

第一章 中学生数学核心素养

一、学生发展核心素养的含义与意义

学生发展核心素养是指学生应具备的能够适应个人终身发展、社会发展需要的必备品格和关键能力。学生的知识、技能、情感、态度、价值观等综合表现是核心素养的主要内容。因此,学生发展核心素养最初是在家庭和学校中得到培养,随后在一生中不断加以完善,这是一个终身持续的过程。

中国学生发展核心素养包括文化基础、自主发展、社会参与三个方面,综合表现为人文底蕴、科学精神、学会学习、健康生活、责任担当、实践创新六大素养,如图 1.1 所示。

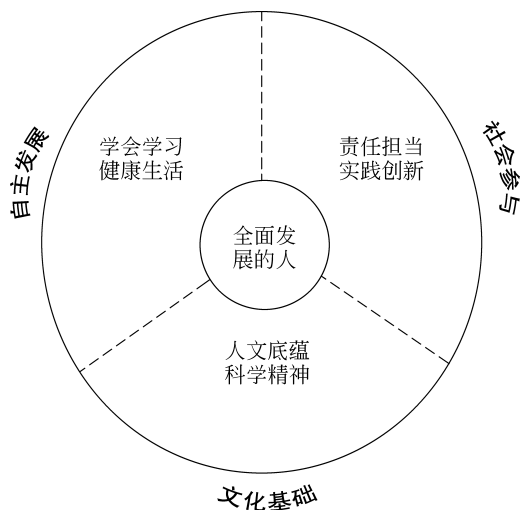


图 1.1 学生发展核心素养

(一) 学生发展核心素养的含义

1. 文化基础

在学生发展核心素养的培养过程中,文化基础强调习得人文、科学等各领域的知识和技能,掌握和运用人类优秀智慧成果,涵养内在精神,追求真善美的统一,发展成为有宽厚文化基础和更高精神追求的人。文化基础主要包括人文底蕴和科学

精神两个方面：人文底蕴主要是指学生在学习、理解、运用人文领域知识和技能等方面所形成的基本能力、情感态度和价值取向；科学精神主要是指学生在学习、理解、运用科学知识和技能等方面所形成的价值标准、思维方式和行为表现。

2. 自主发展

在学生发展核心素养的培养过程中，自主发展强调有效管理自己的学习和生活，认识和发现自我价值，发掘自身潜力，有效地应对复杂多变的环境，成就出彩人生，发展成为有明确人生方向、有生活品质的人。自主发展包括学会学习和健康生活两个方面：学会学习主要是指学生在学习意识形成、学习方式方法选择、学习进程评估调控等方面的综合表现；健康生活主要是指学生在认识自我、发展身心、规划人生等方面的综合表现，具体包括珍爱生命、健全人格、自我管理等基本要点。

3. 社会参与

在学生发展核心素养的培养过程中，社会参与强调处理好自我与社会的关系，养成现代公民所必须遵守的道德准则和行为规范，增强社会责任感，提高创新意识和实践能力，促进个人价值实现，推动社会发展进步，发展成为有理想信念、敢于担当的人。社会参与包括责任担当和实践创新两个方面：责任担当主要是指学生在处理与社会、国家、国际等方面的关系时所形成的情感态度、价值取向和行为方式；实践创新主要是指学生在日常活动、解决问题、适应挑战等方面所形成的实践能力、创新意识和行为表现。

（二）学生发展核心素养的主要表现

1. 人文底蕴

人文底蕴包括人文积淀、人文情怀和审美情趣。其中，人文积淀的重点是具备古今中外人文领域基本知识，能够理解和掌握人文思想中所蕴含的认识方法和实践方法等；人文情怀的重点是具有以人为本的意识，尊重、维护人的尊严和价值，能够关切人的生存、发展和幸福等；审美情趣的重点是艺术知识、技能与方法的积累，能够理解和尊重文化艺术的多样性，具有发现、感知、欣赏、评价美的意识和基本能力，能够在生活中拓展和升华美等。

