# 第3章

# 企业物流资源配置决策的基本模型

针对企业物流资源配置决策问题的特点，考虑到科学性与实用性的平衡，选择非凸目标规划作为本项研究的数学建模工具。非凸目标规划是根据现实中的“特殊”目标的建模需要，对传统目标规划的拓展。为后续建模分析工作方便，下面先对其基本原理作一简要介绍。

## 3.1 非凸目标规划的基本原理

目标规划(Goal Programming，GP)最初是为了解决线性规划在实际应用中遇到的技术困难，由 A. Charnes 和 W. W. Cooper (1955，1961)[70、71]首先作为一种线性规划的应用建模技巧而提出的。此后15年间目标规划的理论价值一致未被人们认识。直到20世纪70年代经过 S. M. Lee，J. P. Ignizio 等人(Lee，1972，1982；Ringuest，1992；Aouni and Kettani，2001)[72-75]的开拓性研究工作，目标规划的理论价值才初步被人们认识并逐渐发展成了一种独立的多目标决策分析技术。

50多年来，国际上已经公开发表大量与目标规划相关的研究主题。其中，有的学者着重研究目标规划的建模思想和方法(Cook and Kress，1988；Schenkerman，1991；Panda et al.，2005；Chang and Wang，2006；Leung，2007；Yang，2008)[76-81]，有的学者具体探讨目标规划的求解算法和步骤(Hannon，1977；Grove，1988；K Deb，2001；Chen and Fan，2002；Takeaki Taguchi et al.，2003；Kuriger and Ravi Ravindran，2005；Leung，2007；Benson and Shanno，2008)[80、82-88]，绝大多数的相关研究是集中在案例分析及应用研究方面(Geoffrion，et al.，1972；Jain and Dutta，1986；Giokas and Vassiloglou，1991；Lee and Olson，2004；Ding and

Shen, 2004; Sharma et al., 2005; Dash Jr. and Kajiji, 2005; Nakayama and Yun, 2006; Reyes and Frazier, 2007; Dhahri and Chabchoub, 2007)[89-98]。许多学者对其进行过文献综述分析(Ignizio, et al.(1978, 1982, 1983, 1994)[99-102]; Romero(1986, 1991)[103,104]; Hussein (1993)[105]; S. Schniederjans(1995)[106]; Tamiz, et al.(1998)[107]; Aouni and Kettani(2001)[75])。

经过国内外学者的共同努力,目标规划技术在理论与实践两方面都已经获得了巨大的发展并已日渐趋于成熟。目标规划的多目标问题分析能力,相比线性规划简单追求最优的做法,更加符合现实的满意目标思想,使其成为当今国际多目标决策分析领域最受欢迎的一种定量分析技术。

### 3.1.1 传统目标规划的基本原理

目标规划理论的思想根源可溯归于 H. A. Simon(1955)[108]的满意目标概念,是满意哲学思想在定量分析技术领域的一个生动体现。目标规划的基本建模技术思想为:先根据问题的性质和具体情况确定问题的决策目标;然后排出各个决策目标的优先顺序,并给每个目标都设定一个现实期望水平值;最后利用优化技术尽可能地去实现这个期望水平。目标规划模型中确定的目标优先顺序是绝对优先顺序,即下级目标的实现不能影响上级目标的实现,而追求上级目标时却可以不考虑下级目标的实现。也就是说,对高一级目标的追求比对低一级目标的追求具有无比的优越性。目标现实期望水平值的设定是将线性规划简单追求目标无限优化的理想做法转变成为目标规划具体追求目标实际水平值的现实做法的关键步骤;而所谓尽可能地去实现目标的期望水平,在模型中就具体地体现为让目标的未实现程度极小化,但并不追求目标的"超额"实现。

传统目标规划技术基本模型的一般形式表示为模型(3-1)。

$$
\begin{aligned}
&Lex\min a=\{(u^1N+\omega^1P),(u^2N+\omega^2P),\cdots,\\
&\qquad\qquad (u^kN+\omega^kP),\cdots,(u^SN+\omega^SP)\}\\
&T=\{N,P,X\mid F(X)+N-P=B;N,P,X\geqslant 0\}
\end{aligned}
\tag{3-1}
$$

