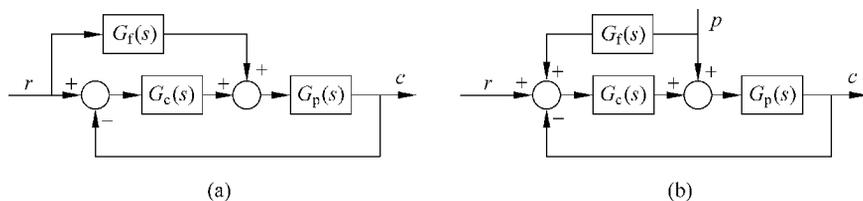


图 5.2.3 带有前馈的复合校正

本章主要讨论串联校正装置的结构和采用频率特性设计时的参数选择方法。

2. 控制系统的性能指标

为获得希望的闭环系统,必须具体表述闭环系统的特性,这些表述系统特性的变量和数据被称为控制系统的性能指标。表示闭环系统性能的最佳指标是表示闭环时间响应的指标,不过这些指标只是在选择了校正装置的结构和参数、获得闭环传递函数并获得闭环时间响应后才可以测量,因此在使用它们作为设计校正装置的直接依据时,计算比较困难。

所以,在进行校正设计时,通常不采用表示系统时间特性的时域方法进行,而是采用时域以外的方法进行,譬如采用频率特性方法来设计校正装置。

闭环系统的频率特性应当用闭环频率特性的指标来表示,表示闭环频率特性的主要指标有谐振频率 ω_r 、谐振峰值 M_r 和频带 ω_B 。但是,这些指标的测量都需要在获得闭环频率特性之后进行,同样不便于作为设计校正装置的直接依据。所以,校正装置的设计通常采用开环频率特性进行。

用来表述系统的希望频率特性的基本指标是相角裕度和稳态误差。

相角裕度 γ 常常选择在 $40^\circ \sim 60^\circ$ 之间,对于大多数系统,这样的相角裕度可以保证闭环系统具有可以接受的相对稳定性。稳定性裕度可以同时采用相角裕度和增益裕度来表示,不过在一般处理过程中,总是以相角裕度作为设计依据,然后再检查增益裕度是否

合乎要求。若不合乎要求,可以适当调整开环频率特性的高频部分。

稳态误差属于时域指标,但对于稳态误差的要求通常以静态误差系数表示,而静态误差系数可以直接用开环传递函数的参数表示,并可以在开环频率特性上直接测量,所以能够被用来作为频域设计的指标。

以上两项指标表示了闭环系统的稳定性和稳态精度,但没有表示系统的快速性。系统快速性通常采用开环频率特性的增益穿越频率 ω_{gc} (或简记为 ω_c)间接表示,因为定性而言,对一般的系统,增益穿越频率越高,频带就越宽,闭环响应的速度也就越快。

如果给定的指标是闭环时域指标或闭环频域指标,就需要转化成开环频域指标。常用的方法是将校正后的系统看成标准二阶系统,按照标准二阶系统的规则获得希望的开环频域指标。标准二阶系统的指标对照范围如表 5.2.1 所示,详细数值对照关系可以参照第 4 章的有关公式进行计算。

表 5.2.1 标准二阶系统指标对照表

阻尼系数 ζ	相角裕度 γ	超调量 $\sigma\%$	谐振峰值 M_r	谐振频率 ω_r
0.4	43°	25.4%	1.364	$0.92\omega_n$
0.7	65°	4.6%	1.002	$0.71\omega_n$

当然,采用根据表 5.2.1 选择的开环频率特性指标来设计校正装置,校正后的高阶闭环系统未必完全满足给定的时域指标。但是,根据校正后系统时域指标与给定开环指标的偏差,通常可以看出应当如何修正所选的开环指标。于是,适当调整开环频率特性指标后再进行设计计算,就可以获得希望的闭环系统。有经验的设计人员也可以在根据表 5.2.1 选择指标后,预先加以调整再进行设计。

对于简单的系统,通常可以采用串联超前校正、滞后校正或超前滞后校正来获得希望的闭环系统。对于比较复杂的系统,最好根据期望开环频率特性来设计校正装置。

5.3 超前校正

5.3.1 超前校正的性质和作用

超前校正装置的传递函数为

$$G_c(s) = K_c \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts}, \quad \alpha > 1 \quad (5.3.1)$$

其中 K_c 表示校正装置的增益。当 $K_c = 1$ 时,超前校正装置的对数频率特性如图 5.3.1 所示。

超前校正的频率特性由 $1 + j\alpha T\omega$ 和 $1/(1 + jT\omega)$ 相加而得。它的折线幅频特性表明,超前装置相当于高通滤波器,所以有助于提高系统的快速性。

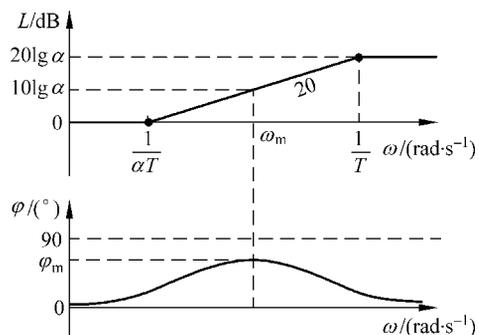


图 5.3.1 超前校正频率特性的伯德图($K_c = 1$)

超前校正频率特性的相角为

$$\varphi = \arg G_c(s) = \arctan \alpha T \omega - \arctan T \omega \quad (5.3.2)$$

这个相角总是正数,它表明超前校正装置能够提供超前的相角,这就是该装置被称为超前校正装置的原因。角度 φ 被称为校正装置提供的超前角。所以,如果参数 α 和 T 选择得合适,超前校正可以提升系统的相角裕度,改进系统的稳定性。

取相角对频率的导数,可以证明,该相角在

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha} T} \quad (5.3.3)$$

时有极大值

$$\varphi_m = \arcsin \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \quad (5.3.4)$$

由式(5.3.4)可见,超前校正所提供的最大超前角 φ_m 随 α 的增大而增加。不过,一般选择 $\alpha < 20$ 。因为 α 继续增大时,所获得的超前角增加有限,但有可能给超前校正装置的工程实现带来某些困难。

通常进行校正计算时,总是根据所需要增加的超前角来决定超前校正装置的参数。由式(5.3.4)可以得到

$$\alpha = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} \quad (5.3.5)$$

利用这个关系,就能够在确定了所需的最大超前角之后选择合适的 α 值。

图 5.3.2 可以用来解释超前校正为什么能够改善系统的频率特性。该图采用 I 型二阶对象为例来说明开环频率特性在附加了超前校正装置后所发生的变化。图中用虚线表示被控对象的频率特性,特性曲线旁标记了 $L(G_p)$ 和 φ_p (即 $\arg G_p$)。

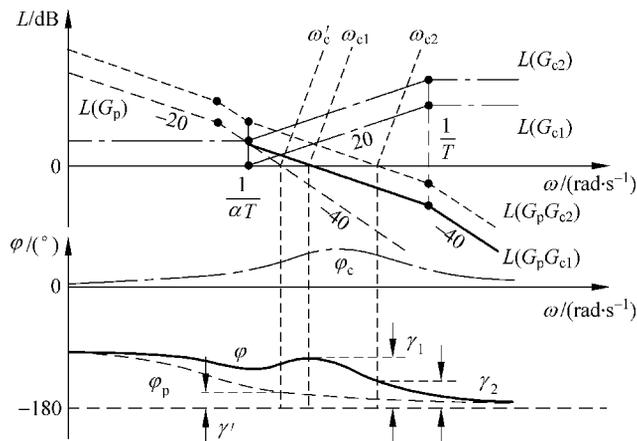


图 5.3.2 超前校正的作用

图中的点划线表示校正装置的频率特性。该图中画出了两个超前校正装置。第一个超前校正装置 $G_{c1}(s)$ 的增益为 $K_c = 1$, 其折线幅频特性和对数相频特性分别用 $L(G_{c1})$ 和 φ_c 标记。校正后系统的频率特性用实线表示,特性曲线旁标记了 $L(G_p G_{c1})$ 和 φ (即

$\arg G_p G_{c1}$)。在绘制校正后系统的频率特性时,只用实线绘制了与未校正系统不同的部分,相同的部分仍然保留原来的虚线。本章后面的伯德图也保持这种画法。

根据对象频率特性可以知道,在校正前,增益穿越频率为 ω'_c ,相角裕度为 γ' 。经 $G_{c1}(s)$ 校正后,增益穿越频率升高到 ω_{c1} ,相角裕度增加到 γ_1 。从图中可以看出, γ_1 要比 γ' 大得多。也就是说,超前校正确实可以增加系统的相角裕度。显然,相角裕度增加的幅度与对象的相频特性以及校正装置的参数有关。如果适当选择校正装置的参数,使得增益穿越频率与校正装置频率特性中产生最大超前角的频率重合,就可以获得最大的相角裕度增加。所以,超前校正装置设计的主要任务是选择 α 和 T ,使超前装置在希望的增益穿越频率附近提供尽可能大的超前角。

图中还画出了第二个超前校正装置 $G_{c2}(s)$,它的增益 K_c 略大于1。这第二个超前校正装置的折线幅频特性也用点划线表示,折线旁标记了 $L(G_{c2})$;它的对数相频特性与第一个超前校正装置一样,同为 φ_c 。经 $G_{c2}(s)$ 校正后的折线幅频特性用虚线表示,旁边标记了 $L(G_p G_{c2})$ 。这个折线幅频特性向上平移了与 $K_c > 1$ 相应的距离,故而增益穿越频率也会向右进一步移动到 ω_{c2} 。不过相频特性 φ 不变。可以看出,只要 K_c 不是太大,就能够保证相角裕度 γ_2 仍然比 γ' 大。在这种情况下,由于校正后的折线幅频特性向上移动,所以其低频幅值随着升高,静态误差系数也会有所增加。

综上所述,超前校正装置的主要作用是增加系统的相对稳定性,但在某些情况下,也能够小幅度地提高系统的稳态精度。

图 5.3.2 解释了超前校正的原理,但在通常设计时,并不完全按照它来进行计算。在通常设计时,往往是先按照稳态精度要求确定开环传递函数的总增益,该总增益中既包括对象的增益 K_p ,也包括校正装置的增益 K_c 。所以,进一步的设计计算不是针对 $G_p(s)$ 进行,而是针对 $K_c G_p(s)$ 进行。

若将超前校正装置传递函数改写为

$$G_c(s) = K_c \hat{G}_c(s) \quad (5.3.6)$$

$$\hat{G}_c(s) = \frac{1 + \alpha T s}{1 + T s}, \quad \alpha > 1 \quad (5.3.7)$$

就可以用图 5.3.3 来说明超前校正的设计计算过程。

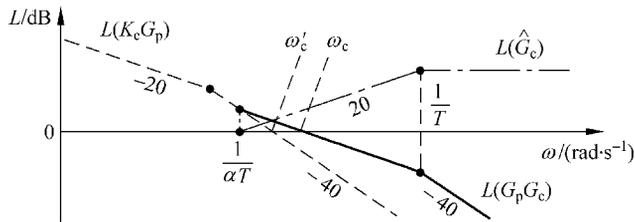


图 5.3.3 系统附加增益后计算超前校正的示意图

图中各种特性曲线的形式和符号与图 5.3.2 相似,但未校正前的折线幅频特性是对象附加了增益 K_c 后(即增益校正后的对象 $K_c G_p(s)$)的幅频特性,而超前装置的折线幅

频特性却是不包含增益时(即 $\hat{G}_c(s)$)的幅频特性。图中 ω'_c 表示增益校正后的增益穿越频率。增加了 $\hat{G}_c(s)$ 后,增益穿越频率增加。图 5.3.3 中没有画出相频特性,因为相频特性与图 5.3.2 类似。对照图 5.3.2 的相频特性可以看出,校正后的相角裕度也会增加。

5.3.2 设计示例

例 5.3.1 已知对象传递函数为

$$G_p(s) = \frac{5}{s(1+0.5s)}$$

两个超前校正装置的传递函数分别为

$$G_{c1}(s) = \frac{1+0.5s}{(1+0.05s)}, \quad G_{c2}(s) = \frac{2(1+0.5s)}{(1+0.05s)}$$

求校正后系统的相角裕度和稳态精度。

解 这两个校正装置的特点是,它们的分子正好和对象传递函数分母中一个因子对消。

① 采用第一个校正装置 $G_{c1}(s)$ 的结果。采用 $G_{c1}(s)$ 校正后,开环传递函数为

$$G_p(s)G_{c1}(s) = \frac{5}{s(1+0.05s)}$$

它的频率特性如图 5.3.4 的实线所示。

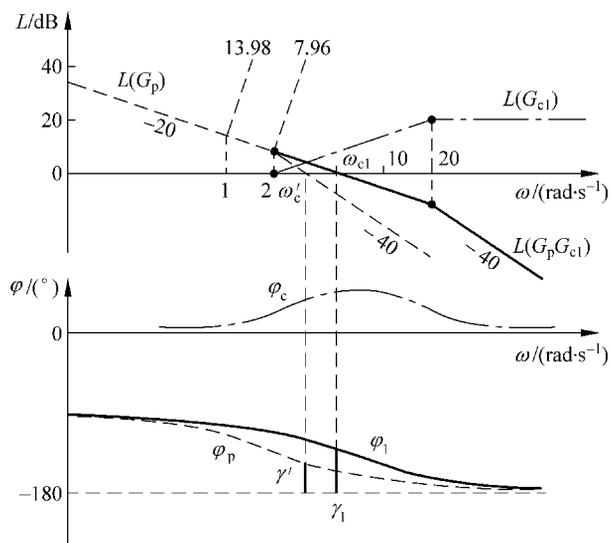


图 5.3.4 采用校正装置 $G_{c1}(s)$ 的结果

图中虚线表示未校正对象的频率特性, $L(G_p)$ 表示其折线幅频特性,图中标记的数字 13.98 表示频率为 1 时的对数幅值为 $20\lg 5=13.98\text{dB}$,7.96 表示频率为 2 时的对数幅值为 7.96dB; φ_p 表示相频特性,相频特性只是示意图,没有准确绘制。按照折线幅频特性,

频率为 ω'_c 时增益为 0dB, 即

$$13.98 - 20\lg \frac{2}{1} - 40\lg \frac{\omega'_c}{2} = 0\text{dB}$$

由此可以计算出增益穿越频率 $\omega'_c = 3.16\text{rad/s}$, 再根据传递函数 $G_p(s)G_{c1}(s)$, 可以通过计算得到相角裕度 $\gamma' = 32.3^\circ$ 。根据传递函数 $G_p(s)$ 可知, 静态速度误差系数为 $K'_v = 5\text{s}^{-1}$ 。

校正装置的频率特性用点划线表示, 分别用 $L(G_{c1})$ 和 φ_c 表示其幅频特性和相频特性。

校正后系统的频率特性如实线所示。根据渐近线斜率可以算出校正后的增益穿越频率 $\omega_{c1} = 5\text{rad/s}$, 在该频率处的相角为

$$\arg G_p(\omega_{c1}) = -90^\circ - \arctan(0.05 \times 5) = -104.0^\circ$$

所以相角裕度 $\gamma_1 = 76.0^\circ$, 相角裕度比校正前有很大增加。不过由于频率特性的低频增益不变, 静态速度误差系数不变, 仍然为 $K_{v1} = 5\text{s}^{-1}$ 。

