

第一篇 静 力 学

静力学研究物体在力系作用下平衡的规律,同时也研究力的一般性质以及力系的简化方法。静力学是工程力学的基础部分,在工程技术中有着广泛的应用。静力学也是研究动力学和材料力学的基础。

本篇的研究对象是刚体。研究内容包括:物体的受力分析,力系的等效与简化,力系的平衡条件及平衡方程的应用。

第 1 章

Chapter

静力学基本概念和公理

受力分析和受力图

1.1 内容提要

1.1.1 静力学基本概念

(1) 平衡：物体相对于惯性参考系处于静止或匀速直线运动的状态。

(2) 刚体：刚体是特殊的质点系，是指在任何情况下都不发生变形的物体（其上任意两点间的距离保持不变）。

(3) 力的外效应：使物体的运动状态发生变化；力的内效应：使物体的形状发生改变。静力学、动力学中研究力的外效应，材料力学中研究力的内效应。

1.1.2 静力学公理

公理 1 二力平衡公理

作用于刚体上的两个力，使刚体保持平衡的充分必要条件是：这两个力大小相等，方向相反，并且作用在同一条直线上。公理 1 只适用于刚体。

公理 2 加减平衡力系公理

在作用于刚体的力系中，添加或除去平衡力系，不改变原力系对刚体的作用效果。公理 2 只适用于刚体。

推论 1 力的可传性原理

作用在刚体上的力，可沿力的作用线在刚体上移动，而保持它对刚体的作用效果不变。

推论 2 三力平衡汇交定理

如果刚体受到三个力作用而平衡，且其中两个力的作用线汇交于一点，则这三个力的作用线共面且汇交于同一点。

公理 3 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力可合成为一个力，合力也作用在该点；合力的大小和方向由原来两个力的力矢为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示。

公理 4 作用与反作用定律

两物体间的相互作用力,总是大小相等,指向相反,沿同一直线而分别作用于两个物体上。

公理 5 刚化公理

当变形体在已知力系作用下平衡时,如果此变形体刚化成刚体,则其平衡状态保持不变。

1.1.3 约束和约束反力

约束:限制物体自由运动的条件(或周围物体)。

约束力有两个特点:

(1) 约束力的方向总是与约束所限制的运动(或趋势)方向相反。

(2) 约束力大小与被约束物体的运动状态及受力情况有关。

工程中约束的种类很多,对于一些常见的约束,按其所具有的特性,可以归纳成下列几种基本类型。

1) 柔性约束

由柔绳、链条、胶带等构成的约束,作用力一定作用在接触点上。柔性体本身只能承受拉力,不能承受压力,因此柔性约束的约束力方向沿着柔性体,离开被约束物体。

2) 光滑面约束

当两物体接触面上的摩擦力很小可以忽略不计时,认为接触面是光滑的。光滑接触面能限制物体沿接触面公法线方向的运动,因此,约束力的方向沿着接触点处接触面的公法线方向并指向被约束物体。

3) 光滑圆柱铰链约束

光滑圆柱铰链约束的特点:①光滑圆柱铰链是由两类零件组成:被连接的物体和一个销钉。被连接的物体上有相同直径的孔,插入销钉来实现连接。②不计摩擦。销钉对物体的约束反力总是在接触点,并且沿着它们的公法线。③物体相对于销钉可以转动,故其接触点可以是圆周上任一点,但它限制了被约束体在销钉直径方向的位移。

圆柱形铰链有常见的三种情况:①中间铰,又称铰结点。②固定铰链支座,简称固定铰支。中间铰和固定铰支的约束反力,常用两个大小未知、互相正交的约束力来表示。③辊轴支座,又称活动铰支。这类约束只能阻止垂直支承面方向的运动,不能限制其他如转动、沿支撑面的运动,约束反力垂直于支承面。

4) 链杆

用很短的二力杆将两物体连接构成的约束称为链杆。一个链杆相当于一个可动铰支座,两个链杆相当于固定铰支座。

5) 固定端约束

被约束的物体不可以转动,也不能移动,相当于焊接在一起。平面内固定端约束力简化为两互相正交的约束力和该平面内的一个力偶。

1.1.4 受力分析和受力图

在研究物体的平衡、运动规律及变形时,需要分析其受力情况。被选择的这个物体称为研究对象,在受力分析时,将研究对象从约束它的周围物体中分离出来,用约束力代替原约束。单独画出这个物体的轮廓图形,并将作用在其上的主动力和约束力全部画出来。