2. 科学精神

科学精神包括理性思维、批判质疑精神和勇于探究精神。其中，理性思维的重点是崇尚真知，能理解和掌握基本的科学原理和方法，尊重事实和证据，有实证意识和严谨的求知态度，逻辑清晰，能运用科学的思维方式认识事物、解决问题、指导行为等；批判质疑精神的重点是具有问题意识，能独立思考、独立判断，思维缜密，能多角度、辩证地分析问题，做出选择和决定等；勇于探究精神的重点是具有好奇心和想象力，能不畏困难，有坚持不懈的探索精神，能大胆尝试，积极地寻求有效解决问题的方法等。

3. 学会学习

学会学习包括乐学善学、勤于反思和信息意识。其中,乐学善学的重点是能正确认识和理解学习的价值,具有积极的学习态度和浓厚的学习兴趣,能养成良好的学习习惯,掌握适合自身的学习方法,能自主学习,具有终身学习的意识和能力等;勤于反思的重点是培养对自己的学习状态进行审视的习惯,善于总结经验,能够根据不同情境和自身实际情况,选择或调整学习策略和方法等;信息意识的重点是能自觉、有效地获取、评估、鉴别、使用信息,具有数字化生存能力,主动适应“互联网+”等社会信息化发展趋势,具有网络伦理道德与信息安全意识等。

4. 健康生活

健康生活包括珍爱生命、健全人格和自我管理。其中,珍爱生命的重点是理解生命意义和人生价值,具有安全意识与自我保护能力,掌握适合自身的运动方法和技能,养成健康文明的行为习惯和生活方式等;健全人格的重点是具有积极的心理品质,自信自爱,坚韧乐观,有自制力,能调节和管理自己的情绪,具有抗挫折能力等;自我管理的重点是能正确认识与评估自我,依据自身个性和潜质选择适合的发展方向,合理分配和使用时间与精力,具有达成目标的持续行动力等。

5. 责任担当

责任担当包括社会责任、国家认同和国际理解。其中,社会责任的重点是自尊自律,文明礼貌,诚信友善,宽和待人,孝亲敬长,有感恩之心,热心公益和志愿服务,敬业奉献,具有团队意识和互助精神,能主动作为,履职尽责,对自我和他人负责,能明辨是非,具有规则与法治意识,积极履行公民义务,理性行使公民权利,崇尚自由平等,能维护社会公平正义,热爱并尊重自然,具有绿色生活方式和可持续发展理念及行动等;国家认同的重点是具有国家意识,了解国情历史,认同国民身份,能自觉捍卫国家主权、尊严和利益,具有文化自信,尊重中华民族的优秀文化成果,能传播弘扬中华优秀传统文化和社会主义先进文化,了解中国共产党的历史和光荣传统,具有热爱党、拥护党的意识和行动,理解、接受并自觉践行社会主义核心价值观,具有中国特色社会主义共同理想,有为实现中华民族伟大复兴中国梦而不懈奋斗的信念和行动;国际理解的重点是具有全球意识和开放的心态,了解人类文明进程和世界发展动态,能尊重世界多元文化的多样性和差异性,积极参与跨文化交流,关注人类面临的全球性挑战,理解人类命运共同体的内涵与价值等。

6. 实践创新

实践创新包括劳动意识、问题解决和技术运用。其中,劳动意识的重点是尊重劳动,具有积极的劳动态度和良好的劳动习惯,具有动手操作的能力,掌握一定的劳动技能,在主动参加的家务劳动、生产劳动、公益活动和社会实践中,具有改进和创新劳动方式、提高劳动效率的意识,具有通过诚实合法劳动创造成功生活的意识和行动等;问题解决的重点是善于发现和提出问题,有解决问题的兴趣和热情,能

依据特定情境和具体条件,选择制订合理的解决方案,具有在复杂环境中行动的能力等;技术运用的重点是理解技术与人类文明的有机联系,具有学习掌握技术的兴趣和意愿,具有工程思维,能将创意和方案转化为有形物品或对已有物品进行改进与优化等。