② 采用第二个校正装置 $G_{c2}(s)$ 的结果。采用 $G_{c2}(s)$ 校正后的开环传递函数为

$$G_p(s)G_{c2}(s) = \frac{10}{s(1+0.05s)}$$

它的频率特性如图 5.3.5 的实线所示, 由于校正后相频特性不变, 所以图 5.3.5 只绘制了折线幅频特性。

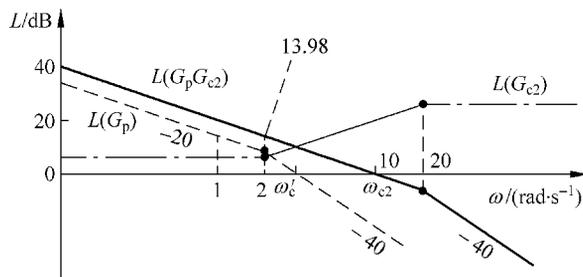


图 5.3.5 采用校正装置 $G_{c2}(s)$ 后的幅频特性

由于校正装置增益 $K_{c2} = 2$ (相当 6.02dB), 所以校正后的开环系统增益为 10。这意味着静态速度误差系数增加到 $K_{v2} = 10\text{s}^{-1}$ 。根据 I 型系统频率特性低频渐近线的性质可知, 它与频率轴的交点在数值上等于静态速度误差系数, 所以增益穿越频率 $\omega_{c2} = 10\text{rad/s}$ 。计算此时的相角, 可得相角裕度 $\gamma_2 = 63.43^\circ$ 。□

上例的特点是, 校正装置传递函数的零点与被控对象传递函数中除原点外最靠近虚轴的实极点对消。如果目的只是改进稳定性, 对相角裕度和增益穿越频率并没有明确的数量指标, 那么, 这确实是选择超前校正装置参数的一种方法。但如果明确给出了指标的数量, 就不一定能够采用这种方法。

例 5.3.2 已知单位负反馈控制系统的开环传递函数为

$$G_p(s) = \frac{K}{s(1+0.1s)(1+0.01s)}$$

设计串联校正装置使校正后系统的相角裕度 $\gamma \geq 30^\circ$, 增益穿越频率 $\omega_c \geq 45\text{rad/s}$, 静态速

度误差系数 $K_v \geq 100\text{s}^{-1}$ 。

解 ① 确定期望的开环增益 K 。因为 $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG_p(s) = K$, 所以取 $K = 100$ 。注意, 这里的增益可以被理解为已经包含了校正装置的增益 K_c , 所以在此后的设计中, 不再选择校正装置的增益。经增益校正后的系统传递函数为

$$K_c G_p(s) = \frac{100}{s(1+0.1s)(1+0.01s)}$$

② 分析增益校正后的系统。图 5.3.6 为 $K = 100$ 时的伯德图。图中的对数幅频特性为渐近线, 频率为 1 时的对数幅值为 $20\lg 100 = 40\text{dB}$ 。相频特性为示意图。

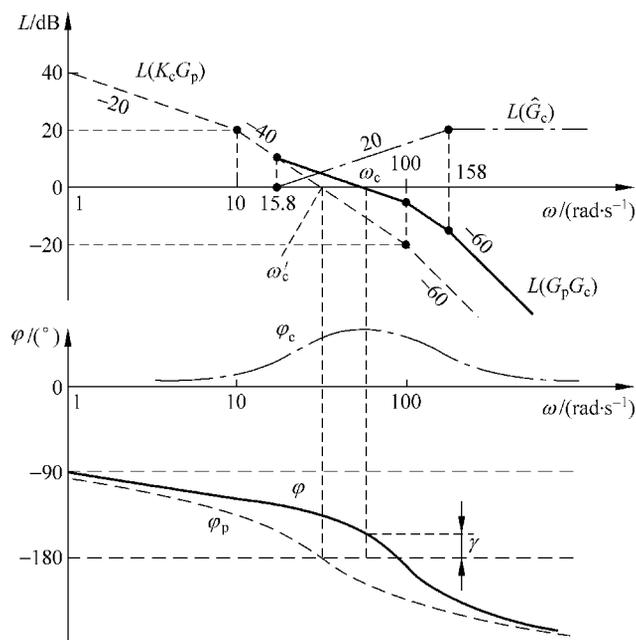


图 5.3.6 例 5.3.2 系统校正前后的伯德图

图中虚线代表仅加入增益后的频率特性。从图上可以看出, 增益穿越频率是转角频率 10 和 100 的几何中点, 即 $\omega'_c = \sqrt{10 \times 100} = 31.62\text{rad/s}$, 相角裕度 $\gamma' \approx 0^\circ$ 。校正的任务是增加相角裕度, 同时还要提升增益穿越频率, 所以采用超前校正。在无增益的情况下, 超前校正装置的传递函数取为

$$\hat{G}_c(s) = \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts}, \quad \alpha > 1$$

③ 计算期望的超前角。因为现在无法确定校正后的准确增益穿越频率, 所以只能试取 $\omega_c = 50 > 45\text{rad/s}$ 。于是可得

$$\begin{aligned} \arg G_p(j50) &= -90^\circ - \arctan 5 - \arctan 0.5 \\ &= -195.26^\circ \end{aligned}$$

这相当 -15° 的相角裕度。由 $\gamma > 30^\circ$ 可知, 超前校正装置在该频率处至少应提供大约 45° 的超前角。由于最终的增益穿越频率可能发生变化, 所以应当将超前角增加 $5^\circ \sim 10^\circ$ 。这

里不妨多增加一些角度,取超前校正装置提供的最大超前角为 $\varphi_m=55^\circ$ 。

④ 计算 α 。

$$\alpha = \frac{1 + \sin\varphi_m}{1 - \sin\varphi_m} = 10$$

⑤ 计算 T 。设超前校正装置提供最大超前角的频率为 $\omega_m=50\text{rad/s}$,则有

$$T = \frac{1}{\sqrt{\alpha}\omega_m} = 0.0063 \quad \alpha T = 0.063$$

⑥ 写出校正装置的传递函数。校正装置的传递函数为

$$G_c(s) = K_c \hat{G}_c(s) = K_c \frac{1 + 0.063s}{1 + 0.0063s}$$

其中 $\hat{G}_c(s)$ 的频率特性如图 5.3.6 中的点划线所示。

⑦ 检验校正后系统的频率特性。校正后系统的开环传递函数为

$$G_p(s)G_c(s) = \frac{100(1 + 0.063s)}{s(1 + 0.1s)(1 + 0.01s)(1 + 0.0063s)}$$

它的频率特性如图 5.3.6 中的实线所示。设增益穿越频率为 ω_c ,按渐近线计算,它应当满足

$$40 - 20\lg \frac{10}{1} - 40\lg \frac{15.8}{10} - 20\lg \frac{\omega_c}{15.8} = 0\text{dB}$$

由此可以求得增益穿越频率 $\omega_c=63.3\text{rad/s}$ 。因为

$$\arg G_p(j63.3)G_c(j63.3) = -149.2^\circ$$

所以相角裕度为 $\gamma=30.8^\circ$ 。由 $G_p(s)G_c(s)$ 可知 $K_v=100\text{s}^{-1}$ 。□

从例 5.3.2 可以看出,在设计过程中,设计者有时需要自行选择某些数据。只有在这些数据选择得合适时,才能最终达到校正的要求。从这个意义上讲,超前校正的设计方法是一种试凑的方法。后面将要讲述的滞后校正、超前滞后校正也是试凑的方法。不过由于系统比较简单,只要掌握了校正装置能够改善系统性能的原理,再积累一点经验,这种选择并不困难。退一步讲,只要希望的指标没有不合理之处,那么即使第一次设计未能达到要求,返回去适当修改刚才所选的数据,也总能获得可用的校正装置。

另外要指出,设计的步骤不是唯一的。在例 5.3.2 中,校正后计算出的增益穿越频率比当初选择的增益穿越频率高。这两个增益穿越频率不一致就说明,该校正没有充分利用超前校正装置所能提供的最大超前角。所以,在设计时让这两个频率一致也不失为一种设计方法。

不包括增益 K_c 的超前校正装置 $\hat{G}_c(s)$ 在产生最大超前角的频率处的增益为 $10\lg\alpha\text{dB}$ 。所以,为了使校正后 $\omega_c=\omega_m$, ω_m 必须按照

$$20\lg K_c G_p(j\omega_m) = -10\lg\alpha \quad (5.3.8)$$

来选择。

对于例 5.3.2,按照这种方法设计超前校正装置的步骤叙述如下。

①和②和前述设计方法完全相同,即①确定期望的开环增益 K ,②分析增益校正后的系统。

③ 计算期望的超前角。按照

$$\phi_m = \gamma - \gamma' + (10^\circ \sim 20^\circ)$$

确定校正装置提供的最大相位超前角,其中加的 $10^\circ \sim 20^\circ$ 是为了补偿引入相位超前校正后增益穿越频率提高造成原系统的相角滞后的增大。现取

$$\phi_m = 30^\circ - 0^\circ + 15^\circ = 45^\circ$$

④ 计算 α 。

$$\alpha = \frac{1 + \sin\phi_m}{1 - \sin\phi_m} = \frac{1 + \sin 45^\circ}{1 - \sin 45^\circ} = 5.8$$

现取 $\alpha = 6$ 。

⑤ 计算增益穿越频率 ω_c , 应有 $\omega_c = \omega_m$ 。根据 $20\lg K_c G_p(j\omega_m) = -10\lg\alpha$ 有

$$40\lg \frac{\omega_c}{\omega_m} = 10\lg\alpha$$

已经求得 $\omega'_c = 31.62$, 于是可以解得 $\omega_c = 49.5 \text{ rad/s}$, 可取 $\omega_c = 50 > 45 \text{ rad/s}$ 。

⑥ 计算 T 。设超前校正装置提供最大超前角的频率为 $\omega_m = 50 \text{ rad/s}$, 则有

$$T = \frac{1}{\sqrt{\alpha}\omega_m} = 0.0082, \quad \alpha T = 0.05$$

⑦ 写出校正装置的传递函数。校正装置的传递函数为

$$G_c(s) = K_c \hat{G}_c(s) = K_c \frac{1 + 0.05s}{1 + 0.0082s}$$

⑧ 检验校正后系统的频率特性。校正后系统的开环传递函数为

$$G_p(s)G_c(s) = \frac{100(1 + 0.05s)}{s(1 + 0.1s)(1 + 0.01s)(1 + 0.0082s)}$$

它的渐近对数幅频特性接近图 5.3.6 中的实线。由于增益穿越频率为 $\omega_c = 50 \text{ rad/s}$, 于是可以求得校正后系统的相角裕度为

$$\begin{aligned} \gamma &= 180^\circ - 90^\circ - \arctan 50 \times 0.1 - \arctan 50 \times 0.01 + \arctan 50 \\ &\quad \times 0.05 - \arctan 50 \times 0.0082 = 29.5^\circ \end{aligned}$$

前已述及,使校正装置传递函数的零点与被控对象传递函数中除原点外最靠近虚轴的实极点对消也是选择超前校正装置参数的一种方法。对于例 5.3.2,可取校正装置传递函数为

$$G_c(s) = \frac{0.1s + 1}{Ts + 1}$$

此时校正后系统的增益穿越频率为 $\omega_c = 100 \text{ rad/s}$, 则由相角裕度的要求可得

$$\gamma = 180^\circ - 90^\circ - \arctan 100 \times 0.01 - \arctan 100 \times T = 30^\circ$$

可以解得 $T = 0.0027 \text{ s}$ 。则校正装置传递函数为

$$G_c(s) = \frac{0.1s + 1}{0.0027s + 1}$$

因为设计步骤的不唯一性,所以很难得到程序化的设计步骤。不过,根据上面的讨

论和示例,可以大致总结出设计超前校正装置的如下步骤:

(1) 根据稳态误差要求确定开环传递函数的总增益,其中可以包括校正装置传递函数的增益 K_c 。

(2) 画出增益校正后的系统的伯德图,如果相角裕度太低,而且也不宜降低增益穿越频率,则考虑进行超前校正。计算超前校正装置应当提供的最大超前角 φ_m (注意适当增加余量),在必要时选择校正后的增益穿越频率。

(3) 根据 φ_m 来选择校正装置传递函数的参数 α 和 T 。

(4) 画出校正后系统的伯德图,检验系统的各项指标是否符合要求。若不符合要求可以适当修改(2)中选择的参数重新计算。

综上所述可知,系统经串联超前校正后,减小了系统对数幅频特性在增益穿越频率附近的负斜率,使该频段的斜率变为 -20dB/dec ,并占据一定的宽度,从而使系统的相角裕度增加,提高了系统的稳定性,使系统动态响应过程的超调量减小。与此同时,可使系统的增益穿越频率增大,增加了系统的带宽,使系统的响应速度加快。

应当指出,在有些情况下采用串联超前校正将是无效的,因为串联超前校正受以下因素的限制:

(1) 闭环带宽要求。如果待校正系统相角裕度很小或不稳定,为了得到指标要求的相角裕度,需要超前校正装置提供很大的超前角。这样,超前校正装置的 α 值必须选取很大的数值,从而造成校正后系统的带宽过大,使得通过系统的高频噪声电平很高,或高频噪声能较顺利地通过系统,严重时可能导致系统失控。

(2) 如果待校正系统的相角在增益穿越频率附近向负相角方向急剧减小时,采用串联超前校正往往效果不大,一般不宜采用串联超前校正。因为引入串联超前校正后,系统的增益穿越频率将会增大,而随着增益穿越频率的增大,待校正系统的相角迅速向负相角方向减小,使校正后系统相角裕度的改善不大,很难得到足够的超前相角。在一般情况下,造成相角向负相角方向迅速减小的原因是:在待校正系统增益穿越频率附近有两个或两个以上转折频率彼此靠近或转折频率彼此相等的惯性环节;或在待校正系统增益穿越频率附近存在二阶振荡环节。在上述情况下,可考虑采用其他方法对系统进行校正。

5.4 滞后校正

5.4.1 滞后校正的性质和作用

滞后校正装置的传递函数为

$$G_c(s) = K_c \frac{1 + T_s}{1 + \beta T_s}, \quad \beta > 1 \quad (5.4.1)$$

其中 K_c 表示校正装置的增益。当 $K_c=1$ 时,滞后校正装置的对数频率特性如图 5.4.1

所示。

滞后校正的频率特性表明,它相当于低通滤波器,由于高频分量被衰减,所以对提高系统的响应速度是不利的。它的相角为 $\varphi = \arctan T\omega - \arctan \beta T\omega$, 该相角总是负数,所以对提高系统的稳定性也未必有利。可见,滞后校正的主要作用不是提高系统的稳定性和响应速度。

为了避免滞后相角对系统稳定性的不利影响, $1/T$ 必须选得相当低。如果校正后系统的增益穿越频率为 ω_c , 那么通常取

$$\frac{1}{T} < \left(\frac{1}{5} \sim \frac{1}{10} \right) \omega_c \quad (5.4.2)$$

否则,在 ω_c 处就可能难以获得足够的相角裕度。

图 5.4.2 可以用来解释滞后校正对系统性能的改进作用,在图中所画的滞后校正装置特性中,校正装置增益具有特殊的数值,即 $K_c = \beta$ 。

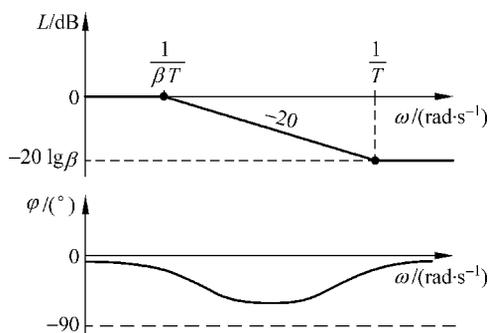


图 5.4.1 滞后校正频率特性的伯德图($K_c=1$)