分离体:将所研究的物体(结构)从与周围物体的接触中分离出来,即解除其所受的约束,而代之以相应的约束反力。这种解除约束后的物体(结构)称之为分离体。

画受力图应遵循如下步骤:

(1) 根据题意,明确并选取研究对象,即分离体。按照需要可以选取单个物体,也可以选取几个物体组成的物体系统。

(2) 画出分离体上的全部主动力。

(3) 按照被解除约束的类型,逐一画出研究对象周围的所有约束对它的约束反力。

注意铰链约束反力的画法:被销钉连接的各物体之间没有直接的相互作用,它们只与销钉发生相互作用。铰链约束反力就是销钉对构件的反作用力。

难点与重点:

本章的重点是静力学基本概念、基本定理(公理)和约束力特性,而画受力图的过程,可以体现对此的掌握程度。例如:根据公理1,结构中如果有二力杆,要先取出来研究其受力;根据公理5,当取几个刚体的组合为研究对象时,注意区别内力和外力,受力图上只画外力。本章的难点是复杂铰链约束反力的画法,将通过下面的习题解析进行说明。

1.2 习题解析

1-1 试分别画出图1-2-1所示各物体的受力图及整体的受力图(不包括销钉与支座)。未标出重力的物体自重不计,所有接触处均为光滑接触。

解:(1) 分析图1-2-1(a),将支座去掉,得到分离体。先画主动力,再画约束力(图1-2-1(a₁))。由于满足三力汇交定理条件:只受三力作用而平衡, F_A 的方向可以确定为垂直于支持面并且 F 与 F_A 有汇交点,第3个力 F_B 一定过此汇交点。这样可确定 F_B 的方向,不必再向两个方向分解。三力汇交形式的受力图如图1-2-1(a₂)所示。

将图1-2-1(a₁)和(a₂)比较:图(a₁)中 B 处两正交的力并不能合成为图(a₂)中的 F_B ,但仍然是正确的,在后面求解时,得到 F_{Bx} 为负值。当力系简单时,可以直接判断作用力实际的指向。在复杂的受力情况下,往往不能事先确定力的实际指向,这时可以将固定铰支座的力沿不平行的两方向分解,指向可以任意假定。如果假定的方向与实际的方向相反,通过解析法计算会得到负值。

(2) 分析图1-2-1(b),取整体为研究对象(左右两个部分的组合),受力图如图1-2-1(b₁)所示,根据公理2的推论1,已知力 F_2 可以沿作用线移动。由于已刚化为一个刚体, C 处不要再画力,销钉与左右两个部分间的相互作用力为内力;左右两个部分分别作为研究