(三) 培养学生核心素养的意义

国家人才发展战略在教育改革领域的体现主要是培养和发展学生的核心素养,同时核心素养在教育领域落实的重要措施和必要途径是培育和践行社会主义核心价值观。培养学生核心素养是党的十八大报告提出的“立德树人”的教育工作根本任务的具体化,也是适应世界教育改革发展趋势、提升我国教育国际竞争力的迫切需要,还是培养适合未来发展、培养高质量现代化中国特色社会主义的建设者、接班人的重要战略举措。我国根据《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020年)》提出的培养学生核心素养的要求是:促进人的全面发展、适应社会需要,培养德智体美全面发展的社会主义建设者和接班人。学生核心素养是关于学生知识、技能、情感、态度、价值观等多方面要求的结合体,核心素养的培养是对学生的思想、态度、积极性等多种品质的全面培养,这些品质能够指导学生的行为方式与方向,在学生的成长成才过程中发挥稳定性、发展性的作用,对学生人格形成具有根本性的影响,能够促使学生终身发展、持续发展并且与时俱进,是学生未来适应社会、形成终身学习习惯、实现各种品质全面发展的基本保障。从学生德、智、体等诸方面全面发展来思考,培养学生核心素养可以为国家未来培养高素质的建设者与接班人。因此,在学生核心素的培养的过程中,需要关注学生的自我感悟,培养学生的自身能力与自觉性,解决学生的主观能动发展问题,最终使学生养成自觉和独立自主的能力。

对于学生的发展,核心素养具有根源性和支撑性的作用,是学生发展的根基和支柱,支撑着学生未来的发展。随着核心素养的提出,课程改革增添了内涵,充满了新的生命活力,使以人为本、以学生发展为核心的理念进一步得到彰显。课程改革的深化与核心素养有着直接的、深度的关联,主要体现在核心素养规定了课程改革的方向与宗旨,是课程改革的核心目标,并且可以作为教材编写、教育教学、考试评价、制度管理的根本依据。

二、中学生数学核心素养概述

数学课程目标是培养学生的数学素养,数学素养在数学学习过程中慢慢发展形成,对学生自主发展具有非常重要的作用。数学基础知识、基本技能、基本思想和基本活动经验(以下简称“四基”),以及发现问题能力、提出问题能力、分析问题

能力和解决问题能力(以下简称“四能”)和情感、态度、价值观是数学素养的基本内容,它体现了数学基本特征的必备思维品格和关键能力。而数学素养中最基本、最重要的组成部分是数学核心素养,课程的主要内容、课程目标要求以及学业质量都是通过数学核心素养反映的。

(一) 中学生数学核心素养的概念

在《普通高中数学课程标准(2017年版)》(以下简称“新课标”)中,数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算和数据分析是数学核心素养的六个主要方面,新课标对数学核心素养的概念进行了界定,并对数学核心素养在数学与生活中的作用和意义进行了描述,如表 1.1 所示。它是数学“四基”“四能”的延续和深化。数学核心素养是数学课程目标的重要组成部分,数学核心素养是通过“情境与问题”“知识与技能”“思维与表达”“交流与反思”四个方面表现出来的,这四个方面也是描述数学核心素养水平的四个维度。六个数学核心素养是相互关联、相互渗透的有机整体,学生在进行数学学习时,有发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的过程,每一个核心素养在不同的环节发挥着各自的作用,但各个核心素养并不是孤立的存在。例如,在直观想象中,蕴含着抽象、推理、模型;在数学抽象中,也离不开直观想象、推理、模型;在数学建模的过程中,更需要直观想象、推理、模型交互发挥作用。数学核心素养不是独立于知识、技能、思想、经验之外的“神秘”概念,而是综合体现出学生对数学知识的理解、对数学技能方法的掌握、对数学思想的感悟及对数学活动经验的积累。

表 1.1 《普通高中数学课程标准(2017年版)》数学核心素养的要素划分

构成要素	外 延
数学抽象	从数量与数量关系、图形与图形关系中抽象出数学概念及概念之间的关系,从事物的具体背景中抽象出一般规律和结构,并用数学语言予以表征
逻辑推理	一类是从特殊到一般的推理,推理形式主要有归纳、类比;一类是从一般到特殊的推理,推理形式主要有演绎
数学建模	在实际情境中从数学的视角发现问题、提出问题,分析问题、建立模型,确定参数、计算求解,检验结果、改进模型,最终解决实际问题
直观想象	借助空间形式认识事物的位置关系、形态变化与运动规律;利用图形描述、分析数学问题;建立形与数的联系,构建数学问题的直观模型,探索解决问题的思路
数学运算	理解运算对象,掌握运算法则,探究运算思路,选择运算方法,设计运算程序,求得运算结果等
数据分析	收集数据,整理数据,提取信息,构建模型,进行推断,获得结论