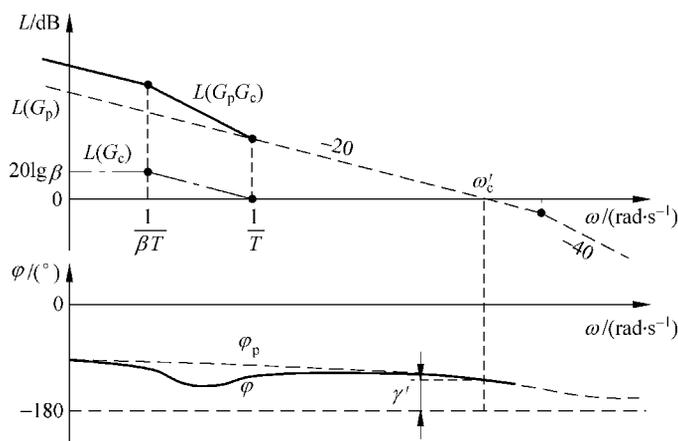


图 5.4.2 滞后校正的作用($K_c=\beta$)

图中用虚线表示被控对象的频率特性。在未经校正的情况下,增益穿越频率为 ω'_c , 相角裕度为 γ' 。点划线表示校正装置的频率特性,实线表示校正后系统的频率特性。由于校正装置转角频率 $1/T$ 比 ω'_c 低得多,所以校正后的幅频曲线 $L(G_p G_c)$ 和相角曲线 φ 在 ω'_c 附近与对象的频率特性曲线相差无几。故而可以认为校正后的增益穿越频率和相角裕度基本不变。

然而,校正后频率特性的低频渐近线升高了 $20 \lg \beta = 20 \lg K_c$ 。这意味着,开环增益扩大为原来的 K_c 倍,静态速度误差系数也扩大为原来的 K_c 倍。这正是滞后校正装置的主要作用。所以选用较大的 β 值有利于稳态精度的提高。不过,一般取 $\beta < 20$, 这主要是为了避免工程实现时可能遇到的困难。

从图 5.4.2 还可以看出,如果使 $K_c > \beta$,校正后的增益穿越频率会右移,相角裕度也会有所下降。但只要所得的相角裕度还能满足要求,就意味着静态误差系数还可以进一步提高。

上述讨论表明,只要适当选择参数,采用滞后校正可以在基本上不改变原有系统稳定裕度的情况下大幅度提高系统的稳态精度。

可以看出,如果校正装置增益 K_c 小于 β ,甚至等于 1, $L(G_p G_c)$ 曲线会向下移动,增益穿越频率就会下降。但由于相频曲线与 K_c 无关,所以相角裕度得以增加。不过,这种相角裕度的增加要以系统响应速度下降为代价,所以一般不采用滞后校正来提升相角裕度。

与超前校正设计的情况相同,在通常设计时,往往也是按照稳态精度的要求先确定开环传递函数的总增益。所以,滞后校正的设计计算也是对传递函数 $K_c G_p(s)$ 进行的。

若将滞后校正装置的传递函数改写为

$$G_c(s) = K_c \hat{G}_c(s) \quad (5.4.3)$$

$$\hat{G}_c(s) = \frac{1+Ts}{1+\beta Ts}, \quad \beta > 1 \quad (5.4.4)$$

那么,附加了增益的被校正对象、校正装置和校正后系统的折线幅频特性就应当如图 5.4.3 所示。

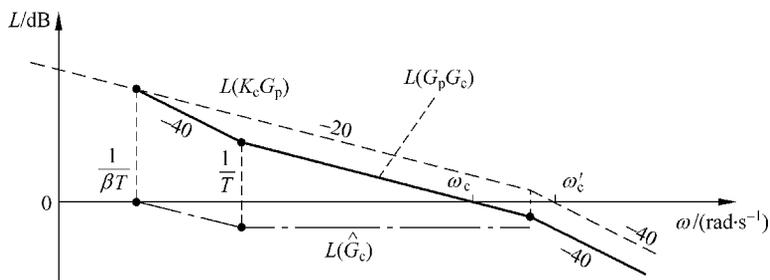


图 5.4.3 系统附加增益后计算滞后校正的示意图

看到图 5.4.3 后,不要误以为滞后校正只是设法降低增益穿越频率来获得需要的相角裕度。其实不然,因为图 5.4.3 上的虚线代表增益校正后的对象特性,所以 ω'_c 不代表原始对象的增益穿越频率, ω_c 的位置也不说明校正后增益穿越频率下降。

不过,图 5.4.3 也附带说明了滞后校正的另一种用法:如果系统的稳态精度足够高,速度也相当快,但稳定裕度比较小,那么就可以采用增益为 1 的滞后校正来增加相角裕度。不过,这显然不是滞后校正的主要功能。

5.4.2 设计示例

例 5.4.1 已知单位负反馈控制系统中被控对象的传递函数为

$$G_p(s) = \frac{1}{s(1+s)(1+0.5s)}$$

设计串联滞后校正装置使系统具有相角裕度 $\gamma \geq 40^\circ$, 增益裕度 $K_g \geq 10\text{dB}$, 静态速度误差系数 $K_v \geq 5\text{s}^{-1}$ 。

解 ① 确定开环增益 K 。设校正装置增益为 K_c , 则由 $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s K_c G_p(s) = 10$ 可知 $K_c = 5$ 。所以增益校正后的传递函数为

$$K_c G_p(s) = \frac{5}{s(1+s)(1+0.5s)}$$

② 分析增益校正后的系统。图 5.4.4 中的虚线是 $K_c G_p(j\omega)$ 的伯德图。图中频率为 1 时的对数幅值为 $20\lg 5 = 13.98\text{dB}$ 。

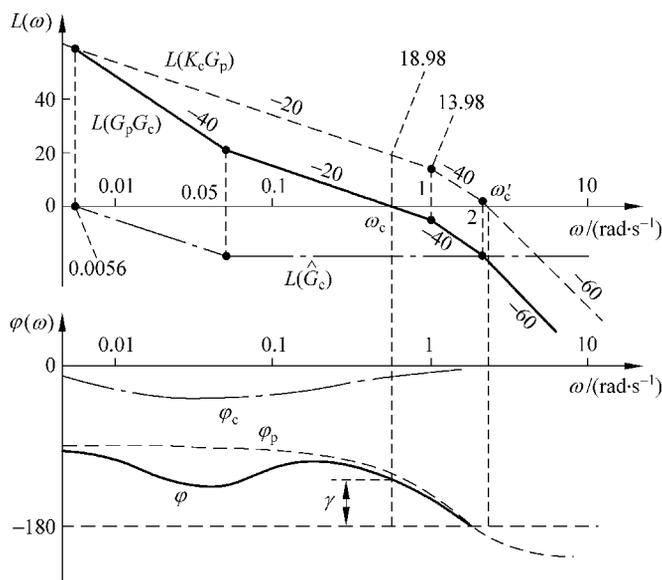


图 5.4.4 例 5.4.1 的系统校正前后的伯德图

根据虚线所示的折线幅频特性可知

$$13.98 - 40\lg \frac{2}{1} - 60\lg \frac{\omega'_c}{2} = 0\text{dB}$$

所以校正前的增益穿越频率 $\omega'_c = 2.15\text{rad/s}$, 对应相角为 $\varphi'(j\omega'_c) = -202.13^\circ$, 增益校正后的闭环系统不稳定。

③ 选择校正后的增益穿越频率 ω_c 。因为校正装置增益为 5, 所以设滞后校正装置的传递函数为

$$G_c(s) = K_c \hat{G}_c(s) = \frac{5(1+Ts)}{1+\beta Ts}, \quad \beta > 1$$

由于滞后校正使幅频特性下降, 增益穿越频率左移, 相应的相角裕度增加, 所以首先需要找出频率特性中可能产生 40° 相角裕度的频率。考虑到滞后校正会使中、高频段相角下降, 所以实际采用的相角裕度要大一些。在本例中, 将寻找产生相角裕度 $\gamma = (40+5)^\circ = 45^\circ$ 的频率。由

$$\begin{aligned}\arg G_p(j\omega) &= \arg \frac{1}{(j\omega)(1+j\omega)(1+j0.5\omega)} \\ &= -90^\circ - \arctan j\omega - \arctan j0.5\omega = -135^\circ\end{aligned}$$

可以解得 $\omega=0.562\text{rad/s}$ 。下面以此作为新的增益穿越频率,即 $\omega_c=0.562\text{rad/s}$ 。

④ 选择转角频率 $1/T$ 。令 $1/T \approx \omega_c/10$, 所以可取 $T=20$ 。

⑤ 计算 β 。按折线计算, $20\lg |K_c G_p(j0.562)| \approx 18.98\text{dB}$ 。所以为了满足 $\omega_c=0.562\text{rad/s}$ 的要求, 滞后装置必须能在 $\omega_c=0.562\text{rad/s}$ 时使幅值下降 18.98dB , 或者说应当满足

$$20\lg |G_p(j\omega_c)G_c(j\omega_c)| = 0\text{dB}$$

按照滞后校正的幅频特性, 上述要求可以写成方程

$$-20\lg\beta = -18.98$$

由此可解得 $\beta=8.89$, 所以 $\beta T=178$ 。于是, 滞后校正装置的传递函数为

$$G_c(s) = \frac{K_c(1+Ts)}{1+\beta Ts} = \frac{5(1+20s)}{1+178s}$$

其动态部分(即 $(1+20s)/(1+178s)$)的频率特性如图 5.4.4 中的点划线所示。

⑥ 检验校正后系统的频率特性。校正后系统的开环传递函数为

$$G_p(s)G_c(s) = \frac{5(1+20s)}{s(1+s)(1+0.5s)(1+178s)}$$

其频率特性如图 5.4.4 中的实线所示。通过计算可知, 增益穿越频率 $\omega_c=0.562\text{rad/s}$, 相位裕度 $\gamma=40.5^\circ$ 。由 $G_p(s)G_c(s)$ 可以算得 $K_v=5\text{s}^{-1}$ 。借助计算机或其他计算工具, 可以计算出相角穿越频率 $\omega_{pc}=1.366\text{rad/s}$, 增益裕度为 $K_g=10.4\text{dB}$ 。所以给定的各项指标均符合要求。□

在上例计算希望的增益穿越频率时, 在希望的相角裕度上附加了一个角度, 这个附加角度一般为 $5^\circ \sim 12^\circ$, 它的目的是弥补滞后校正增益穿越频率附近引起的相角下降。所采用的附加角度大小与滞后校正装置转角频率离开希望增益穿越频率的距离远近有关。这个距离越近, 滞后校正装置对校正后相角裕度的不利影响越大, 所需的附加角度也越大。

上例提出了增益裕度的指标。但在设计过程中一般不考虑该指标, 只是在设计完成后加以检验即可。如果未达到该指标, 可以在校正装置中再增加形如

$$G_{cl}(s) = \frac{1}{1+s/\omega_1}$$

的附加装置, 其中 ω_1 在 ω_c 和 ω_{pc} 之间。不过, $G_{cl}(s)$ 势必会降低相角裕度。为此, 有时候需要返回第③步增大相角裕度重新计算。

滞后校正设计的大致步骤如下:

(1) 根据稳态误差要求确定开环传递函数的总增益, 其中可以包括校正装置传递函数的增益 K_c 。

(2) 画出增益校正后的系统的伯德图, 根据相角裕度(注意适当增加余量)要求选择校正后系统的增益穿越频率 ω_c 。

(3) 选择滞后校正传递函数频率特性中较高转角频率为 $\omega_c/5 \sim \omega_c/10$ 。

(4) 根据 ω_c 的幅值确定滞后校正传递函数中的参数 β 。

(5) 画出校正后系统的伯德图, 检验系统的各项指标是否符合要求。若不符合要求可以适当修改(2)、(3)中选择的参数重新计算。

本节开始曾指出, 只要适当选择参数, 采用滞后校正可以在基本不改变原有系统稳定裕度的情况下大幅度提高系统的稳态精度。

例 5.4.2 已知单位反馈控制系统的开环传递函数为

$$G_P(s) = \frac{2}{s(0.1s+1)(0.25s+1)}$$

试设计串联校正装置, 使校正后系统的稳态误差系数为 $K_v=10$ 1/s, 并保持原来的相角裕度基本不变。

解 (1) 先画出未校正系统的开环对数幅频特性曲线如图 5.4.5 中虚线所示。

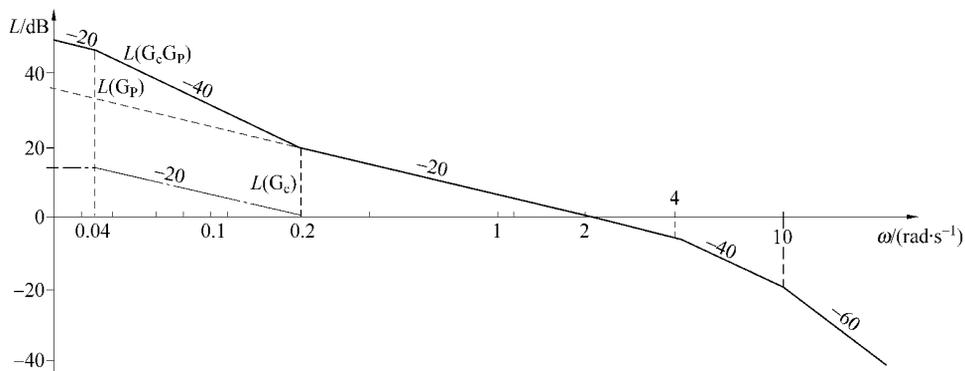


图 5.4.5 例 5.4.2 系统校正前后及校正装置的对数幅频特性

由图可知, 未校正系统开环对数幅频特性以 -20 dB/dec 的斜率穿越零分贝线(即 ω 轴), 表明原系统是稳定的。由图 5.4.5 可以近似求得未校正系统的截止频率为 $\omega_c = 2$ rad/s, 并可求得其相角裕度为

$$\gamma' = 180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.1 \times 2 - \arctan 0.25 \times 2 = 52.1^\circ$$

表明原系统有满意的动态性能。但是, 未校正系统的稳态误差系数 $K_v' = \lim_{s \rightarrow 0} sG_P(s) = 2$ 1/s, 不满足给定的要求。因此, 可以考虑采用串联滞后校正, 利用滞后校正装置的低通滤波特性, 抬高低频段幅频特性, 改善系统的稳态性能, 而又基本上不影响系统的动态性能。

(2) 计算滞后校正装置的 β 。系统要求的稳态速度误差系数为 $K_v = 10$ 1/s, 需要在原来的基础上扩大 5 倍, 在对数幅频特性曲线上则应该增加 14 dB。因此有

$$20 \lg \beta = 14 \text{ dB}$$

求得滞后校正网络的 $\beta \approx 5$ 。

(3) 确定滞后校正装置的传递函数。设滞后校正装置的传递函数为式(5.4.1), 为了使滞后校正装置引入系统后基本上不影响系统的动态性能, 取串联滞后校正装置的转折频率 $\frac{1}{T} \ll \omega_c$, 可取

$$\frac{1}{T} = 0.1\omega_c = 0.2$$

则有

$$T = 5, \quad \beta T = 5 \times 5 = 25$$

于是可得滞后校正装置的传递函数为

$$G_c(s) = K_c \frac{5s+1}{25s+1}$$

校正后系统的开环传递函数则为

$$\begin{aligned} G_o(s) &= G_c(s) \cdot G_p(s) = \frac{2K_c(5s+1)}{s(0.1s+1)(0.25s+1)(25s+1)} \\ &= \frac{K(5s+1)}{s(0.1s+1)(0.25s+1)(25s+1)} \end{aligned}$$