式中：$Lex\min$——字典序极小化；

$a$——目标函数向量；

$S$——目标的优先级数；

$X$——$n\times1$ 决策变量向量；

$N$——$m\times1$ 负偏差变量向量；

$P$——$m\times1$ 正偏差变量向量；

$B$——$m\times1$ 目标期望水平向量；

$F(X)$——$m\times1$ 目标约束函数向量，对线性目标规划问题，$F(X)$的具体形式变为 $AX$，$A$ 为 $m\times n$ 技术系数矩阵；

$u^k$——$1\times m$ 第 $k$ 优先级负偏差变量的权重向量；

$\omega^k$——$1\times m$ 第 $k$ 优先级正偏差变量的权重向量。

这里已经将非线性约束条件 $P^{\mathrm{T}}N=0$ 从模型(3-1)中去掉了。这种普遍做法的理由将在后面的进一步讨论中予以说明。传统目标规划技术可以处理 5 种基本类型的目标。这 5 种基本目标类型对应的 5 种基本目标函数形式见表 3-1。

**表 3-1 传统目标规划的 5 种基本目标函数形式①、②**

| 目标类型 | 极小化偏差变量 | SISI③（假定的无差异满意区间） |
|---|---|---|
| $f_i(X)\geqslant b_i$ | $n_i$ | $[b_i,+\infty)$ |
| $f_i(X)\leqslant b_i$ | $p_i$ | $(-\infty,b_i)$ |
| $f_i(X)=b_i$ | $n_i+p_i$ | $b_i$ |
| $\max f_i(X)$ | $n_i-p_i$ | $+\infty$ |
| $\min f_i(X)$ | $p_i-n_i$ | $-\infty$ |

注：① $p_i$，$n_i$——$f_i(X)$相对 $b_i$的正负偏差变量；

$f_i(X)$——第 $i$ 个目标约束，对线性目标规划问题，$f_i(X)$ 变为 $\sum a_{ij}x_j$；

$b_i$——第 $i$ 个目标的期望水平。

② Ignizio(1978,1982)[72、73]认为只应该考虑前 3 种目标类型，因为后 2 种目标属于线性规划的目标类型。

③ SISI——Supposed Indifference Satisfactory Interval，是总结提出的传统目标规划理论的隐含假定(Zhang Z. Y.(张志勇)和 Shang J. S.，2001)[109]。

这里值得强调指出的是，假定的无差异满意区间 SISI 的概念直观形象，极有助于广大实际工作者对不同目标类型的理解和交流。利用 SISI 的概念，上述 5 种基本目标类型都可以简明地表示为让 $f_i(X)$尽可能接近

其各自的SISI。SISI与SIDI(Supposed Indifference Dissatisfactory Interval，假定的无差异不满意区间)的概念一同公开发表后，受到了国际同行的赞赏。

### 3.1.2　非凸目标规划的基本原理

2001年，在提出假定的无差异满意区间SISI和假定的无差异不满意区间SIDI概念的同时，又进一步提出了3种过去长期未被人们重视而又在现实中普遍存在的新的基本目标类型。这样就将传统目标规划理论的5种基本目标类型扩展成了现在的8种基本目标类型。从而也就将传统的凸目标规划理论推广到了非凸的情形，并初步建立起了非凸目标规划的基本理论框架和一个实用的求解算法(Zhang Z. Y. and Shang J. S.，2001)[109]。

#### 1. 非凸目标规划的基本模型

秉承传统目标规划理论的基本建模技术思想，考虑表3-2中提出的3种新型基本目标后形成的非凸线性目标规划基本模型的一般形式可表示为模型(3-2)。

$$Lex\,\mathrm{min}a = \{(u^1N + \omega^1P),(u^2N + \omega^2P),\cdots,(u^SN + \omega^SP)\}$$

$$R = \{N,P,X \mid AX + N - P = B, P^{\mathrm{T}}N = 0; N,P,X \geqslant 0\} \quad (3\text{-}2)$$