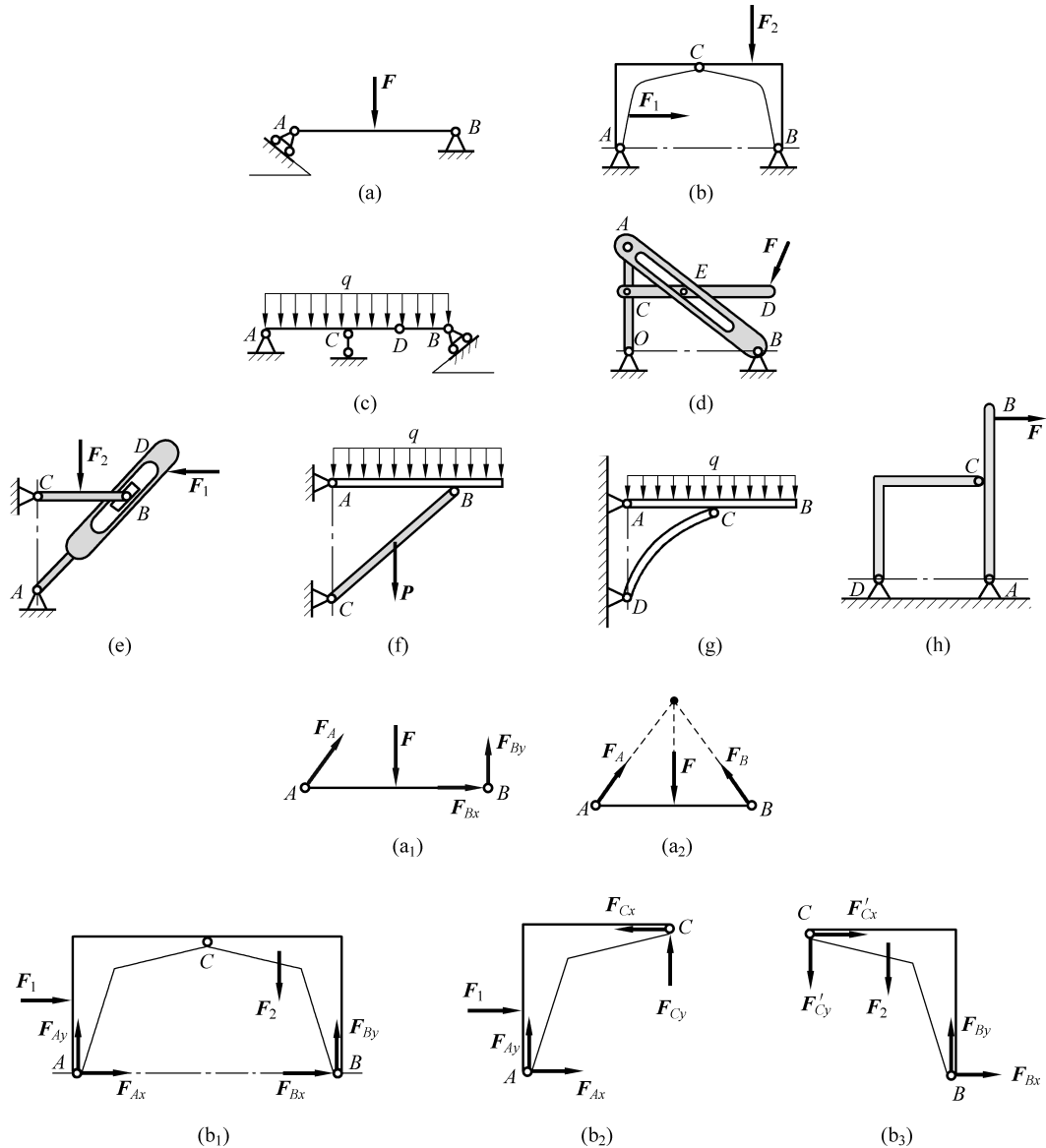


图 1-2-1

对象,受力图分别为图 1-2-1(b₂)和(b₃),要注意 C 处的作用力,根据公理 4,要画成大小相等、方向相反的力,分别作用在两个物体上。

(3) 分析图 1-2-1(c),主动力为均布载荷,按照原样画;如果给出作用的长度 l ,则可以求出均布载荷的合力为 ql ,合力作用点在均布载荷作用的中点处。

左右两个部分组合的受力图如图 1-2-1(c₁)所示,只要去掉支座,代之以相应反力即可。要注意 B 处的可动支座是放在倾斜面上的,约束力要垂直于斜面。

(4) 分析图 1-2-1(d),销子 E 钉在杆 CD 上,放到 AB 杆的光滑槽内,O、B 处为固定铰支座,C、A 处为中间铰。

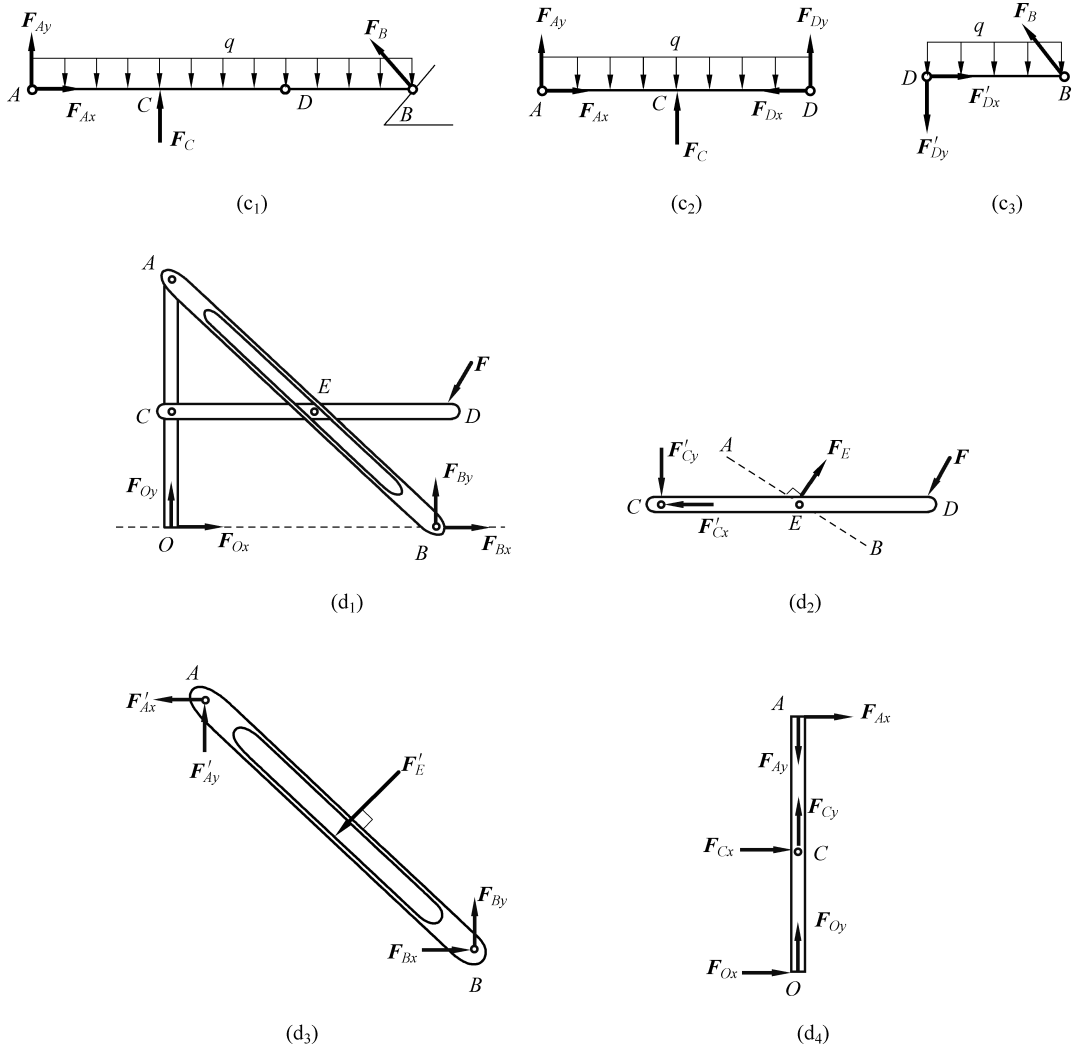


图 1-2-1(续)

注意：光滑面只能提供垂直于面的约束力，图中假设销子与滑槽的下侧接触；当然也可假设销子与滑槽的上侧接触，但只能选择其中一种，不能在滑槽的两个面上同时画约束力。

(5) 分析图 1-2-1(e)，图 1-2-1(e₁)AD 杆(不带滑块)的受力图；当取 CB 杆加滑块为研究对象时(图 1-2-1(e₂))，滑块上受到滑道的作用力 F_B 与 F'_B 互为反作用力。图 1-2-1(e₃)取滑块与滑道的组合为研究对象，杆 CB 的 B 端会通过销钉(中间铰)与滑块相互作用；图 1-2-1(e₄)为滑块受力图， F'_{By1} 与 F'_{Bx1} 的合力与 F_B 平衡。图 1-2-1(e₅)为 CB 杆不带滑块的受力图， F_{By1} 、 F_{Bx1} 与图 1-2-1(e₄)中 F'_{By1} 、 F'_{Bx1} 互为反作用力。