因要求 $K_v = 10 \text{ 1/s}$, 且有

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG_o(s) = K = 2K_c = 10$$

求得 $K_c = 5$ 。则校正装置的传递函数为

$$G_c(s) = 5 \frac{5s+1}{25s+1} = \frac{s+0.2}{s+0.04}$$

其对数幅频特性如图 5.4.5 中点划线所示。

(4) 检验校正后系统的性能指标。

校正后系统的开环传递函数为

$$G_o(s) = \frac{10(5s+1)}{s(0.1s+1)(0.25s+1)(25s+1)}$$

其对数幅频特性如图 5.4.5 中实线所示。校正后系统满足的各项性能指标分别为:

$$K_v = 10 \frac{1}{s}, \quad \omega_c = 2 \text{ rad/s}$$

$$\begin{aligned} \gamma' &= 180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.1 \times 2 - \arctan 0.25 \times 2 \\ &\quad - \arctan 25 \times 2 + \arctan 5 \times 2 = 47.56^\circ \end{aligned}$$

满足设计要求。

采用串联滞后校正后,既能提高控制系统的稳态精度,又基本上不改变控制系统的动态性能。例 5.4.2 是很好的说明,原因也是明显的。

前已提及,串联滞后校正装置,从其频率特性来看,本质上是一种低通滤波器。因此,经串联滞后校正后的控制系统对低频信号具有较高的放大能力,这样便可以降低控制系统的稳态误差;但对频率较高的信号,系统则表现出显著的衰减特性,这样就有可能在控制系统中防止不稳定现象的出现。由于串联滞后校正对高频信号具有明显的衰减特性,它将使控制系统的带宽变窄,从而降低了控制系统动态响应的快速性,这是在采用串联滞后校正提高控制系统稳态性能的同时,给控制系统动态性能带来的不利影响;但是系统频带宽度变窄,能增强抑制高频噪声扰动信号的能力。

串联超前校正和串联滞后校正是在控制系统校正中经常采用的两种校正方案,在完成校正任务方面是相同的,但有以下不同之处:

(1) 串联超前校正是利用超前装置的相角超前特性,串联滞后校正则是利用滞后装置的高频幅值衰减特性。

(2) 对于同一控制系统,采用串联超前校正后系统的带宽大于采用串联滞后校正后系统的带宽。从提高控制系统响应速度的角度考虑,希望控制系统带宽越大越好;但是带宽越大系统越容易受到噪声信号干扰的影响,因此,如果系统工作环境中存在高频噪声干扰,特别是控制系统输入端噪声电平较高时,一般不宜选用串联超前校正。

最后需要指出,在有些实际应用中,采用串联滞后校正可能会得出校正装置的时间常数过大而难于实现的结果。这种结果的出现是由于需要在足够小的角频率上安置滞后校正装置的第一个转折频率,以保证在需要的频率范围内产生有效的高频幅值衰减特性所致。在这种情况下不宜采用单一的串联滞后校正。

5.5 超前滞后校正

5.5.1 超前滞后校正的性质和作用

超前滞后校正装置的传递函数为

$$G_c(s) = K_c \frac{(1 + \alpha T_1 s)(1 + T_2 s)}{(1 + T_1 s)(1 + \beta T_2 s)}, \quad \alpha > 1, \quad \beta > 1 \quad (5.5.1)$$

其中 K_c 表示校正装置的增益, α 和 β 可以相等,也可以不相等。当 $K_c=1$ 时,超前滞后校正装置的对数频率特性如图 5.5.1 所示。

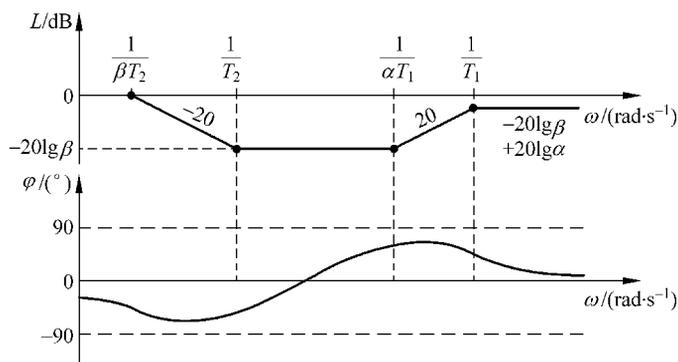
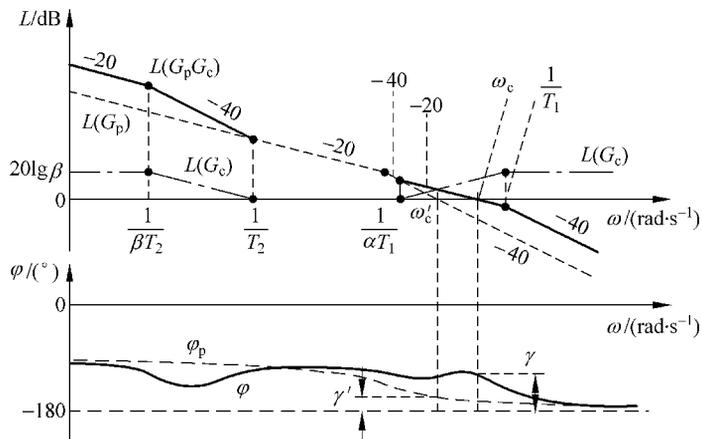


图 5.5.1 超前滞后校正频率特性的伯德图($K_c=1$)

超前滞后校正装置的频率特性表明,它在频段 $1/(\beta T_2)$ 至 $1/T_2$ 附近产生滞后相角,在频段 $1/(\alpha T_1)$ 至 $1/T_1$ 附近产生超前相角。由于 α 不一定等于 β ,所以超前滞后校正装置的幅频特性在高频时不是 1,而是 $-20\lg\beta + 20\lg\alpha$ 。

图 5.5.2 可以用来解释超前滞后校正对系统性能的改进作用,图中的超前滞后校正装置增益具有特殊的数值,即 $K_c=\beta$ 。

图中用虚线表示被控对象的频率特性。在未经校正的情况下,增益穿越频率为 ω'_c ,

图 5.5.2 超前滞后校正的作用($K_c = \beta$)

相角裕度为 γ' 。点划线表示校正装置的频率特性。在图示的校正装置作用下,校正后的增益穿越频率上升到 ω_c ,相角裕度提高到 γ 。同时,低频段的幅频曲线 $L(G_p G_c)$ 也升高,静态误差系数变大,系统的稳态精度得以提高。

在图 5.5.2 中选择 $K_c = \beta$ 只是一种特殊的情况,但不是必须的。其实, K_c 只要选得比较大,即使不等于 β ,也同样能获得类似的效果。可见,只要参数选择合适,超前滞后校正将具有同时改善系统稳定性、快速性以及提高稳态精度的作用。

在采用频率特性设计校正装置的情况下,一般都可以先根据稳态精度要求计算出开环传递函数的总增益。所以第一步总是画增益校正后的频率特性,随后的校正则是对增益校正后的对象进行。根据图 5.5.2,按照与超前校正、滞后校正类似的考虑,也可以画出这种情况下的校正作用示意图。在后面的设计示例中,读者应当注意校正频率特性图与图 5.5.2 的区别。

5.5.2 设计示例

在下面给出的第一个示例中,被控对象与前面给出的超前校正设计示例中的对象相同,但是由于对系统的稳态精度、稳定性和快速性同时提出较高的要求,所以必须采用超前滞后校正。

例 5.5.1 已知单位负反馈控制系统中被控对象的传递函数为

$$G_p(s) = \frac{K}{s(1+0.1s)(1+0.01s)}$$

设计串联超前滞后校正装置,使校正后的系统具有相角裕度 $\gamma \geq 40^\circ$,增益穿越频率 $\omega_c = 20 \text{ rad/s}$,静态速度误差系数 $K_v \geq 100 \text{ s}^{-1}$ 。

解 ① 确定期望的开环增益 K 。沿用例 5.3.2 的结果, $K = 100$ 。所以增益校正后的开环传递函数为

$$K_c G_p(s) = \frac{100}{s(1+0.1s)(1+0.01s)}$$

② 分析增益校正后的系统特性。增益校正后系统的伯德图如图 5.5.3 中虚线所示。增益穿越频率 $\omega'_c = \sqrt{10 \times 100} = 31.62 \text{ rad/s}$, 相角裕度 $\gamma \approx 0^\circ$ 。

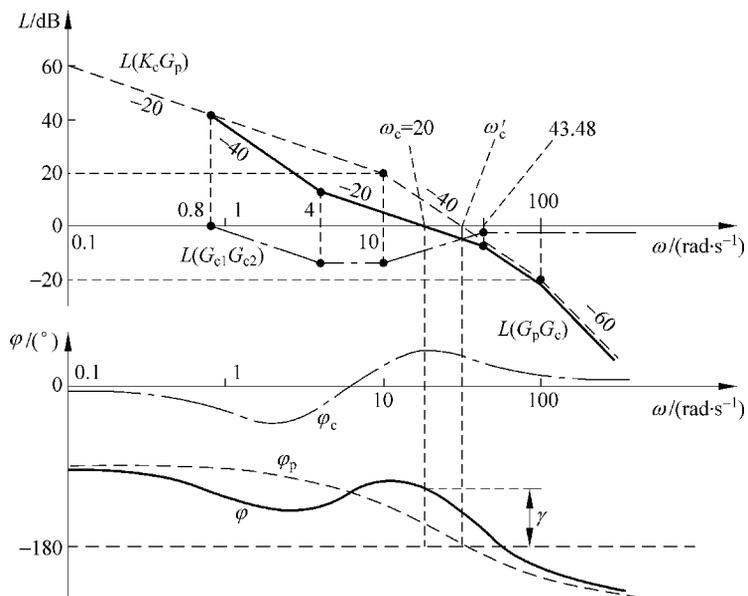


图 5.5.3 例 5.5.1 的系统校正前后的伯德图

本例如果只设计超前校正,增益穿越频率会比 $\omega'_c = 31.62 \text{ rad/s}$ 更高,远远高于设计要求,所以没有必要。而且由于原系统相角很低,即使加了超前校正也不易满足相角裕度的要求。故而不考虑仅仅采用超前校正的情况。

下面设计超前滞后校正装置,即

$$G_c(s) = K_c G_{c1}(s) G_{c2}(s), \quad G_{c1}(s) = \frac{1 + \alpha T_1 s}{1 + T_1 s}, \quad G_{c2}(s) = \frac{1 + T_2 s}{1 + \beta T_2 s}$$

③ 设计超前部分 $G_{c1}(s)$ 。对增益校正后的系统,有 $\arg G_p(j20) = -165^\circ$, 这显然不满足 $\gamma \geq 40^\circ$ 的要求。这也说明,超前部分至少应再提供超前角 $\varphi = 25^\circ$ 。考虑到滞后部分会带来一定相角滞后,所以取超前装置能够提供的最大超前角为 $\varphi_m = 40^\circ$ 。由此可以算得

$$\alpha = \frac{1 + \sin 40^\circ}{1 - \sin 40^\circ} = 4.6$$

取 $\omega_m = 20 \text{ rad/s}$, 可以算得

$$T_1 = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \omega_m} = 0.0233, \quad \alpha T_1 = 0.107$$

故而超前部分的传递函数为 $G_{c1}(s) = (1 + 0.107s)/(1 + 0.233s)$ 。它的零点与对象的一个极点十分接近。为计算方便起见,改取

$$G_{c1}(s) = \frac{1 + 0.1s}{1 + 0.023s}$$

④ 设计滞后部分 $G_{c2}(s)$ 。按渐近线计算,在 $\omega = 20 \text{ rad/s}$ 处,仅仅加了超前校正后的

增益是

$$20\lg |G_p(j20)G_{c1}(j20)| = 7.96 + 6.02 \approx 14\text{dB}$$

所以,滞后部分在 $\omega=20\text{rad/s}$ 处的增益应当是

$$20\lg |G_{c2}(j20)| = -20\lg\beta = -14\text{dB}$$

即 $\beta \approx 5$ 。

取 $1/T_2 = \omega_c/5 = 4$, 则有 $T_2 = 0.25, \beta T_2 = 1.25$ 。所以滞后部分的传递函数为

$$G_{c2}(s) = \frac{1 + 0.25s}{1 + 1.25s}$$

于是,除去 K_c 之后的超前滞后校正装置的传递函数成为

$$G_c(s) = G_{c1}(s)G_{c2}(s) = \frac{(1 + 0.1s)(1 + 0.25s)}{(1 + 0.023s)(1 + 1.25s)}$$

⑤ 检验校正后系统的特性。校正后的开环传递函数为

$$G_p(s)G_c(s) = \frac{100(1 + 0.25s)}{s(1 + 0.01s)(1 + 0.023s)(1 + 1.25s)}$$

它的伯德图如图 5.5.3 中的实线所示。经过计算可知,增益穿越频率 $\omega_c = 20\text{rad/s}$, 相角裕度 $\gamma = 45^\circ, K_v = 100\text{s}^{-1}$ 。□

在例 5.5.1 中,先设计超前部分,后设计滞后部分。不过这种设计顺序不是固定的。下面的示例表明,也可以先设计滞后部分,然后再设计超前部分。

例 5.5.2 已知单位负反馈控制系统中被控对象的传递函数为

$$G_p(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

设计串联超前滞后校正装置,使校正后的系统具有相角裕度 $\gamma \geq 50^\circ$, 静态速度误差系数 $K_v \geq 10\text{s}^{-1}$ 。

解 ① 确定期望的开环增益 K 。根据静态速度误差系数可以计算得到 $K = 20$ 。所以增益校正后的开环传递函数为

$$K_c G_p(s) = \frac{20}{s(s+1)(s+2)} = \frac{10}{s(1+s)(1+0.5s)}$$

② 分析增益校正后的系统特性。增益校正后系统的伯德图如图 5.5.4 中虚线所示。增益穿越频率为 $\omega'_c = 2.7\text{rad/s}$, 相角 $\varphi(j2.7) \approx -212^\circ$, 相角裕度 -32° 。

本例在现有增益穿越频率处的相角太低,如果只设计超前校正,则增益穿越频率右移,相角进一步降低,即使采用很大的 α 也很难达到相角裕度的要求。如果只设计滞后校正,增益穿越频率将变得非常低,对响应速度有不利影响;而且滞后校正需要的 β 值很大,也不易实现。所以设计超前滞后校正装置。

设超前滞后校正传递函数为

$$G_c(s) = K_c \hat{G}_c(s) = K_c \cdot \frac{1 + \alpha T_1 s}{1 + T_1 s} \cdot \frac{1 + T_2 s}{1 + \beta T_2 s}$$

③ 设计滞后部分的参数 T_2 和 β 。设计滞后部分的关键是确定校正后的增益穿越频率。根据计算可知,相角穿越频率约为 1.4rad/s 。相角裕度高达 50° 这一要求说明,能利用超前校正获得希望相角裕度的频率最好不要高于这个频率或者在这个频率附近,否则