这里再也不能与在模型(3-1)中所做的一样将非线性约束条件$P^{\mathrm{T}}N = 0$从模型(3-2)中去掉了。非凸线性目标规划模型除了可以处理表3-1中的5种传统基本的目标类型外，还可以处理表3-2中所示的3种新型基本目标类型。

**表3-2　非凸目标规划的3种新型基本目标函数形式①**

| 目标类型 | 极小化偏差变量 | SIDI(假定的无差异不满意区间) |
|---|---|---|
| $f_i(X)$ 远离$[b_i,+\infty)$ | $-n_i$ | $[b_i,+\infty)$ |
| $f_i(X)$ 远离$(-\infty,b_i]$ | $-p_i$ | $(-\infty,b_i)$ |
| $f_i(X)$ 远离 $b_i$ | $-(n_i+p_i)$ | $b_i$ |

注：① 对线性目标规划问题，$f_i(X)$ 变为 $\sum a_{ij}x_j$。

对比模型(3-1)和模型(3-2)的数学结构发现,非凸目标规划理论与传统目标规划理论有两点重要区别。一是非凸目标规划模型(3-2)中必须包含非线性约束条件 $P^{\mathrm{T}}N=0$,从而使得模型(3-2)的可行域变成了非凸集合。这就是非凸目标规划名称的来由。第二点区别是在传统模型(3-1)中,尽管正负偏差变量的权重 $u_i^k$ 和 $\omega_i^k$ 也有可能取负值(但如果仅考虑表 3-1 中的前 3 种目标,则不会),但由于能保证 $u_i^k+\omega_i^k\geqslant 0$,因此,可将非线性约束条件 $P^{\mathrm{T}}N=0$ 从模型(3-1)中去掉。而在非凸模型(3-2)中,由于考虑了表 3-2 中的 3 种新型目标,从而使得模型(3-2)中正负偏差变量的权重 $u_i^k$ 和 $\omega_i^k$ 都将可能随意取负值,这样就不能再保证 $u_i^k+\omega_i^k\geqslant 0$,这就是模型(3-2)中必须包含非线性约束条件 $P^{\mathrm{T}}N=0$ 的原因。相关定理可证明其中的道理。

## 2. 非凸目标规划的基本定理

**几个基本符号假定**:为表述方便,先定义几个基本符号。

针对非凸线性目标规划模型(3-2)可以处理的 8 种基本目标类型(如表 3-1 和表 3-3 所示),可将任一给定目标优先级 $k$ 的目标函数式划分为 3 种类型集:$LX1$、$LX2$、$LX3$。

$$LX1=\{+n_i,+p_i,+(n_i+p_i)\}$$

$$LX2=\{(n_i-p_i),(p_i-n_i)\}$$

$$LX3=\{-n_i,-p_i,-(n_i+p_i)\}$$

用 $I_k$ 表示 $u_i^k$ 或 $\omega_i^k\neq 0$ 的,且尚未包含在 $I_1,I_2,\cdots,I_{k-1}$ 中的目标约束 $i$ 的集合,$k\in\{1,2,\cdots,s\}$。显然,$k$ 一定对应剩下未被包含的 $i$ 的最高优先级。用数学语言可将 $I_k$ 定义为

$$I_k=\{i\mid u_i^1=\omega_i^1=u_i^2=\omega_i^2=,\cdots,=u_i^{k-1}=\omega_i^{k-1}=0,$$
$$u_i^k \text{ 或 } \omega_i^k\neq 0;i=1,2,\cdots,m\}\quad k\in\{1,2,\cdots,s\}$$