(6) 分析图 1-2-1(f)，由于考虑 BC 杆的自重，BC 杆不是二力杆，B 处应设为互相正交的两个力；反之，若将 B 处设成沿杆方向的一个力，则杆 BC 不会平衡，所以是错误的。

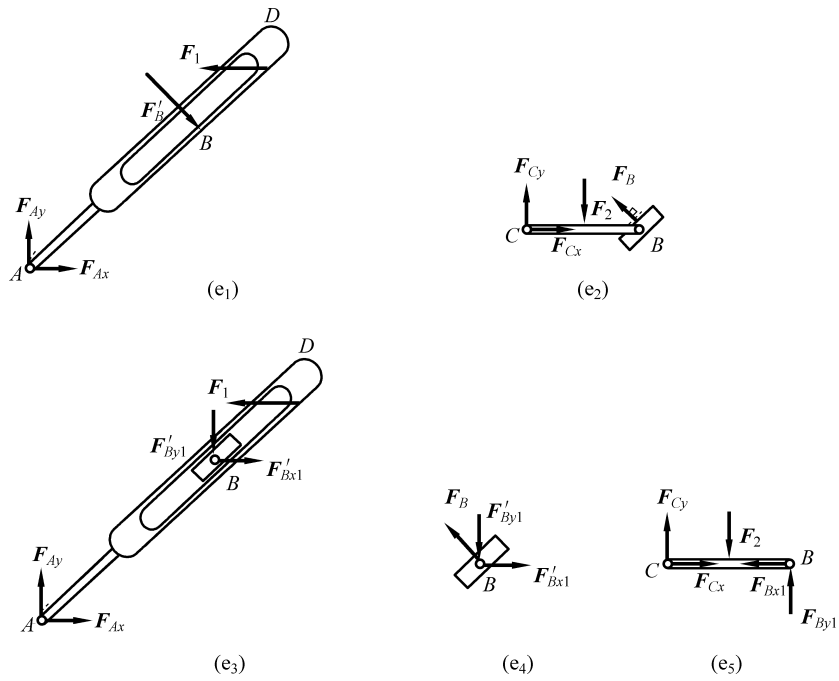


图 1-2-1(续)

图 1-2-1(g)和(f), 由于不考虑 CD 杆的自重, CD 杆是二力杆, 无论杆的形状如何, 只要只在两点受力而平衡时, 两力一定沿两点连线方向; 反之, 任何偏离 C 、 D 连线方向的力都会使 CD 杆不能平衡。

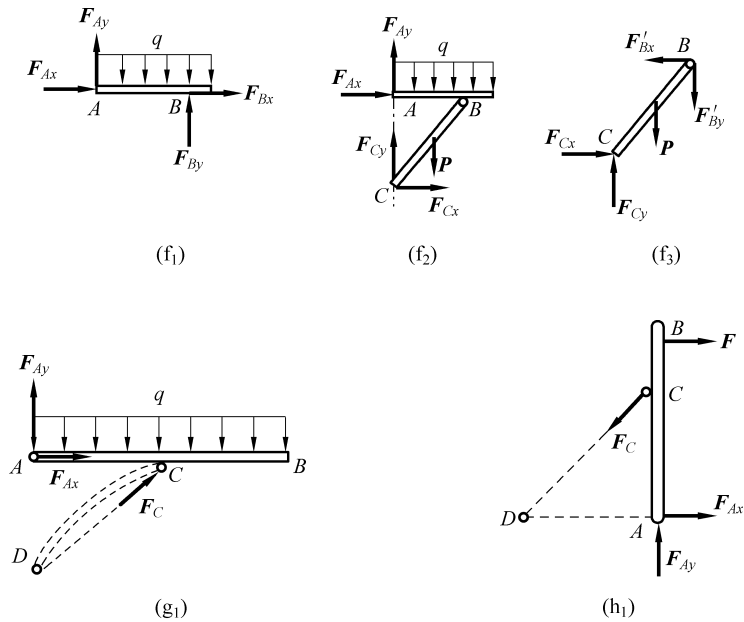


图 1-2-1(续)