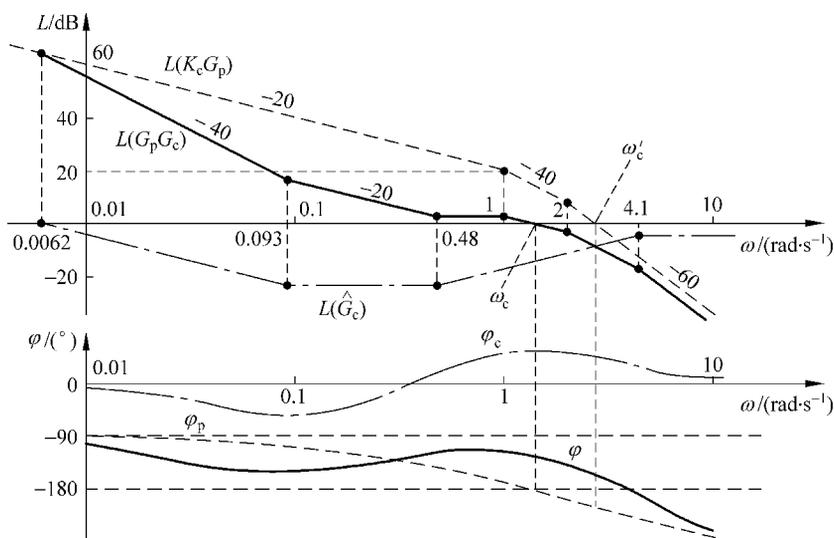


图 5.5.4 例 5.5.2 的系统校正前后的伯德图

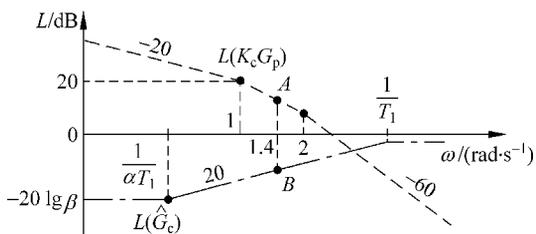
很难用一个超前部分满足相角裕度要求。当滞后部分满足 $1/T_2 = \omega_c/10$ 时,在 ω_c 处会产生大约 -5.3° 的相角,所以超前装置最好提供大于 55° 的超前角。这说明 α 也许达到 10 以上。试选 β 值时,不妨让它也有差不多的数量级,所以试选 $\beta=15$ 。

如果将校正后的增益穿越频率定为 $\omega_c = 1.4 \text{ rad/s}$,那么滞后部分的参数是

$$\frac{1}{T_2} = \frac{\omega_c}{10} = 0.14, \quad \frac{1}{\beta T_2} = 0.0093$$

④ 设计超前部分的参数 T_1 和 α 。

现在考虑能在 $\omega_c = 1.4 \text{ rad/s}$ 处提供大于 55° 的超前角、同时又能使增益为 0 dB 的超前装置。选择 T_1 和 α 的原理可以用图 5.5.5 说明。图中的虚线仍然是增益校正后的对象的幅频特性,点划线则是超前滞后校正装置的幅频特性,但 $1/(\alpha T_1)$ 和 $1/T_1$ 尚有待确定。

图 5.5.5 选择 T_1 和 α 的原理图

根据计算可知,A 点幅值为

$$20 \lg(K_c |G_p(j1.4)|) = 14.15 \text{ dB}$$

所以校正装置在频率为 1.4 时的幅值(即 B 点)应为 -14.15 dB 。过 B 点作斜率为 20 dB/dec 的直线,它与幅值为 $-20 \lg \beta$ 的直线的交点表示转角频率 $1/(\alpha T_1)$ 。根据图 5.5.5 可以得到描述 B 点幅值的方程

$$-20 \lg(\beta) + 20 \lg \frac{1.4}{1/(\alpha T_1)} = -14.15 \text{ dB}$$

以 $\beta=15$ 代入上式,解方程可得 $\alpha T_1 = 2.10$ 。

若以 $\omega_m = 1.4 \text{ rad/s}$ 为产生最大超前角的频率,则由 $T_1 = 1/(\sqrt{\alpha \omega_m})$ 可得

$$\sqrt{\alpha}T_1 = \frac{1}{1.4}$$

考虑到 $\alpha T_1 = 2.10$, 故可以解得 $\alpha = 8.64$ 。相应的超前装置可以提供的最大超前角为

$$\varphi_m = \arcsin \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} = 52.4^\circ$$

显然, 该超前部分的参数不符合要求, 因为它不能在 $\omega_c = 1.4 \text{ rad/s}$ 处提供大于 55° 的超前角。

⑤ 调整参数。 $\beta = 15$ 已经不算小, 所以暂不改变。减少滞后部分对相角影响的另一个途径是降低 $1/T_2$ 。重选滞后部分的时间常数

$$\frac{1}{T_2} = \frac{\omega_c}{15} = 0.093, \quad \frac{1}{\beta T_2} = 0.0062$$

这样, 滞后部分在 ω_c 处产生的滞后相角数量下降, 大约为 -3.6° 。这时, 不妨保持超前部分参数不变: $\alpha T_1 = 2.10, \alpha = 8.64, T_1 = 0.243$ 。

⑥ 确定超前滞后校正装置的传递函数。超前滞后校正装置传递函数为

$$G_c(s) = K_c \cdot \frac{1 + 2.1s}{1 + 0.243s} \cdot \frac{1 + 10.7s}{1 + 161s}$$

⑦ 检验校正后系统的特性。校正后的开环传递函数为

$$G_p(s)G_c(s) = \frac{10(1 + 2.1s)(1 + 10.7s)}{s(1 + s)(1 + 0.5s)(1 + 0.243s)(1 + 161s)}$$

它的伯德图如图 5.5.4 中的实线所示。经计算可知, 增益穿越频率 $\omega_c = 1.39 \text{ rad/s}$, 相角裕度 $\gamma = 50^\circ, K_v = 100 \text{ s}^{-1}$ 。 □

例 5.5.2 进一步表明, 超前、滞后、超前滞后这类校正方法实际上是一种试凑的方法。在选择参数前必须分析系统, 根据系统的频率特性选定参数值或估计参数范围。在经过初步计算发现目前所选的参数不能满足要求时, 可以修改参数值重新计算。

根据 4.6 节的讨论可知, 为获得具有良好稳定性的系统, 最小相位开环幅频特性的中频段曲线斜率应当为 -20 dB/dec , 而且具有足够的宽度。观察前面经过超前、滞后、超前滞后校正的开环频率特性, 可以发现它们的中频段都符合这种规律。

从讨论稳定性的角度来看, 折线幅频特性确实有它的有利之处。只要增益穿越频率附近的幅频特性斜率不是 -20 dB/dec , 而且中频段不够宽, 系统的稳定性一般不会很好。这时, 根据折线幅频特性往往比较容易判断如何修改现有校正装置的参数来改进系统性能。显然, 开环频率特性中频段的这种规律可以用来指导超前、滞后、超前滞后校正的设计。

5.6 比例积分微分校正

在过程工业对象中, 特别是在热工、化工对象中, 相当多被控对象的输出响应是不振荡的, 而且在干扰发生的开始阶段表现出滞后和惯性。这类对象的传递函数可以用下列的某一个传递函数来表示

$$\frac{K}{T_s} e^{-\tau s}, \frac{K}{T_s + 1} e^{-\tau s}, \frac{K}{s(T_s + 1)} e^{-\tau s}, \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-\tau s}, \frac{K}{s(T_s + 1)^n} e^{-\tau s}$$

针对这类被控对象,工业中大量使用的控制器是比例积分微分控制器,通常简称为PID控制器,也称为PID调节器。这实际上是超前滞后校正装置的一种近似形式。

5.6.1 比例积分微分校正作用

1. PID控制运算电路

工业控制器通常有电动形式和气动形式,下面以电动控制器电路为例说明PID控制器的作用。

图5.6.1是一种实现比例积分微分运算的电路。它实质上是由前半部分的比例微分(PD)电路和后半部分的比例积分(PI)电路串联构成。这两个部分的传递函数请读者在第2章的习题2.7和习题2.8中完成。

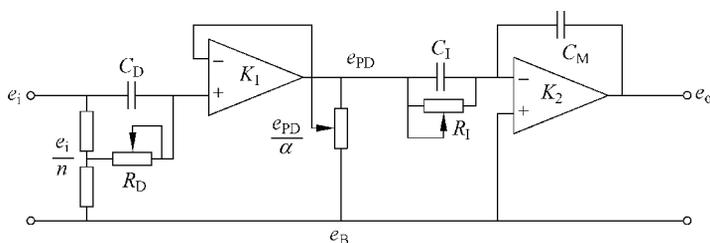


图 5.6.1 比例积分微分运算电路

输入电压 e_i 到输出电压 e_o 的传递函数为

$$G_c(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = -\frac{\alpha}{n} \cdot \frac{1 + T'_D s}{1 + \frac{T'_D}{K_D} s} \cdot \frac{C_1}{C_M} \cdot \frac{1 + \frac{1}{T'_1 s}}{1 + \frac{1}{K_1 T'_1 s}} \quad (5.6.1)$$

$$= -\frac{\alpha}{n} \cdot \frac{C_1}{C_M} \cdot \frac{1 + \frac{T'_D}{T'_1} + \frac{1}{T'_1 s} + T'_D s}{1 + \frac{T'_D}{K_1 K_D T'_1} + \frac{1}{K_D T'_1 s} + \frac{T'_D}{K_D} s}$$

其中 $T'_D = nR_D C_D$ 称为微分电路的微分时间常数; $K_D = n$ 称为微分电路的微分增益,一般将微分增益预先设定在 5~10 的范围内; $T'_1 = R_1 C_1$ 称为积分电路的积分时间常数; $K_1 = K_2 C_M / C_1$ 称为积分电路的积分增益。

不难看出,式(5.6.1)所示的控制器实际上就是一个超前滞后校正装置。在 PD 部分的传递函数中,微分时间常数一般不会很大,但微分增益比较大,所以与超前校正相似;在 PI 部分的传递函数中,积分时间常数比较大,积分增益也比较大,所以与滞后校正相似。

由于通常 $T'_D / (K_1 K_D T'_1)$ 都很小,可以忽略。所以,令 $F = 1 + T'_D / T'_1$, $P = (nC_M) / (\alpha C_1)$, 上式就可以简化为

$$G_c(s) = -\frac{F}{P} \cdot \frac{1 + \frac{1}{FT_1's} + \frac{T_D's}{F}}{1 + \frac{1}{K_1 T_1's} + \frac{T_D's}{K_D}} \quad (5.6.2)$$

这里的 F 被称为干扰系数,它表示 PD 运算电路和 PI 运算电路串联构成 PID 运算电路时参数的相互干扰情况。由于输入信号先经过 PD 运算,再作 PI 运算,所以实际比例系数、微分时间和积分时间都会发生程度不同的变化。

2. PID 控制器的形式

因为实际工业控制器中 K_1 和 K_D 都比较大,所以式(5.6.2)中的分母多项式可以近似为 1。如果通过接线或利用其他运算放大器来实现式中的负号“—”,那么 PID 控制器的传递函数就可以被进一步简化为

$$\begin{aligned} G_c(s) &= K_c \left(1 + \frac{1}{T_1 s} + T_D s \right) \\ &= \frac{1}{\delta} \left(1 + \frac{1}{T_1 s} + T_D s \right) \end{aligned} \quad (5.6.3)$$

式中 $T_1 = FT_1'$ 表示实际积分时间常数, $T_D = T_D'/F$ 表示实际微分时间常数, $K_c = F/P$ 表示实际增益。不过在工业控制器中,面板上不以增益刻度,而是以比例度 $\delta = 1/K_c$ 刻度。

在将 PID 控制器连接到工业控制回路时,它的输入变量是误差 e ,输出变量是控制量 u ,那么根据式(5.6.3)可知,PID 控制器的输入输出关系为

$$u = \frac{1}{\delta} \left(e + \frac{1}{T_1} \int e dt + T_D \frac{de}{dt} \right) \quad (5.6.4)$$

从式(5.6.4)可见,积分作用的主要功能是消除误差,只要误差还没有消除,积分项的值就一直增加,控制量也一直增加。积分时间常数越小,积分作用越强,积分时间常数一般可以在几秒到几十分钟范围内调整。但积分作用相当于滞后校正的作用,所产生的滞后相角有可能使系统的稳定性降低。

微分作用主要根据误差的变化速度产生一个附加的、提前的控制量,这相当于在误差还没有变得很大,但已经感觉到误差要变大的时刻就提前进行控制,从而改善了闭环系统的稳定性。微分时间常数越大,微分作用越强。但微分时间常数一般不宜太大,否则会使控制器输出产生过大、过快的变化,使执行机构时而全开、时而全关,影响控制质量和生产安全。而且微分作用太强也不利于系统的抗干扰性能。

这里需要说明一点,PID 控制器的比例度、积分时间常数和微分时间常数在仪表中是以刻度形式显示的;增益和变量的单位选择有关。工业对象模型测试采用控制器仪表的相关读数,所以测试所得的增益数值与直接采用系统物理参数分析所得的增益数值不同。如果回路中各个增益均不考虑仪表刻度问题,并不影响回路增益,所以下文的增益计算都按照采用系统物理参数分析所得的数值进行,称为计算值。另外,由于干扰系数的原因,计算所得的积分时间常数、微分时间常数也只是计算值而已。如何将这些计算值转换为刻度值,需要参考控制器的有关说明。

5.6.2 比例积分微分校正的参数整定

在采用PID控制器时,确定 δ 、 T_I 、 T_D 的过程被称为参数整定。在工业控制中,PID控制器的参数整定通常不是采用理论计算,而是采用实践中总结出来的工程整定方法进行的。

工程整定方法的一个主要优点是,它不需要被控对象的模型,或者只需要被控对象的非常简单的近似模型。

常用的工程整定方法包括临界比例度法(稳定边界法)、衰减曲线法和响应曲线法(动态特性参数法)等。下面简单介绍这些参数整定的过程和设计方法。

1. 临界比例度法

临界比例度法的步骤如下。先让系统闭环运行,但设置 $T_I \rightarrow \infty$ (最大值), $T_D = 0$,从较大比例度 δ (即较小增益)开始操作,逐步减小比例度,使闭环时间响应呈现等幅振荡。此时的比例度被称为临界比例度,记为 δ_{cr} 。此时的振荡周期被称为临界振荡周期,记为 T_{cr} 。然后按照表 5.6.1 选择控制器参数。

表 5.6.1 临界比例度法参数整定表

控制作用	δ	T_I	T_D
P	$2\delta_{cr}$		
PI	$2.2\delta_{cr}$	$0.85T_{cr}$	
PID	$1.75\delta_{cr}$	$0.5T_{cr}$	$0.125T_{cr}$

2. 衰减曲线法

通常稳定的系统具有图 5.6.2 所示的阶跃响应。在时间 t_0 ,输出达到第一个峰值,它与稳态值的差为 y_1 ;在时间 $t_0 + 2\pi/\omega_d$ (ω_d 为衰减振荡角频率),输出达到第二个峰值,它与稳态值的差为 y_2 。

衰减率被定义为

$$\psi = \frac{y_1 - y_2}{y_1} \quad (5.6.5)$$

如果系统是 $\zeta < 1$ 的标准二阶系统,则在单位阶跃函数输入的情况下,达到第一个峰值的时间为峰值时间,即 $t_0 = t_p$ 。利用二阶欠阻尼系统阶跃响应表达式,可以得到

$$y_1 = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}, \quad y_2 = e^{-\frac{3\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (5.6.6)$$