**几个基本定理**:本节通过讨论非凸模型(3-2)与传统模型(3-1)之间的相互关系,找到了非线性约束条件 $P^{\mathrm{T}}N=0$ 能否自动满足的条件。

**定理 3-1**　对某个 $i\in I_k$,若 $u_i^k+\omega_i^k>0$,则模型(3-1)($F(X)$ 取线性形式 $AX$)必自动满足非线性约束条件 $n_ip_i=0$。

**定理 3-2**　对某个 $i\in I_k$,若 $u_i^k+\omega_i^k<0$,则模型(3-1)($F(X)$ 取线性形式 $AX$)必定无下界,且不满足非线性约束条件 $n_ip_i=0$。转引定理 3-4。

**定理 3-3** 对某个 $i\in I_k$，若 $u_i^k+\omega_i^k=0$，则模型(3-1)($F(X)$ 取线性形式 $AX$)既能够不满足，也能够满足非线性约束条件 $n_ip_i=0$。可以但非必须转引定理 3-4。

因为如用单纯形法求解，由于 $n_i$ 和 $p_i$ 的系数线性相关而不可能同时成为基变量，所以，就可以不转引定理 4。另外，即使获得了一个不满足 $n_ip_i=0$ 的最优可行解，也可运用定理 7 证明中的办法获得一个满足 $n_ip_i=0$ 的最优可行解。

**定理 3-4**(问题分解定理) 用模型($1+n_i$)表示在模型(3-1)($F(X)$ 取线性形式 $AX$)中加入强制约束 $n_i=0$ 之后的子问题，$i\in I_k$；用模型($1+p_i$)表示在模型(3-1)中加入强制约束 $p_i=0$ 之后的子问题，$i\in I_k$。如果模型(3-2)的最优可行解(Optimal Feasible Solution，OFS)存在，则模型(3-2)的最优可行解 OFS 一定是模型($1+n_i$)最优可行解和模型($1+p_i$)最优可行解中的较优者。如果在第 $k$ 优先级中 $LX2$ 或 $LX3$ 类型目标约束的个数为 $N(k)$，则需要分别求解的子问题的个数的上限为 $2^{N(k)}$。

**定理证明**：参见文献[109]，这里不再展开。

### 3. 非凸目标规划的求解算法

**步骤 1**：令 $k=1$。

**步骤 2**：求解模型的 $k$ 优先级。

(2.a) 对所有 $i\in I_k$ 中 $u_i^k+\omega_i^k\geqslant 0$ 的情形($LX1$ 和 $LX2$)，按常规目标规划对待求解。

(2.b) 对每一个 $i\in I_k$ 中的 $u_i^k+\omega_i^k<0$ 的情形($LX3$)，通过加入强制约束 $n_i=0$ 或 $p_i=0$(不要同时加入)构造两个子问题，即模型($1+n_i$)和模型($1+p_i$)；由第 $k$ 优先级中所有的 $i(i\in I_k)$组合构造的子问题的个数上限为 $M(k)=2^{N(k)}$，$N(k)$为第 $k$ 优先级中 $LX3$ 类型目标约束的个数。

(2.c) 求解或探求(2.b)中的每一个子问题的最优可行解 $a_j^{(k)^*}$，$j=1,2,\cdots,M(k)$。第 $k$ 优先级的解 $a^{(k)^*}$ 就是所有这些子问题解中的最优者。即：

$$a^{(k)^*}=\{a_1^{(k)^*},a_2^{(k)^*},\cdots,a_{M(k)}^{(k)^*}\}$$

**步骤 3**：

(3.a) 将步骤(2.c)中的最优解对应的目标函数和强制约束一同追

加到绝对约束中。

(3.b) 如果 $k<s$，则令 $k=k+1$，转步骤(2.a)。否则，转步骤(3.c)。

(3.c) 如果 $k=s$，说明所有优先级都已经被处理完毕，结束。最后所获得的解即为该目标规划问题的最优可行解 OFS。即：

$$a^{*}=\{a^{(1)^{*}},a^{(2)^{*}},\cdots,a^{(S)^{*}}\}$$

**说明：**

(1) 尽管强加了限制条件 $n_i=0$ 或 $p_i=0$，但仍然有可能由于其他未限制偏差变量和决策变量的原因而导致获得无界解。忽略某些结构性约束以及给定了任意大的 SIDI 都有可能导致出现无界解。