销钉与杆上 C 、 D 两处的孔的接触点可以确定,约束力沿销钉中心和接触点的连线方向,两点的约束力“对拉”或“对压”。根据二力平衡公理,得到了 CD 杆上力的作用线方位,只剩下“大小”这一个未知元素,则不再需要将力分解为两个方向的未知量。

1-2 试画出下列每个标注字符的物体及整体的受力图(不包括销钉与支座)。未标出重力的物体自重不计,所有接触处均为光滑接触。

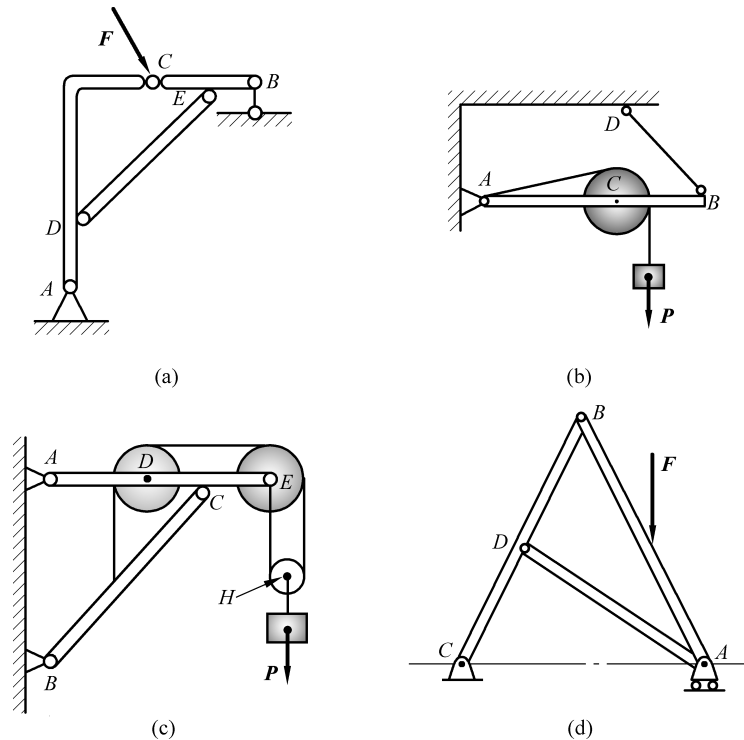


图 1-2-2

解: (1) 如图 1-2-2(a) 所示,直角曲杆 AC 与直杆 CB 在 C 处铰接, C 处受外力 F 作用。 C 处铰链称为复杂铰链,与 D 、 E 两处不同的是:除连接两个物体外,铰链上有外力 F 的作用。左侧直角曲杆与右侧直杆在复杂铰链 C 处不再是作用与反作用的关系,它们与销钉依然存在作用与反作用关系。

取研究对象时,复杂铰链处带销钉和不带销钉,所体现的力是不同的,要加以区分。

简单铰链(只有两个物体通过铰链相连接)情况下,无论所取研究对象是否带销钉,结果均相同。 A 、 D 、 E 、 B 处及前面习题 1-1 中各铰链都是简单铰链,取研究对象时无需指明是否带销钉。图 1-2-2(a₆) 为简单铰链 E 销钉的受力图,其上只有两个力作用,互相平衡, $F_{DE2} = F'_{DE1}$; 图 1-2-2(a₇) 为 DE 杆不带销钉的受力图, $F'_{DE3} = F_{DE1}$, 其中 F_{DE1} 与图 1-2-2(a₆) 中 F'_{DE1} 互为反作用力。综合图 1-2-2(a₆) 和图 1-2-2(a₇), $F_{DE2} = F'_{DE1} = F_{DE1} = F'_{DE3}$, 于是在图 1-2-2(a₈) 中,两端都带简单铰链的销钉,受力与图 1-2-2(a₇) 相同。

图 1-2-2(a₂) 为直角曲杆(C 处带销钉)的受力图,其上有外力 F 作用, F_{Cx} 和 F_{Cy} 是水平直杆 CB 的 C 端对销钉的作用力。图 1-2-2(a₃) 为杆 CB (C 处不带销钉)的受力图。图 1-2-2(a₄) 为销钉的受力图。其中 F_{Cx1} 和 F_{Cy1} 是 AC 的 C 端对销钉的作用力。将