上述六个要素集中体现了数学核心素养的本质属性和要求,从一般的要求来

看,学会学习、数学应用、创新意识等也应被视为数学核心素养的表现,它们在数学学习活动中更是思维品质和能力的一种综合体现。从发展的角度来看,数学素养是当前或未来生活为满足个人成为会关心、会思考的市民而需要具备的认识,学生要理解数学在自然、社会生活中的地位和作用,具有做出数学判断以及参与数学活动的 ability。《普通高中数学课程标准(2017版)》指出数学核心素养具有数学的基本特征,主要体现在五个方面,即关键能力、思维品质、情感、态度、价值观,同时这也是数学目标的集中体现。

新课标将非智力因素“情感、态度与价值观”的培育,贯穿并融入数学素养的六个要素的课程学习过程中,用数学抽象培养学生思维方式和解决问题的能力,用逻辑推理培养学生重论据、有条理、合逻辑的思维品质和理性精神,用数学建模提升学生的实践能力,增强创新意识和科学精神,用直观想象培养学生在具体的情境中感悟事物本质的能力,用数学运算帮助学生养成一丝不苟、严谨求实的科学精神,用数据分析培养学生通过分析数据认识事物的思维品质。

(二) 中学生数学核心素养的特征

数学核心素养主要有三个方面的特征,即综合性、阶段性和持久性。综合性是指数学核心素养在“四基”下的综合体现,是学生应具有的一种综合能力。阶段性是指对于同一个数学问题,不同年级的学生会采用不同的方法解决,因为他们的年龄和知识水平不同,从而形成了不同水平与阶段的数学核心素养。持久性是指数学核心素养伴随学生终身的学习历程。每个人在工作生活中都会有意识地运用数学思维方式去解决实际问题,在实际问题中,既包括数学问题又包括数学之外的问题,这就是持久性的基本体现。数学学习是一项持久的活动,在数学学习的整个过程中,学生形成数学核心素养才是数学学习的终极目的,这会令学生受益终生。

(三) 培养中学生数学核心素养的意义及内涵

随着素质教育浪潮的涌现,新时代教育更加注重对人的培养,发展人的综合素质,应试教育已经变得非常陌生,加强学生的数学核心素养的培养摆在了教育工作者面前。数学核心素养的培养是当下中学数学教学的现实需求,也是当下经济发展的必然产物。对新时期的学生来说,如果不能更好地掌握数学知识,就无法在信息时代有效地运用数学知识解决生活中的问题。这就要求中学生有一定的数学抽象能力,同时能对面前的数据进行有效的分析,能借助于数学建模把抽象的数学理论转化为形象直观的模型,进而得出有用的答案。中学阶段的数学是一门逻辑性强的基础学科,学生不仅要掌握相对应的数学知识,还要能通过数学培养一种数学能力。数学知识的学习,可以使学生增强自我学习的意识,提升综合能力,指导学生以后的学习实践。

培养数学核心素养是学习数学最重要的一种学习方法,数学核心素养可以使
学生通过数学的角度去思考问题,以数学的视角去看待万物,通过自身的努力去发
现问题、探究问题,让学生从多个方面研究数学。在数学教学中注重核心素养的培
养,不仅促进着学生对学习数学的热爱,而且对学生的未来也具有一定影响。数学
是一门思维性很强的学科,学习数学能帮助学生拓宽自身的思维见解,对未来生活
中、工作中所遇到的问题可以有更深层次的见解。

1. 促进学校教育教学发展

培养学生的数学素养是数学教育中的一项关键任务。目前很多发达国家的中
学,都已经建立了完善的学生核心素养培养方案,并且研发了相关的评价机制。因
此,作为现在教育改革的重要内容之一的教学模式变化不仅是必然趋势,也为将来
的教育发展方向指明了道路。

2. 满足学生成长的需求

在学生成长和生活的过程中,学生可以随时应用数学知识,因此数学知识在实
际生活中的应用率很高。数学教育属于文化教育的一部分,在学生学习数学的过
程中进行数学理论的输入和数学技能的培养,对其个人成长发展有重要意义,并能
培养学生的世界观以及处理实际问题的能力。从人类发展史的研究可以看出,任
何一个时代和任何一个国家的数学水平都能展现出其当时文明发展的程度。