(2) 步骤(2.c)中需要探求本级某个子问题解的情况出现在对应该子问题的上级最优子问题有多个的时候，即上级有多个子问题的最优可行解相等，并同时成为上级的最优可行解 OFS。当然，如果有些子问题的最优可行解虽然相等了，但由于不存在竞争力，没能同时成为上级的最优可行解 OFS，那就不会出现需要探求的情况。当子问题中的某些未限制偏差变量 $n_i$ 或 $p_i$ 刚好等于零时，最有可能出现多个子问题的最优可行解相等的情况，需要特别注意。

### 3.1.3　几点结论

本节将传统的目标规划理论推广到了含 $-n_i$，$-p_i$，$-(n_i+p_i)$ 类型目标的非凸目标规划情形。这种扩展在现实中具有广阔的应用前景。本节的工作具有以下几方面的贡献。

(1) 两个基本概念，假定的无差异满意区间 SISI 和假定的无差异不满意区间 SIDI 的引入，简明生动地表达出了目标规划的基本建模思想，极大地方便了人们在构造实际目标规划模型时对不同目标类型的理解和交流。利用 SISI 的概念，传统的 5 种基本目标类型被简明地表示为让 $f_i(X)$ 尽可能接近其各自的 SISI；而利用 SIDI 的概念，3 种新型基本目标被简明地表示为让 $f_i(X)$ 尽可能远离其各自的 SIDI。

(2) 非凸目标规划将传统目标规划扩展到可以处理 SIDI 类型目标的情形，丰富了目标规划理论的建模技术思想，增强了目标规划技术解决实际问题的能力。

实际管理中的奖励制度等一类问题，如当超额完成生产任务和降低

了资源消耗时，对员工实施奖励，就属于极小化$-n_i$和$-p_i$类型的目标函数。因为员工偏离特定水平值的量(超过生产定额的量和低于资源消耗限额的量)越大，受到的奖励就越多。实际中的另一个极小化$-(n_i+p_i)$类型目标的例子就是工程设计和建设中对共振频率的躲避要求。

(3) 关于非凸非线性目标规划理论，也已有一些基本的成果。限于本书的研究重点，这里不再详述。参见(Zhang et al.，2009)[110]。

(4) 未来研究方向展望。进一步发展完善非凸目标规划的理论体系工作有许多。

比如，非凸目标规划的其他变形；非凸目标规划的对偶理论；非凸目标规划的 Pareto 有效性分析；非凸目标规划的不可行性分析；非凸目标规划的经济含义分析，等等。国际上有关相对比率标度的研究成果已经为无形资源的科学度量奠定了初步基础(P. T. Harker and L. G. Vargas；1987，T. L. Saaty and L. G. Vargas，2000)[111、112]，是今后有可能与非凸目标规划相结合的一个研究方向。另外，需要说明和致谢的是，上述相关定理的证明参考了相关文献中的有关内容。[113-118]

## 3.2 基本配置单元的属性选择

物流资源基本配置单元的属性选择有离散和连续之分。本书的研究将主要采取离散配置。对所有资源，都以所处空间位置或形式状态作为离散化的基本配置单元。

所谓离散配置，就是决策变量在一定区间内只取整数值的配置分析思路。其优点是，配置资源耗用和资源剩余的分布都是整块单元化的，不仅在配置方案实际执行时的管理运作比较简单，对企业管理的水平要求相对较低、管理成本也相对较低，而且剩余资源在外包利用时具有集中优势。但不足是模型求解相对困难，对于连续型资源似乎也不太精细。

所谓连续配置，就是决策变量在一定区间内可连续取值的配置分析思路。其优点是，模型求解相对容易，对于连续型资源似乎也更为精确。但是，由于配置后资源耗用和资源剩余的分布都是零散的，不仅配置方案实际执行时的管理运作比较复杂，对企业管理的水平要求高，管理成

