

第3章 空间量测与表达变换



知识图谱

空间量测是指对各种空间目标的基本参数量测，常见的空间目标量测包括距离、周长、面积、体积、空间形态以及空间分布。空间表达是基于地理认识理论，对复杂地理客观世界的等级、层次特征及地学过程和现象进行科学抽象和描述的方法。空间量测与表达变换是 GIS 空间数据的来源，是进行复杂的地学空间分析、模拟以及决策的基础和前提。

3.1 空间量测尺度



视频

GIS 空间量测目标分为实体与现象，实体描述空间的静态物体，一般以点、线、面和体的形式存在，现象则描述空间物体的发生发展过程，需要标明现象发生的时间，以便更精确地说明问题。在 GIS 中，比例尺对空间量测结果有很大影响。一定比例尺的空间数据决定了空间数据的密度、空间坐标的精度和影像数据的分辨率，也表达了空间目标的抽象程度，不同的比例尺可以改变空间目标的维度表达。

3.1.1 空间维度

对某一空间目标进行描述所选用的空间维度取决于空间尺度，而空间尺度的最终确定又取决于用户的需求和目的。用户在进行空间分析之前根据自己的需求和使用目的来确定空间量测的尺度，空间尺度一旦确定，就决定了在该尺度下的空间目标物被表达的空间维度。

1. 零维空间量测

在 GIS 空间数据采集中，点是组成线、面和体的基本元素，对点状地物进行空间量测时，不仅要考虑它的空间位置，还需要考虑它的属性特征。有时候对点状物的直接量测没有太大的意义，只需要知道它的属性信息，如研究全球港口城市间的航线网络，只需要知道航线网络的通达性、密集度以及航线路径，而不需要知道港口城市的大小、面积和形状等属性，研究者可以用点来代替航线所连接的港口城市，这样不仅减少了研究的复杂度，而且可以突出研究的主体，方便研究者从宏观上把握港口城市间的关联。

2. 一维空间量测

一维实际上指的是一条线，可以理解为点动成线，指没有面积与体积的物体。一维空间中的物体只有长度，没有宽度和高度。线是空间对象之间的边界，GIS 空间数据线状实体包括线段、边界、链、弧段及网络等形式。一维线状要素在表示空间目标时不考虑面积和体积等属性，而是突出地物的长度、弯曲度和走向等特征，用以表示任意曲线，如道路、河流和行政区划界线等。另外，一维线状要素作为组成面状要素或体状要素的构架，没有粗细，渲染时不可见。

3. 二维空间量测

面要素在二维欧氏平面上是指由一组闭合弧段所包围的空间区域。面状要素由闭合弧段所界定,因此二维矢量又称多边形。面积是物体在二维空间中的一种重要表现形式,面积的量算对于规则的几何形体来说比较容易,对不规则几何形体量测则相对复杂。对二维空间目标的量测除面积外,还包括周长、中心和质心等,而线状要素的倾角和倾向量测也可以在二维空间中进行。周长本身是一维空间中的线划要素表示,但是由于周长依附空间物体存在,而空间物体可以是面状或体状的,周长的量测是在二维或三维空间中进行的。中心和质心描述的是点要素在二维空间中的分布与组合情况,点要素在二维平面上组合成不同的空间形态,通过量测来确定其中心和质心,中心与质心的量测可以突出点在二维平面上的位置特征与空间形态特征,经常应用于空间选址和人口分布状况分析。

4. 三维空间量测

体是由一组或多组闭合曲面所包围的三维空间对象,三维空间对象也可以由二维空间对象组合而成,三维空间对象包括体元、标识体元、三维组合空间目标及体空间等。通过体的空间量测可以获得体积、表面积和周长等信息。通常情况下,三维指的是立体空间,还可以是二维对象与时间维的组合。例如,利用 GIS 对土地、沙漠或洪水等对象进行演变过程分析,获得空间对象变化的宏观信息,方便管理者依据空间对象变化趋势进行宏观决策。

3.1.2 分数维度

分形理论诞生于 20 世纪 70 年代中期,分为线性分形和非线性分形两大类,被科学界列入 20 世纪的 20 项重大科学发现之一,具有极强的解释力和概括力。分形这个名词是 Benoit Mandelbrot (1924—2010) 在 20 世纪 70 年代为了表征复杂图形和复杂过程首先引入自然科学领域的,它的原意是指不规则的和支离破碎的物体,后来人们用来描述自然界中不规则以及杂乱无章的现象和行为。其具有以下 5 个典型性质。