3. 满足数学科目发展的需求

数学思想和方法已经逐步成了人们认知世界的重要方式。为了确保数学知识
能够变成学生理解世界的基础武器,教育理应将数学知识本身最基础的观点和内
容作为教学的核心,对学生的思维模式进行优化,武装其大脑,促使其逐步成为当
下时代的优秀人才。数学教学活动同样需要顺应这一发展潮流,将重心更多地放
在学生核心素养的培养方面。

三、国内外中学生数学核心素养培养

(一) 国外中学生数学核心素养培养

20世纪70年代末,国外教育界提倡培养学生的数学素养主要是为了满足社
会的需求。美国全国数学督学理事会(NCSM)在《面向21世纪的基础数学》报告
中指出:“影响公民就业和收入的因素为性别和种族,除此之外,数学素养也是最
关键的因素之一。而对于现代教育而言,数学素养主要指数学知识、数学思维、数
学方法、数学思想、数学技能、数学能力、个性品质这七个方面”。国际学生评估项
目(PISA)指出:“数学核心素养指学会用数学语言交流;将现实问题数学化;学会
用数学去表述、推理和论证;运用数学来设计解决问题的策略;运用符号的、正式

的、技术的语言和运算；使用数学工具解释和预测现象；识别数学在世界中所起的作用及做出有根据的数学判断和决定七个方面”。可以看出国际学生评估项目所表示的这七个方面与我国《普通高中数学课程标准（2017年版）》中的十个核心词是相通的。国际学生评估项目通过对其研究结果进行分析、讨论与研究，提出了数学素养的概念，还提出了合格公民应该具备数学素养。具体可以表述为：公民处于不同的社会活动及生活情境中，通过对数学学科的学习，能够应用数学知识来理解所遇见的现象及问题，并且能够针对不同的事件做出最佳的判断以及合理的决策。具备以上能力的个体，被认为是一个有能力提出建设性意见和具备思辨能力的合格公民。

教育发展较早的欧洲国家以及美国对于数学核心素养不仅认识得较早，而且研究得较为透彻。通过教育成果的多寡，根据学生通过受数学教育后所得到的能力，这些国家按水平划分并建立了几何素养模型。

（二）国内中学生数学核心素养培养

通过研究国外“数学学科核心素养”的成果，结合我国基本国情，我国建立了“数学学科核心素养”的评估系统。

《普通高中数学课程标准（2017年版）》对“数学核心素养”进行了定义，表述为：数学核心素养是具有数学基本特征、适应个人终身发展和社会发展需要的必备品格与关键能力，它是数学课程目标的集中体现，它是在数学学习的过程中逐步形成的。根据2011年版义务教育数学课程标准，我国教育学者提出了“数学核心素养”体系，主要概括成六种“核心素养”。史宁中教授提出的数学基本思想将数学核心素养分为两个层级，其中，数学抽象、逻辑推理、数学建模在数学核心素养中占据着高层级的位置，而数学的基本能力（数学运算能力、直观想象能力、数据分析能力）可以被认为是次层级的数学核心素养。

在教学过程中，根据学生的生活经验，将知识点渗透到生活中，一方面可以使学生更容易理解和掌握概念，另一方面可以培养学生举一反三的能力，更好地将数学知识切入生活中，并能够真正地服务于生活。通过教授和鼓励学生勇于提出问题和利用自己的知识来解决问题，学生对所学数学知识的掌握程度得到提高，学生思辨的能力也得到锻炼。只有将主动提出问题、敢于面对问题以及合理地解决问题变成惯性思维的一部分，学生今后在面对社会上遇到的问题时才能从容应对。

在调查和了解国内外有关数学素养的相关研究及其在培养优秀人才过程中的作用后，可以看出数学知识不能代表数学素养，数学素养源于数学知识，但不仅是数学知识。数学素养是一种思维方式和习惯，包括对生活中各种数据的概念化、抽象化、模式化的认识。对中学生进行数学素养的培养能够提高学生的综合能力，包括思维能力、对数学的学习能力、对未知领域的科学探究能力以及面对问题时的解决能力等。