本也较高，而且剩余资源在外包利用时也由于不集中而较难操作。

资源离散化处理后，物流能力扩建或物流需求外包都是按单元整块分析的，但单元具体大小的确定是与企业的生产经营状况、市场形势和企业发展战略等复杂因素密切关联的，不是本书既定研究层面和视角的关注重点。如果单元大小和扩建外包的决策已经通过论证，则本书的研究成果可在具体扩建方案的构想中发挥作用，即寻求花费尽可能少的投资来完成既定扩建任务的方案设计。或者寻求在一定的投资力度下，完成尽可能多的扩建任务方案。

## 3.3　配置决策的目标及约束

企业的物流资源配置问题，依据物流资源中总物流能力与总物流需求的大小关系，分别制定出了 3 类共 8 种不同的配置建模目标和约束条件。企业物流资源配置的三大类基本目标类型如图 3-1 所示。

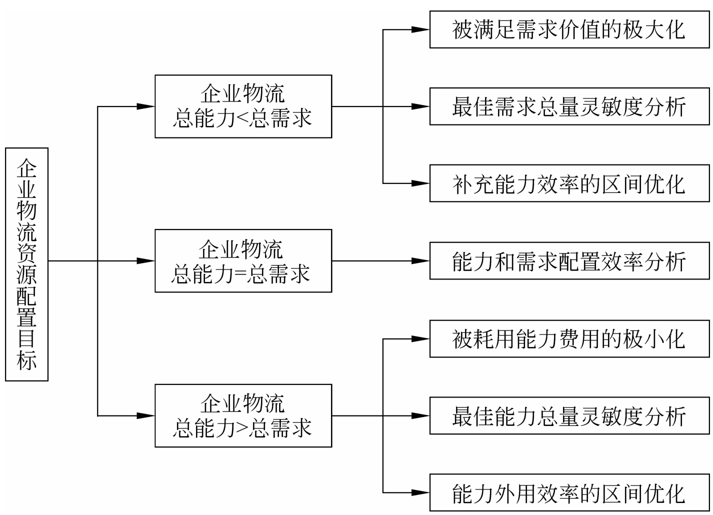


**图 3-1　企业物流资源配置的基本目标类型**

### 3.3.1　总能力小于总需求时的配置目标及约束

显然，当物流能力资源总量小于物流需求资源总量时，企业的物流

需求是无法直接得到完全满足的。此时，资源配置分析的重点是要在依托现有物流总能力前提下，追求所实现的物流需求的综合价值的最大化以及对这一最佳物流总需求的调低灵敏度分析。在此基础上，还要进行短缺物流能力的补充效率分析。为进一步探讨企业物流能力扩充（自建或外包）的必要性、可行性及具体规划方案提供决策支持。

具体的配置分析目标和约束条件可概括为下面三类。

#### 1. 既定能力下的最佳需求配置方案的求解

此时，资源配置的约束条件是物流总能力限制。配置目标是所实现的物流需求的综合价值的最大化。具体分析目标及约束条件的函数表达形式见 3.4 中的模型(3-3)和模型(3-4)。

#### 2. 最佳需求配置总量的调低灵敏度区间分析

此时，资源配置分析的约束条件是最佳物流总需求的调低灵敏度区间分析。区间分析的目标是所耗物流能力综合费用的极小化。具体分析目标及约束条件的函数表达形式见 3.4 中的模型(3-5)和模型(3-6)。

#### 3. 短缺物流能力补充效率的区间优化分析

由于企业物流总能力小于物流总需求，而企业的实际生产经营活动是必须得到完全满足的，因此，短缺的物流能力必须通过内部挖潜建设或者寻求外部资源协助等补充。通过区间优化分析，了解短缺物流能力的补充效率，是相关内部能力挖潜或物流需求外包决策的重要基础资料。此时，建模分析的约束条件为补充的物流能力及其最佳经济建设规模。区间优化分析的目标函数是物流需求价值的最大化。具体分析目标及约束条件的函数表达形式见 3.4 中的模型(3-7)和模型(3-8)。

### 3.3.2 总能力大于总需求时的配置目标及约束

同理，当物流能力资源总量大于物流需求资源总量时，企业的物流能力是无法直接得到完全使用的。此时，物流资源配置分析的重点是要