(1) 分形集都具有任意小尺度下的比例细节,或者说它具有精细的结构。

(2) 分形集不能用传统的几何语言来描述,它既不是满足某些条件的点的轨迹,也不是某些简单方程的解集。

(3) 分形集具有某种自相似形式,可能是近似的自相似或者统计的自相似。

(4) 形集的某种定义下的分形维数一般大于它相应的拓扑维数(topological dimension, D_t)。

(5) 分形集由非常简单的方法定义,可以通过变换的迭代产生。

自相似性(self-similarity)和分形维数是分形的两个基本特征,也是分形理论中最重要的两个概念。自相似性指的是局部和整体具有相似的性质,一般把具有这种性质的区间段称为无标度区间,即在此区间内,客观对象不具有特征长度。自相似性体现了分形具有跨越不同尺度的对称性。分形维数简称分维(fractal dimension),其变化是连续的,用它可以定量描述分形结构不规则程度、自相似的程度或破碎程度。

纯粹的分形要具有自相似性(即总起来看局部和整体是相似的)和标度不变性(即改变尺度或标度时,图形是相同的或相似的),但是从数学分形推广到自然界中存在的大量复杂的分形会遇到物理性、可变性和有限性等问题,应用分形理论的前提和关键是深入探讨研究对象的分形特征和分数维计算方法。

分数维在 1~2 时表示一条曲折的、不光滑的曲线,分数维越大,曲线就越加弯曲,就具有更大的长度;分数维在 2~3 时表示一个粗糙不平的曲面,分数维越大,曲面就越加凹凸不平,就具有更大的比表面积。由此可见,分数维的作用在于可以反映研究对象填充空间的程度。

3.1.3 属性数据的量测尺度

空间对象的表象信息是通过几何参数的量测及其相互转换获取的,然而,空间对象信息除几何量测数据外还存在属性数据。在 GIS 中属性数据是指与空间位置无直接关系的特征数据,它是经过抽象的地理实体变量,通常可将其分为定性和定量两种形式。定性属性数据表示空间实体性质方面的特征,包括名称、类型、种类等,多用字符和符号形式表示;定量属性数据用以表示空间实体数量方面的特性,多用数量和等级等数字形式表示。字符形式的属性类别数据通常采用逻辑关系处理,而数字形式的属性数据通常采用数学关系处理。属性数据的量测尺度或标准与几何数据不同,按其详细程度可分为命名量、次序量、间隔量及比率量 4 个层次。

(1) 命名量是空间属性数据量测中的一个重要尺度,用来描述事物名称上的差别,起到区分空间目标的作用,如 1 路和 2 路等将不同路线公交车区分开来。命名式的量测尺度又称类型量测尺度,只对特定对象进行标识,赋予一定性质而不定量描述,还可以用不同的数值或代码表示不同的植被类型或道路类型等,在需要的情况下还要给没有名称的空间对象进行命名,以便于对属性数据的统计量测。在用数值或代码表示时,其相互之间没有数量关系,对命名数据的逻辑运算只有“等于”或“不等于”两种形式,而其近似均值只能使用众数。

(2) 次序量是通过对空间目标进行排列来标识的一种量测尺度,对空间目标的描述是按顺序排列而不是值的大小。不同次序之间的间隔大小可以不同,如年龄段的划分——童年是 0~6 岁,少年是 7~17 岁,青年是 18~40 岁,中年是 41~65 岁,老年是 66 岁以后。次序数据的逻辑运算除“等于”和“不等于”外,还可以比较它们的大小,但是不能进行加、减、乘、除等运算。

(3) 间隔量是指不参照某个固定点,按间隔尺度表示相对位置的数据。间隔量测值可以定量地描述事物间的差异,其量测值可以比较大小,当两事物之间的间隔量测值相等时,则表明两事物处于同一水平,否则是相异的。量测值越大,其差异程度也越大,并且它们之间的差值大小是有意义的。