所以衰减率为

$$\psi = e^{-\frac{2\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (5.6.7)$$

当 $\psi = 0.75$ 时, $y_2/y_1 = 1/4$,就称系统响应呈现 4 : 1 衰减过程。当 $\psi = 0.9$ 时, $y_2/y_1 = 1/10$,就称系统响应呈现 10 : 1 衰减过程。当然,对高阶系统,无法根据衰减过

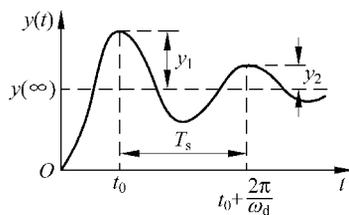


图 5.6.2 闭环输出响应的衰减过程

程计算被控对象的参数,所以无法准确设计控制器的参数。但根据闭环响应的衰减过程,可以按照经验方法选择一般系统的控制器参数。下面分别按照4:1衰减过程和10:1衰减过程来介绍整定方法。

4:1 衰减曲线法的步骤如下。先让系统闭环运行,但设置 $T_1 \rightarrow \infty$ (最大值), $T_D = 0$, 从较大比例度 δ 开始操作,逐步减小比例度,使闭环时间响应呈现4:1衰减振荡。此时的比例度被称为4:1衰减比例度,记为 δ_s ; 4:1振荡周期被称为4:1衰减振荡周期,记为 T_s 。然后按照表5.6.2选择控制器参数。

10:1 衰减曲线法的步骤与4:1衰减过程类似。先让系统闭环运行,但设置 $T_1 \rightarrow \infty$ (最大值), $T_D = 0$, 从较大比例度 δ 开始操作,逐步减小比例度,使闭环时间响应呈现10:1衰减振荡。记此时的比例度(10:1衰减比例度)为 δ_s , 达到第一个峰值的时间为 t_0 。然后按照表5.6.2括号内的关系选择控制器参数。两种衰减曲线法整定比例带的方法相同,所以共用相同的系数,不用括号标注。

表 5.6.2 衰减曲线法参数整定表

控制作用	δ	T_1	T_D
P	δ_s		
PI	$1.2\delta_s$	$0.5T_s(2t_0)$	
PID	$0.8\delta_s$	$0.3T_s(1.2t_0)$	$0.1T_s(0.4t_0)$

3. 响应曲线法

响应曲线法是根据测试所得的阶跃响应曲线来进行参数整定。过程对象的单位阶跃响应主要有两种情况,分别如图5.6.3(a)和(b)所示。

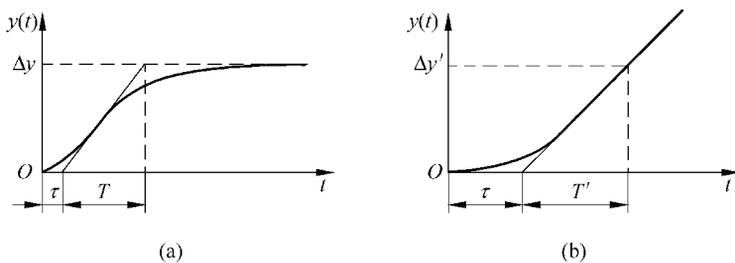


图 5.6.3 过程对象的阶跃响应

在图5.6.3(a)所示的单位阶跃响应中,通过响应曲线的拐点作切线,可以获得延迟时间 τ , 时间常数 T 。定义增益为 $K = \Delta y$, 则对象传递函数可以近似表示为

$$G_p(s) = \frac{K}{T_s + 1} e^{-\tau s} \quad (5.6.8)$$

图中切线的斜率

$$\epsilon = \frac{K}{T} \quad (5.6.9)$$

被定义为响应的飞升速度。

需要指出的是,在工业系统中通过试验获得响应曲线时,输入量是一个比较小的阶跃值 Δu 。所以增益应当按照

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} \quad (5.6.10)$$

计算。

在图 5.6.3(b)中,在响应趋于稳态的区段作切线。定义延迟时间为 τ ,飞升速度为

$$\epsilon = \frac{\Delta y'}{T'} \quad (5.6.11)$$

则对象传递函数可以近似表示为

$$G_p(s) = \frac{\epsilon}{s} e^{-\tau s} \quad (5.6.12)$$

同样,如果图 5.6.3(b)是通过现场测试获得的响应曲线,也要考虑输入量的大小。这时,式(5.6.11)中的 $\Delta y'$ 应改为 $\Delta y'/\Delta u$ 。

在获得参数 ϵ 、 τ 和 T 后,可以按照表 5.6.3 选择控制器参数。

表 5.6.3 响应曲线法参数整定表

控制作用	δ	T_1	T_D
P	$\epsilon\tau$		
PI	$1.1\epsilon\tau$	3.3τ	
PID	$0.85\epsilon\tau$	2τ	0.5τ

本节采用的参数整定表虽然都是通过经验获得的,但它们符合控制理论的基本原理。当然,这些参数整定关系并不是唯一的,也不是最优的。但是,这些关系起码给出了一组初始参数,这组参数可以保证工业设备的安全运行,而且在这组初始参数的基础上继续调整参数会方便得多。

由于被控对象特性具有多样性,所以经过长期应用实践后,出现了许多对这些经验数据的修正。譬如,科恩-库恩参数整定法、满足各种误差积分准则的最佳参数整定法等。不过,即使根据修正表格数据整定的参数在现场使用时也需要适当调整。由于本节给出的表格数据简单、易用,所以在工业现场仍然被广泛采用。

随着控制理论的发展,也出现了许多更新颖的参数整定方法,譬如参数自校正自整定方法以及基于模型的极点配置方法、参数优化方法等。关于这些新方法的特点以及更为详细的工业控制器使用方法,可以参考控制工程和过程控制方面的文献。

5.6.3 设计示例

在实际工程应用中,进行控制器的参数整定不需要事先获得被控对象的准确模型。但在下面的示例中给出对象的模型,目的只是为了便于解析计算和仿真验证。

例 5.6.1 已知包含被控对象、测量装置和调节阀在内的广义对象的传递函数为

$$G_p(s) = \frac{1}{(1+2s)(1+5s)(1+10s)}$$

用临界比例度法和4:1衰减曲线法整定PID控制器的参数。

解 (1) 采用临界比例度法。

① 求临界比例度和临界振荡周期。设控制器传递函数为 $G_c(s) = 1/\delta_{cr}$ 。以计算代替实验,可以由

$$\begin{aligned} \arg G_p(j\omega) &= \frac{1}{\delta(1+2j\omega)(1+5j\omega)(1+10j\omega)} \\ &= -\arctan(2\omega) - \arctan(5\omega) - \arctan(10\omega) = -\pi \end{aligned}$$

解得临界振荡频率 $\omega_{cr} = 0.4123 \text{ rad/s}$, 所以临界振荡周期为 $T_{cr} = 2\pi/\omega_{cr} = 15.24$ 。再由

$$|G_p(j\omega_{cr})| = \frac{1}{\delta_{cr} \sqrt{1+4\omega_{cr}^2} \cdot \sqrt{1+25\omega_{cr}^2} \cdot \sqrt{1+100\omega_{cr}^2}} = 1$$

可以求出临界比例度 $\delta_{cr} = 1/12.6 = 0.0794$ 。

② 计算控制器参数。根据表 5.6.1 可知, $\delta = 1.7, \delta_{cr} = 0.135, T_1 = 0.5, T_{cr} = 7.62, T_D = 0.125, T_{cr} = 1.91$ 。所以控制器传递函数为

$$G_c(s) = 7.41 \left(1 + \frac{1}{7.62s} + 1.91s \right) = \frac{7.41(1 + 7.62s + 14.55s^2)}{7.62s}$$

(2) 采用4:1衰减曲线法。

① 求4:1衰减比例度和4:1衰减振荡周期。设控制器传递函数为 $G_c(s) = 1/\delta_s$ 。通过计算机仿真,可以求得4:1衰减比例度 $\delta_s = 0.21$ 和4:1衰减振荡周期 $T_s = 22$ 。

② 计算控制器参数。根据表 5.6.2 可知, $\delta = 0.8, \delta_s = 0.168, T_1 = 0.3, T_s = 6.6, T_D = 0.1, T_s = 2.2$ 。所以控制器传递函数为

$$G_c(s) = 5.95 \left(1 + \frac{1}{6.6s} + 2.2s \right) = \frac{5.95(1 + 6.6s + 14.52s^2)}{6.6s}$$

(3) 仿真检验。

采用上述两种控制器参数分别构成开环传递函数并进行闭环阶跃响应仿真,所得阶跃响应曲线如图 5.6.4 所示,图中的时间单位与对象时间常数的单位相同。其中曲线(1)是采用临界比例度法的结果,曲线(2)是采用4:1衰减曲线法的结果,曲线(3)留待后面解释。□

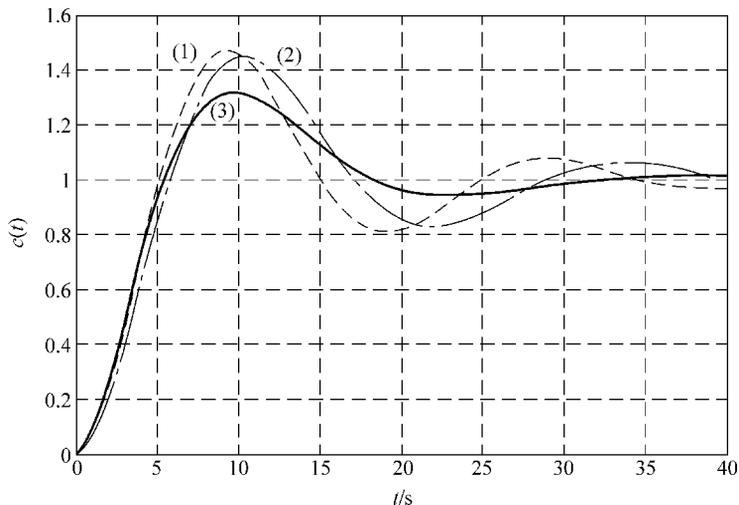


图 5.6.4 例 5.6.1 中闭环系统的阶跃响应

由于不知道对象的准确模型,在实际系统中,对这种按照工程整定方法选择的参数,往往需要根据系统在运行过程中的表现进行适当调整。上例中的时间响应曲线不是很令人满意。为了改善系统的稳定性,可以提高微分时间。举例来说,保留根据4:1衰减曲线法得到的比例度 $\delta=0.168$ 和积分时间 $T_I=6.6$,但将微分时间调整到 $T_D=3$,就得到图5.6.4中的曲线(3)。

PID控制器在工业中的应用非常广泛,尽管它的参数整定主要采用工程整定方法和凭借技术人员的经验,但是这些方法和经验都能够在一定程度上用控制理论的基本原理加以解释。

5.7 采用预期开环频率特性的设计

在前面讲述的超前、滞后、超前滞后校正设计方法中,根据对频率特性的观察和少量计算就能够设计出比较简单的控制器。这对于不太复杂的系统十分有用。但对于较复杂的系统,这样的设计过程会显得过于繁冗,而且往往需要多次反复运算才能获得希望的结果。另外,当设计目标采用时域指标表示时,需要采用二阶近似获得频域指标进行设计,设计后还需要仿真检验,所以反复计算的次数可能更多。

在关于频率特性的章节中曾经讲过,系统开环频率特性和闭环系统动态特性之间存在某种对应关系。所以一个自然的想法是:根据希望的闭环动态特性预先规定开环系统的形式和参数。只要获得了这个开环系统模型,就必定能够达到希望的闭环动态特性。这种事先规定的、能够满足闭环系统动态特性要求的开环频率特性被称为**预期开环频率特性**,记为 $G^*(j\omega)$,相应的预期开环传递函数被记为 $G^*(s)$ 。

设被控对象传递函数为 $G_p(s)$,校正装置传递函数为 $G_c(s)$,那么在串联校正的情况下,开环传递函数就是 $G^*(s)=G_p(s)G_c(s)$ 。通过简单的计算,能够得到校正装置的传递函数

$$G_c(s) = \frac{G^*(s)}{G_p(s)} \quad (5.7.1)$$

在确定了预期开环传递函数后,总可以根据上式获得校正装置的传递函数。不过,如果对象传递函数和预期开环传递函数都很复杂,校正装置传递函数的阶次就会很高,形式也会很复杂,这样就可能造成校正装置工程实现的困难。所以在确定预期开环频率特性时,也要兼顾对象传递函数的形式。举例说,如果预期开环传递函数分子的某个时间常数 T_1 的值和对象传递函数分子的一个时间常数 T 的值非常接近,那么不妨将 T_1 的值改为 T 的值。这样,由于 $G^*(s)$ 和 $G_p(s)$ 之间出现因子的对消, $G_c(s)$ 的阶次就会下降。

5.7.1 典型四阶开环模型

工程经验表明,比较合用的预期开环模型是由四阶有理函数

$$G^*(s) = \frac{\beta\omega_c \left(1 + \frac{s}{\omega_c/\alpha}\right)}{s \left(1 + \frac{s}{\omega_c/(a\beta)}\right) \left(1 + \frac{s}{\gamma\omega_c}\right) \left(1 + \frac{s}{\gamma\delta\omega_c}\right)} \quad (5.7.2)$$

所代表的模型,它被称为**典型四阶开环模型**。式(5.7.2)中的 ω_c 是开环频率特性的增益穿越频率。典型四阶开环模型的折线幅频特性如图5.7.1所示。

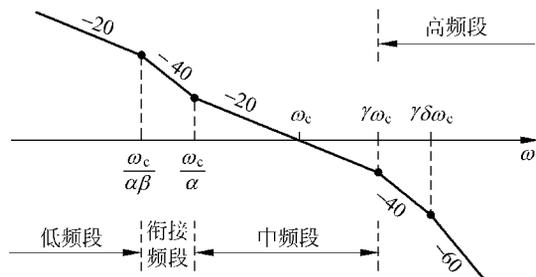


图 5.7.1 典型四阶开环模型的幅频特性

在第4.6节中讨论的典型开环特性就是这种典型四阶开环模型的频率特性。现在对其开环特性和闭环特性的关系按照不同频段进一步总结如下。

根据第4.6节的讨论可知,中频段的折线幅频特性斜率应当为 -20dB/dec ,而且应当具有足够的宽度,这样才能保证闭环系统具有足够的稳定性。这表明, α 和 γ 的值不能太小,否则将不能保证足够的稳定性裕度。

低频段应当具有较高的增益,以便使稳态精度符合希望的指标。典型四阶模型是I型系统,对阶跃输入没有稳态误差。如果输入信号不是阶跃信号,可以增加开环模型中积分元件的数目,以便保证系统在其他输入信号作用下也不产生稳态误差。

衔接频段也很重要。衔接频段的位置涉及衔接频段幅频特性的斜率和频率范围。斜率较小时(譬如图示的 -40dB/dec),对中频段相角裕度的不利影响较小。斜率确定后,范围则取决于转角频率 ω_c/α 。前面已说明, α 大时,相角裕度较大,但可能在时间响应中出现“爬行”现象。所以 α 的选择需要折中考虑,并在设计过程中加以调整。

高频段主要影响系统响应的快速性。为了使闭环系统具有较快的响应速度,高频段也应具有较高的幅值。但出于抗噪声能力的考虑,高频段幅值不宜太高。另外,实际系统在高频段的幅频特性都比较低,并且具有衰减特性。所以,确定预期开环频率特性时,也不要将 γ 和 δ 的值选得太大。