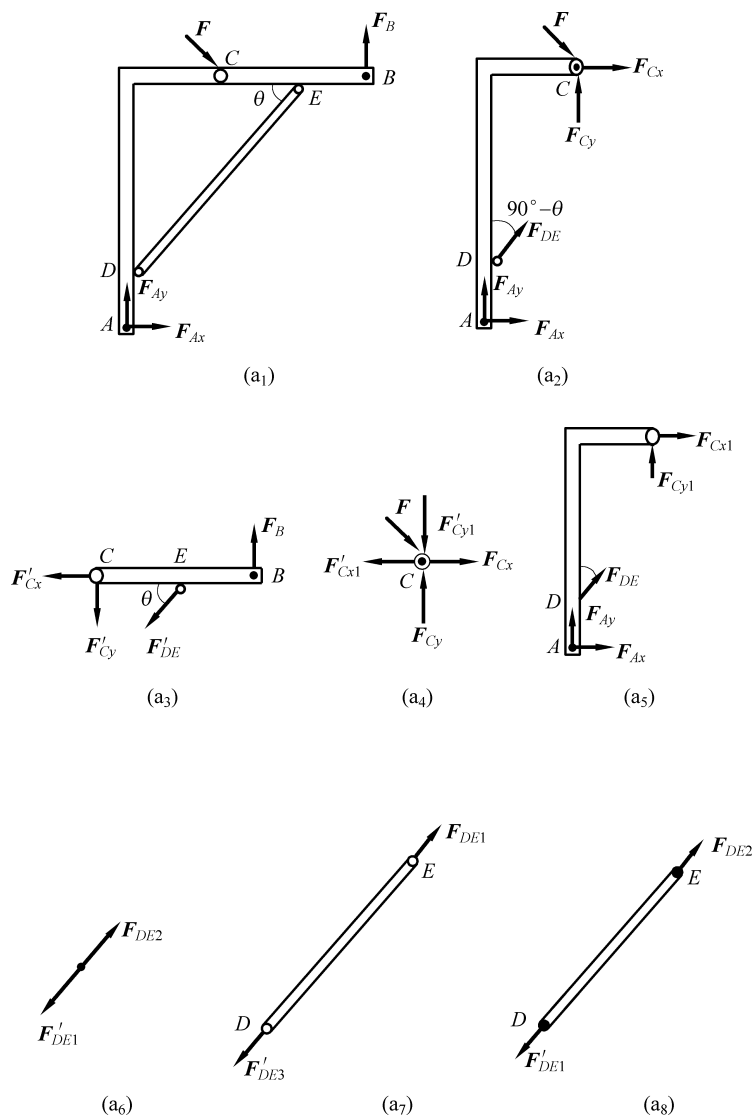


图 1-2-2(续)

图 1-2-2(a₄)与(a₅)组合,应为图 1-2-2(a₂)。图 1-2-2(a₅)为直角曲杆(C 处不带销钉)的受力图。

(2) 如图 1-2-2(b)所示,直梁 AB 的 A 端为固定铰支座, B 端由二力杆 BD 拉住而平衡, C 处销钉上挂滑轮 C, 一绳索跨过滑轮, 一端系在铰支座 A 上, 另一端挂重物(重为 P)。

A 处铰链为复杂铰链, 图 1-2-2(b₁)为整体的受力图, 包括直梁 AB 带销钉 A 及滑轮, 有绳索系在销钉 A 上; A 处去掉绳索, 则成为图 1-2-2(b₄)的 A 处。图 1-2-2(b₅)为铰链 A 的受力图。图 1-2-2(b₂)为直梁 AB(A 处不带销钉)的受力图。

(3) 如图 1-2-2(c)所示, 直梁 AE 与杆 BC 在 C 处铰接, 一绳索一端系于 BC 上, 跨过滑轮 D、E、H, 另一端系于 E 处销钉上。

E 处铰链为复杂铰链。图 1-2-2(c₅)的 E 处带销钉, 体现了所挂绳索的力以及与 E 处