综合考虑上述要求,典型四阶开环模型中的参数选择范围是: $\alpha \geq 2, \beta \geq 2, \gamma \geq 2, \delta \geq 1$ 。在实际应用时,可以初步试选 $\alpha = 4 \sim 5, \gamma = 2 \sim 3, \delta = 2, \beta$ 取较大的值。

典型四阶开环模型的参数和闭环时间响应的关系相当复杂,很难找到模型参数和时间响应指标的准确关系。不过,经过大量仿真计算,仍然可以得到一些可供参考的经验公式。在 $5 < \gamma^2 \delta < 60, 3 < \alpha < 25$ 的广泛范围内,闭环系统的阶跃响应在出现一个极大值之后逐渐进入稳态值附近的误差带。在这种情况下,阶跃响应进入5%误差带的调整时间和超调量分别为

$$t_s = \frac{1}{\omega_c} \left[8 - \frac{3.5}{\alpha} - \frac{4}{\beta} + \frac{100}{(\alpha\gamma\delta)^2} \right] \quad (5.7.3)$$

$$\sigma\% = \frac{160}{\gamma^2\delta} + \frac{6.5\beta^*}{\alpha} + 2 \quad (5.7.4)$$

其中 $\beta^* = \min(\beta, 10)$ 。而且调整时间满足

$$\omega_c t_s = 4 \sim 9 \quad (5.7.5)$$

5.7.2 设计示例

例 5.7.1 设随动系统的对象传递函数为

$$G_p(s) = \frac{1}{s(1+0.9s)(1+0.007s)}$$

要求设计校正装置的传递函数 $G_c(s)$, 使系统的速度误差系数 $K_v \geq 1000s^{-1}$, 阶跃响应调整时间 $t_s \leq 0.25s$, 并希望超调量 $\sigma\%$ 不超过 30% 。

解 ① 初选预期开环模型的参数。由 $t_s = 0.25s$ 和式(5.7.5), 可得 $\omega_c = 16 \sim 36rad/s$ 。试取 $\omega_c = 25rad/s$ 。

暂选 $\beta^* = 10, \delta = 2, \alpha = 4.5$ 和 $\gamma = 2.5$, 根据式(5.7.4)可知, 它们基本满足 $\sigma\% = 30\%$ 的要求。由式(5.7.2)可知 $K_v = \beta\omega_c$ 。因为 $K_v = 1000$ 和 $\omega_c = 25$, 所以 $\beta = 40$ 。

② 检验预期开环模型的性能指标。以 $\omega_c = 25rad/s, \alpha = 4.5, \beta = 40, \gamma = 2.5, \delta = 2$ 代入式(5.7.3)和式(5.7.4), 可得 $t_s = 0.29s, \sigma\% = 29.2\%$ 。显然调整时间略高。

为此改选 $\omega_c = 30rad/s, \alpha = 4.5, \beta = 33$ (因为 $K_v = \beta\omega_c = 1000$), $\gamma = 2.5, \delta = 2$ 。再代入式(5.7.3)和式(5.7.4), 可得 $t_s = 0.24s$ 。所以, 改选的参数被认为满足要求。

据此可以计算各个时间常数

$$T_1 = \frac{\alpha\beta}{\omega_c} = 4.95, \quad T_2 = \frac{\alpha}{\omega_c} = 0.15, \quad T_3 = \frac{1}{\gamma\omega_c} = 0.0133, \quad T_4 = \frac{1}{\gamma\delta\omega_c} = 0.0067$$

从而得到初步选定的预期开环模型的传递函数

$$G^*(s) = \frac{1000(1+0.15s)}{s(1+4.95s)(1+0.0133s)(1+0.0067s)}$$

③ 确定预期开环模型。对照对象模型和初选预期开环模型的时间常数, 可以发现 0.0067 和 0.007 非常接近。为了尽量降低控制器阶次, 最终采用的预期开环模型为

$$G^*(s) = \frac{1000(1+0.15s)}{s(1+4.95s)(1+0.0133s)(1+0.007s)}$$

这相当改取 $\delta = 1.9, \delta$ 的下降可能会使超调量略有增加。

④ 计算校正装置的传递函数。由 $G^*(s)$ 和 $G_p(s)$ 相除, 可得

$$G_c(s) = \frac{G^*(s)}{G_p(s)} = \frac{1000(1+0.9s)(1+0.15s)}{(1+4.95s)(1+0.0133s)}$$

⑤ 绘制频率特性。被控对象、校正装置和校正后开环系统的折线幅频特性如图 5.7.2 所示。根据 $\omega_c = 25rad/s$ 和预期开环传递函数, 可知校正后系统的相角裕度为 44° 。

⑥ 检验时间响应指标。校正后闭环系统的单位阶跃响应如图 5.7.3 所示, 各项指标基本满足要求。□

在第③步中, 由于预期开环传递函数中的一个时间常数与对象的一个时间常数非常接近, 所以在预期开环传递函数中就改用对象的时间常数值。这一点很重要。如果采用

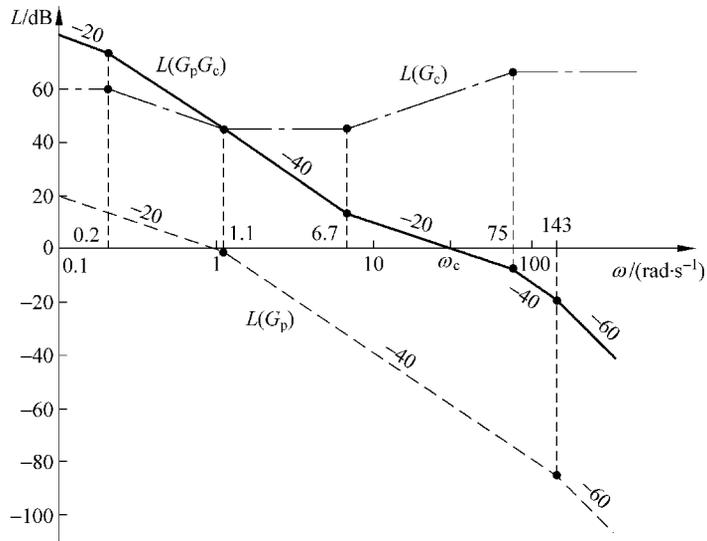


图 5.7.2 例 5.7.1 中校正前后的频率特性

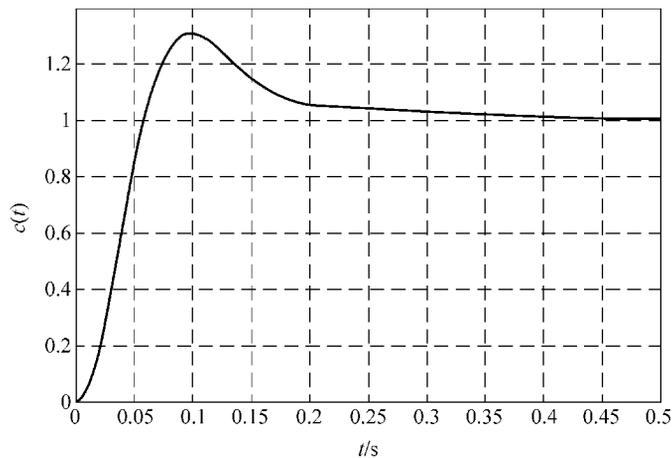


图 5.7.3 例 5.7.1 中校正后系统的单位阶跃响应

估算出的时间常数而不作修改,校正装置传递函数的阶次就会变为三阶,这对于控制系统的工程实现是不利的。

采用该方法获得的参数毕竟是根据经验公式估计的值,所以在设计时最好使预期系统的性能指标略高于要求的指标,而且在获得预期开环传递函数后就进行计算机仿真检验和调整。

在例 5.7.1 中,仿真显示的结果是调整时间 $t_s = 0.21\text{s}$ 和超调量 $\sigma\% = 31\%$ 。据式(5.7.4)可知,增加 α, γ, δ 都能减少超调量。但据式(5.7.3)可知,增加 α 不利于减少调整时间。所以,保留 $\omega_c = 30\text{rad/s}, \alpha = 4.5, \beta = 33, \delta = 2$ 不变,改取 $\gamma = 2.7$ 。仿真表明,这时可以达到超调量 $\sigma\% = 28\%$, $t_s = 0.24\text{s}$ 。不过,这时的控制器传递函数是三阶有理函数。

由于设计的目标是既要满足动态响应要求,又要使校正装置传递函数阶次不太高,所以往往需要进行折中考虑,尝试多种参数组合才能得到比较理想的结果。

5.7.3 自动控制系统的工程设计方法

工程设计方法也是期望开环频率特性法,是将期望频率特性法进一步简化,即用典型 1 型(二阶)系统或典型 2 型(三阶)系统作为期望系统的数学模型,采用 P、PI 或 PID 等控制器作为串联校正装置,按性能指标的要求,选择相应于 P、PI 或 PID 等控制规律的校正装置的参数,得到 $G_c(s)$ 。这种设计方法简单,易于工程实现,在电力拖动自动控制系统、工业过程控制系统等自动调节系统和随动系统中得到了广泛的应用。

1. 典型 1 型系统的校正

典型 1 型系统的开环传递函数为

$$G_o(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)} = \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n)} \quad (5.7.6)$$

其闭环传递函数为

$$G(s) = \frac{K}{Ts^2 + s + K} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (5.7.7)$$

式中

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{T}} \quad (5.7.8)$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{KT}} \quad (5.7.9)$$

典型 1 型系统是二阶系统,二阶系统的动态性能指标与模型参数之间有准确的数学关系,知道系统参数可以求出系统的时域性能指标,如果给出了时域性能指标要求也可以求出 ζ 和 ω_n ,进而由式(5.7.8)和式(5.7.9)确定系统参数 K 和 T 。通常把 $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$,即

$KT = \frac{1}{2}$ 的情况称作“二阶最佳”模型。这种情况下,相角裕度 $\gamma = 63.4^\circ$,增益穿越频率

$$\omega_c = \frac{1}{2T} = \frac{\sqrt{2}}{2}\omega_n, \text{超调量 } \sigma\% = 4.32\%, \text{调整时间 } t_s = (6 \sim 8)T = \frac{3 \sim 4}{K}。$$

根据不同的被控对象,按典型 1 型系模型综合时,串联校正装置的选择方案如下:

(1) 如果被控对象的传递函数为

$$G_p(s) = \frac{K_1}{Ts + 1}$$

为形成“二阶最佳”模型,应采用积分(I)调节器

$$G_c(s) = \frac{1}{2K_1Ts + 1}$$

(2) 如果被控对象的传递函数为

$$G_P(s) = \frac{K_1}{(T_1s+1)(T_2s+1)}, \quad T_1 > T_2$$

应采用比例积分(PI)调节器

$$G_c(s) = \frac{T_1s+1}{2K_1T_2s+1}$$

(3) 如果被控对象的传递函数为

$$G_P(s) = \frac{K_1}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)}, \quad T_1 > T_2 > T_3$$

应采用比例积分微分(PID)调节器

$$G_c(s) = \frac{(T_1s+1)(T_2s+1)}{2K_1T_3s+1}$$

(4) 如果被控对象的传递函数为

$$G_P(s) = \frac{K_1}{(T_1s+1)(T_2s+1)\cdots(T_ns+1)}$$

其中 $T_i \ll T_1, i=1,2,3,\dots,n$, 则可将被控对象近似成为

$$G_P(s) = \frac{K_1}{(T_1s+1)(T_\Sigma s+1)}$$

其中, $T_\Sigma = T_2 + T_3 + \cdots + T_n = \sum_{i=2}^n T_i$, 然后按情况(2)设计 $G_c(s)$ 。

由此可见, 典型 1 型系统的设计方法比较简单, 只要正确选择和调整 P、I、D 参数, 很容易达到期望结果。但是典型 1 型系统的适应性稍差, 它主要用于实现动态性能指标而不容易兼顾稳态性能。因为按照动态性能指标要求确定了开环模型参数 K 和 T 之后, 系统的稳态性能也就确定了。然而典型 1 型系统综合设计方法在自动控制系统设计中还是很有用的。

2. 典型 2 型系统的校正

典型 2 型系统的开环传递函数为

$$G_o(s) = \frac{K(T_1s+1)}{s^2(T_2s+1)}, \quad T_1 > T_2 \quad (5.7.10)$$

其开环对数幅频特性如图 5.7.4 所示。

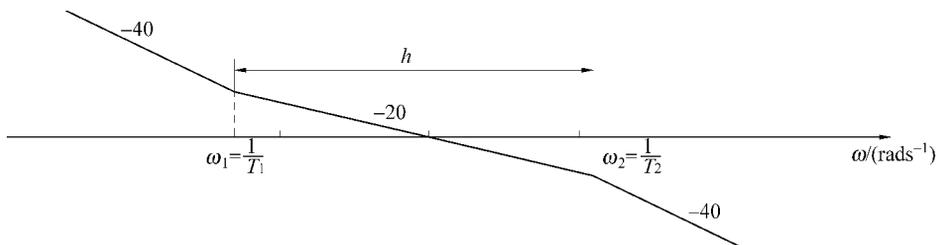


图 5.7.4 典型 2 型系统的开环对数幅频特性

由图 5.7.4 可见,典型 2 型系统属于三阶开环模型。可以证明,典型 2 型系统的各参数之间满足如下关系

$$h = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{T_1}{T_2} \quad (5.7.11)$$

即

$$T_1 = hT_2 \quad (5.7.12)$$

$$K = \omega_1 \omega_c \quad (5.7.13)$$

典型 2 型系统的动态性能指与中频段的宽度 h 密切相关,而当中频宽 h 确定之后,确定参数 K 或增益穿越频率 ω_c 又有不同的准则。目前,工程技术界经常采用的准则有最大相角裕度 γ (即 γ_{\max})准则和最小谐振峰值 M_γ (即 $M_{\gamma_{\min}}$)准则。

典型 2 型系统的相角裕度 γ 可由下式求出

$$\gamma = \arctan \frac{\omega_c}{\omega_1} - \arctan \frac{\omega_c}{\omega_2} = \arctan \omega_c T_1 - \arctan \omega_c T_2 \quad (5.7.14)$$

可以证明,当

$$\omega_c = \sqrt{\omega_1 \omega_2} = \sqrt{\frac{1}{T_1 T_2}} = \frac{1}{\sqrt{h} T_2} \quad (5.7.15)$$

时,系统中频宽 h 一定的情况下,有最大的相角裕度 γ 。此时系统的开环放大倍数为

$$K = \frac{1}{\sqrt{h} T_2} \quad (5.7.16)$$

在 γ_{\max} 准则下,增益穿越频率 ω_c 在开环对数幅频特性上为 ω_1 和 ω_2 之间的几何中点,在数学关系上是 ω_1 和 ω_2 的比例中项。由于 ω_c 位于 ω_1 和 ω_2 的中点, γ_{\max} 准则又称为对称最佳准则。作为特例,当中频宽 $h=4$ 时,有 $T_1=4T_2$, $K=\frac{1}{8}T_2^2$, $\omega_c=\frac{1}{2T_2}$ 这种参数选择方案,就是工程上称为“三阶最佳”的设计方法。

由于闭环频率特性的谐振峰值 M_γ 与控制系统的时域动态性能指标密切相关,一般情况下, M_γ 小则系统阶跃响应的超调量 $\sigma\%$ 也小。因此,对于典型 2 型系统,可以证明,在一定的中频宽 h 下,当截止角频率 ω_c 与系统的两个转折角频率 ω_1 、 ω_2 满足如下关系,即

$$\begin{cases} \frac{\omega_2}{\omega_c} = \frac{2h}{h+1} \\ \frac{\omega_c}{\omega_2} = \frac{h+1}{2h} \end{cases} \quad (5.7.17)$$

时,可以使闭环频率特性谐振峰值 M_γ 有最小值 $M_{\gamma_{\min}}$ 。此时有

$$\omega_c = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) \quad (5.7.18)$$

$$K = \frac{h+1}{2h^2 T^2} \quad (5.7.19)$$

式(5.7.17)所确定的频比关系称为“最佳频比”,在 $M_{\gamma_{\min}}$ 准则下,增益穿越频率 ω_c 是 ω_1 和 ω_2 的算术平均值。

对于不同被控对象,按典型2型系统模型综合时,串联校正装置的结构和参数选择方案如下:

(1) 如果被控对象的传递函数为

$$G_p(s) = \frac{K_1}{s(Ts+1)}$$

为将系统校正成典型2型系统,应选比例积分(PI)调节器,即

$$G_c(s) = \frac{\tau s + 1}{\tau_c s}$$

这样校正后系统的开环传递函数为

$$G_o(s) = G_c(s) \cdot G_p(s) = \frac{K_1(\tau s + 1)}{s^2(Ts + 1)}$$

PI调节器的参数选择应根据性能指标的要求先确定中频宽 h ,这样则有 $\tau = hT$ 。 τ_c 的选择应依据一定的准则,先确定 $K = \frac{K_1}{\tau_c}$,然后再求出 τ_c ,即由

$$\tau_c = \frac{K_1}{K}$$

确定 τ_c 。

(2) 如果被控对象的传递函数为

$$G_p(s) = \frac{K_1}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}$$

这时,视时间常数 T_1 和 T_2 的大小,校正装置有不同的选择。若 T_1 和 T_2 数值相近且较大,可以选比例积分微分(PID)调节器,即

$$G_c(s) = \frac{(\tau_1s+1)(\tau_2s+1)}{\tau_0s}$$

并取 $\tau_2 = T_1$ (或 T_2), $\tau_1 = hT_2$ (或 hT_1)使校正后系统为

$$G_o(s) = \frac{K_1(\tau_1s+1)}{s^2(T_2s+1)} = \frac{K(hT_2s+1)}{s^2(T_2s+1)}$$

其中, $K = \frac{K_1}{\tau_0}$ 。

若 T_1 和 T_2 的数值都比较小,则令 $T\Sigma = T_1 + T_2$,将 $G_p(s)$ 化为

$$G_p(s) = \frac{K_1}{s(T_\Sigma s + 1)}$$

再按(1)的方法处理,选择比例积分(PI)调节器。

(3) 如果被控对象的传递函数为

$$G_p(s) = \frac{K_1}{(T_1s+1)(T_2s+1)}, \quad T_1 \gg T_2$$

为按典型2型系统模型综合系统,可将 $G_p(s)$ 近似成为

$$G_p(s) \approx \frac{K_1}{T_1s(T_2s+1)}$$

然后可以按(1)处理,即选择比例积分(PI)调节器,即

$$G_c(s) = \frac{\tau s + 1}{\tau_0 s}$$

校正后系统的开环传递函数为

$$G_o(s) = \frac{\frac{K_1}{\tau_0 T_1} (\tau s + 1)}{s^2 (T_2 s + 1)} = \frac{K(h T_2 s + 1)}{s^2 (T_2 s + 1)}$$

其中 $\tau = h T_2$, $K = \frac{K_1}{\tau_0 T_1}$, h 和 τ_0 的取值则视性能指标要求和所依据的准则。

(4) 如果被控对象的传递函数为

$$G_p(s) = \frac{K_1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)}, \quad T_1 \gg T_2, T_3$$

可按(3)的方法,先将 $G_p(s)$ 近似成为

$$G_p(s) = \frac{K_1}{T_1 s (T_2 s + 1)(T_3 s + 1)}$$

再按(2)处理,选择 PID 调节器。

(5) 如果被控对象的传递函数为

$$G_p(s) = \frac{K_1}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1) \cdots (T_n s + 1)}$$

其中 $T_i \ll T_1, i=1, 2, 3, \dots, n$ 。则可令

$$T_\Sigma = T_2 + T_3 + \cdots + T_n = \sum_{i=2}^n T_i$$

将 $G_p(s)$ 简化为

$$G_p(s) = \frac{K_1}{s(T_1 s + 1)(T_\Sigma s + 1)}$$

然后,再按(2)进行处理。

综上所述可知,自动控制系统的工程设计方法,设计的最终目标即期望开环传递函数或期望开环频率特性比较简单,在设计过程中,可以根据具体情况对被控对象的传递函数进行某些近似处理,设计方法比较简单,所选择的校正装置为 P、PI 和 PID 等形式的调节器,这些调节器的工程实现比较容易,只要正确选择需要的调节器结构和参数,比较容易达到期望的效果。

例 5.7.2 设单位反馈控制系统的开环传递函数为

$$G_p(s) = \frac{50}{s(0.005s + 1)}$$

试按典型 2 型系统设计串联校正装置,并取中频宽 $h=5$,确定校正装置的结构和参数。

解 本例属于典型 2 型系统工程设计方法的第一种情况。已知 $K_1=50, T=0.005s$, 因此,可采用比例积分调节器作为串联校正装置,即取

$$G_c(s) = \frac{\tau s + 1}{\tau_0 s}$$

由于已经给定 $h=5$,所以取 $\tau=5T=0.025s$ 。当按最大相角裕度准则时,有

$$K = \frac{K_1}{\tau_0} = \frac{1}{h\sqrt{h}T^2}$$

则

$$\tau_0 = h\sqrt{h}K_1T^2 = 5\sqrt{5} \times 50 \times 0.005^2 = 0.014s$$

于是得校正装置传递函数为

$$G_c(s) = \frac{0.025s+1}{0.014s} = 1.786 + \frac{1}{0.014s}$$

即 PI 调节器的比例放大系数 $K_p=1.786$, 积分时间常数 $T_i=0.014s$ 。校正后系统的开环传递函数为

$$G_o(s) = \frac{3571.4(0.025s+1)}{s^2(0.005s+1)}$$

当按最小谐振峰值准则时,有

$$K = \frac{K_1}{\tau_0} = \frac{h+1}{2h^2T^2}$$

则

$$\tau_0 = \frac{2h^2T^2K_1}{h+1} = \frac{2 \times 5^2 \times 0.005^2 \times 50}{5+1} = 0.0104s$$

校正装置的传递函数为

$$G_c(s) = \frac{0.025s+1}{0.0104s} = 2.4 + \frac{1}{0.0104s}$$

即 PI 调节器的比例放大系数 $K_p=2.4$, 积分时间常数 $T_i=0.0104s$ 。校正后系统的开环传递函数为

$$G_o(s) = \frac{4807.7(0.025s+1)}{s^2(0.005s+1)}$$

5.8 本章小结

大部分被控对象的特性都不能满足应用要求,所以实际系统中总是需要不同类型的控制器或调节器。这些控制器和调节器在本章被统称为校正装置,安排它们在控制回路中的位置、确定它们的结构、设计它们的参数就是校正所要解决的问题。本章只讨论串联校正,所用的校正装置主要是超前、滞后和超前滞后校正装置,而且只讨论采用频率响应进行校正设计的方法。

超前校正的主要作用是提高系统的稳定性和加快系统的响应速度,其原理是最大限度地利用超前校正装置所能提供的超前角。设计过程中的主要任务是选择超前校正传递函数的转角频率以及它们之间的距离。它们之间的距离越大,所能提供的最大超前角越大。使产生最大超前角的频率和校正后的希望增益穿越频率接近,就能充分提高系统的相角裕度。

滞后校正的主要作用是提高系统的稳态精度,其原理是在基本不改变对象中频特性

的情况下提高低频增益。设计过程中的主要任务是选择滞后校正传递函数的转角频率以及它们之间的距离。为了使滞后校正装置产生的滞后角不降低系统的稳定性,它的转角频率必须比校正后的增益穿越频率低很多。它的两个转角频率之间的距离越大,低频增益的允许提高量也越大。

超前滞后校正兼有超前校正和滞后校正的特点,它能够更全面地提高系统的性能。只要分别掌握超前校正和滞后校正的原理和方法,很容易完成超前滞后校正的设计。

工业上常用的 PID 控制器实质上是一种超前滞后校正装置。但是由于 PID 控制器参数较少,大多数工业被控对象又具有较为简单的传递函数,所以工业 PID 控制器的参数整定可以按照某些经验公式进行,这使它们在工业过程控制中具有很重要的地位。

当对象比较复杂,不易用试凑方式设计上述超前、滞后或超前滞后校正装置时,可以采用借助预期开环频率特性的方法。根据对闭环系统性能的要求,可以先确定预期的、典型四阶开环模型的频率特性,然后利用频率特性的运算规则求解校正装置的频率特性。这也是一种基于实验数据的经验方法,必须通过仿真进行检验。而且为了使校正装置阶次不至于太高,一般需要折中考虑各种因素、反复修改参数以便能获得满意的结果。

习题

5.1 在图 5.1.1 所示的串联校正控制系统中,已知被控对象和校正装置的传递函数分别为

$$G_p(s) = \frac{100}{s(1+0.2s)}, \quad G_c(s) = 2 \frac{1+0.04s}{1+0.005s}$$

(1) 画出 $G_p(j\omega)$ 的对数频率特性,计算未校正系统的增益穿越频率 ω'_c ,相角裕度 γ' 和静态速度误差系数 K'_v 。

(2) 画出校正后开环系统的对数频率特性,计算校正后系统的增益穿越频率 ω_c ,相角裕度 γ 和静态速度误差系数 K_v 。

(3) $G_c(s)$ 属于什么类型的校正装置?

5.2 在图 5.1.1 所示的串联校正控制系统中,已知被控对象的传递函数为

$$G_p(s) = \frac{K}{s(1+0.5s)}$$

设计超前校正装置,使系统的相角裕度 $\gamma=50^\circ$,稳态误差不大于 0.1。

5.3 一个机器人抓取装置的位置控制系统是如图 5.1.1 所示的单位负反馈控制系统,其中被控对象的传递函数为

$$G_p(s) = \frac{3}{s(s+1)(0.5s+1)}$$

设计一个滞后校正装置,使系统的相角裕度 $\gamma=45^\circ$ 。

5.4 在图 5.1.1 所示的串联校正控制系统中,已知被控对象的传递函数为

$$G_p(s) = \frac{K}{s(1+0.2s)(1+0.4s)}$$

设计滞后校正装置,使闭环系统的静态速度误差系数 $K_v=10\text{ s}^{-1}$,阶跃响应超调量 $\sigma=0.1$ 。

5.5 在图 5.1.1 所示的串联校正控制系统中,设被控对象传递函数为

$$G_p(s) = \frac{10}{s(1+0.2s)(1+0.5s)}$$

要求相角裕度 $\gamma \geq 50^\circ$,静态速度误差系数 $K_v=10\text{ s}^{-1}$ 。分别设计串联超前校正装置和串联滞后校正装置,并比较两种校正的效果有何不同?

5.6 在图 5.1.1 所示的串联校正控制系统中,已知被控对象和校正装置的传递函数分别为

$$G_p(s) = \frac{10}{s(1+0.1s)(1+0.2s)}, \quad G_c(s) = \frac{4(1+0.25s)(1+1.5s)}{(1+0.05s)(1+10s)}$$

(1) 画出 $G_p(j\omega)$ 的对数频率特性,计算未校正系统的增益穿越频率 ω'_c ,相角裕度 γ' 和静态速度误差系数 K'_v 。

(2) 画出校正后开环系统的对数频率特性,计算校正后系统的增益穿越频率 ω_c ,相角裕度 γ 和静态速度误差系数 K_v 。

(3) $G_c(s)$ 属于什么类型的校正装置?

5.7 在图 5.1.1 所示的串联校正控制系统中,设被控对象传递函数为

$$G_p(s) = \frac{K}{s(s+1)(2s+1)}$$

设计串联超前滞后校正装置,使 $K_v=10\text{ s}^{-1}$,相角裕度为 50° ,增益裕度大于 10dB。

5.8 在图 5.1.1 所示的串联校正控制系统中,已知被控对象的传递函数为

$$G_p(s) = \frac{K}{s(1+0.1s)(1+0.4s)}$$

设计超前滞后校正装置,使闭环系统的静态速度误差系数 $K_v=20\text{ s}^{-1}$,相角裕度 $\gamma=50^\circ$,开环增益穿越频率 $\omega_c=5\text{ rad/s}$ 。

5.9 已知被控对象传递函数同习题 5.8。设计校正装置,使闭环系统的静态速度误差系数 $K_v=20\text{ s}^{-1}$,闭环阶跃响应超调量 $\sigma\%=20\%$,调整时间(2%误差带) $t_s=1\text{ s}$ 。

5.10 在图 5.1.1 所示的串联校正控制系统中,设被控对象传递函数为

$$G_p(s) = \frac{0.2}{s(0.5s+1)(0.1s+1)}$$

设计串联校正装置 $G_c(s)$,使 $K_v=100\text{ s}^{-1}$,且动态性能尽可能地好。

5.11 在例 5.6.1 中及其后的说明中共获得 3 组 PID 控制器的参数。用对象和这 3 个 PID 控制器构成 3 个开环传递函数,画出它们的伯德图,并根据伯德图解释它们的时间响应的差别。

5.12 在图 5.1.1 所示的串联校正控制系统中,被控对象的传递函数为

$$G_p(s) = \frac{K}{(Ts+1)^3}$$

控制器为工业 PID 控制器。

(1) 试用临界比例度法整定 PID 控制器的参数。

(2) 令 $T=5$,通过仿真获得闭环控制系统的单位阶跃响应。

5.13 已知最小相位被控对象的折线幅频特性如图 5.E.1 中的曲线 A 所示。设希望的开环频率特性如曲线 B 所示。

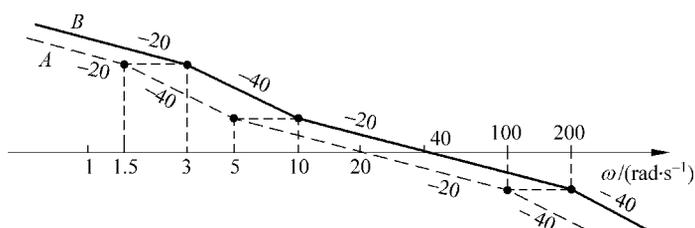


图 5.E.1 习题 5.13 的幅频特性

(1) 求串联校正装置的传递函数。

(2) 这样的校正装置有什么不足之处?

5.14 在图 5.1.1 所示的串联校正控制系统中, 设 $G_p(s) = 160/s^2$ 。采用预期开环频率特性方法设计串联校正装置, 使闭环系统的单位阶跃响应超调量不大于 10%, 调整时间不大于 1s。

提示: 采用 II 型四阶开环模型

$$G_{ex}(s) = \frac{\frac{\omega_c^2}{\alpha} \left(1 + \frac{s}{\omega_c/\alpha}\right)}{s^2 \left(1 + \frac{s}{\gamma\omega_c}\right) \left(1 + \frac{s}{\gamma\delta\omega_c}\right)}$$

仿照例 5.7.1 的步骤初选参数, 通过 MATLAB 仿真最终确定参数。