(4) 比率量是指那些具有真零值而且量测单位间隔相等的数据,它可以明确描述事物间的比率关系。例如,北京拥有汽车 800 万辆,徐州拥有汽车 200 万辆,则它们的比率关系为 $800/200=4$,表明北京汽车辆数是徐州的 4 倍。在比率尺度系统中,比率量测尺度与使用的量测单位无关,它是通过与某一固定点的比值计算得到的,支持加、减、乘、除等计算操作。

3.2 空间几何度量

空间几何度量是对点、线、面和体地理空间目标的位置、中心、重心、长度、面积、体积以及曲率等的量测。这些空间几何参数是了解空间对象特征、进行高级空间分析以及辅

助决策支持系统的基本信息。

3.2.1 位置

在研究分析地球空间事物时,首先要确定空间对象的空间位置,它是所有空间目标共有的描述参数。空间位置包括绝对位置和相对位置,借助空间坐标系来传递空间物体的个体定位信息,空间分析中所需要的位置信息是关于点、线、面和体目标物的绝对和相对位置信息。

绝对位置是指以经纬度和海拔高度为参照体现地物与地理现象间的空间关系,通常利用角度量测系统,计算赤道以北或以南的纬度以及本初子午线以东或以西的经度,就可以确定地球上任意一点的绝对位置,用这种方法比较容易描述任意对象的绝对位置。另外,一个参照点或坐标系中坐标原点确定的位置,也是一种绝对位置。例如,在对一幅图像进行数字化时,首先必须确定控制点的位置,并以此作为参照来确定其他点的位置,这样所得到的数字化图形中的各种空间对象才能与实际相符,数字化专题图才有利用价值。

在矢量数据结构中,其位置直接由坐标点来表示,所以位置相对明显,但是属性是隐含的;在栅格数据结构中,每一个位置点都表现为一个单位,属性是明显的,空间位置是隐含的。矢量点、线和面3类地理目标的空间位置用其特征点的坐标来表达和存储。点目标的位置在欧氏平面内用单独的一对 (x,y) 坐标表达,在三维空间中用 (x,y,z) 坐标表达;线目标的位置用坐标串表达,在二维平面欧氏空间中用一组离散化实数点对表达为 $(x_i,y_i),i=1,2,\dots,n$,在三维空间中表示为 $(x_i,y_i,z_i),i=1,2,\dots,n$,其中 n 是正整数;面状目标的位置由组成它的线状目标的位置表达;体状目标的位置由组成它的线状目标和面状目标的坐标表达。

相对位置是指空间目标物与周围地理环境要素和条件的空间方位关系,GIS空间分析对相对位置进行量测具有重要的实用意义。例如,要在某城市外围的某地区修建一个垃圾处理厂,在考虑现有的交通设施的基础上,还要考虑不干扰周围居民的日常生活,综合多方面因素选择最佳的垃圾处理厂位置,这里把市区的位置看作绝对位置,以市区为参照点来选取垃圾处理厂的相对位置,而不是随意在郊区选择一个位置。

确定相对位置的方法如下:①方向角和距离,在笛卡儿坐标系中,利用两点间的方向角和距离公式确定一个目标地物相对于另一目标地物的相对位置;②有序数对,利用绝对格网坐标系,在已知两个对象间的实际距离的前提下,通过两对坐标差可确定相对位置。公式为

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2}$$

其中, $x_2 - x_1$ 为 x 方向或经线方向上两点间的坐标差; $y_2 - y_1$ 为 y 方向或纬线方向上两点间的坐标差; d 为两点间距离。

空间对象位置的量测涉及数据精度,GIS数据的位置精度是指空间点位所获取的坐标值与真实坐标值的符合程度,研究对象主要是点、线和面的几何精度,常以坐标数据的精度来表示,它是GIS数据质量评价的重要指标之一。目前GIS空间量测的位置精度受到多方面因素的影响和制约,但是相对于旧的量测精度已有很大的提高,通过位置精度的优化实验,进而提高GIS数据的质量,将是空间量测重要的研究内容之一。

3.2.2 中心

空间量测的中心多指空间目标的几何中心，或由多个点组成的空间目标在空间上的分布中心。几何中心对空间目标的表达和分析具有重要意义，如要完成一幅小比例尺的中国地图绘制，就需要将城市的位置用点来代替表达，但是城市本身是面状对象，而面又由无数个点构成，用不同的内部点来代替面进行表达会有不同的效果。例如，上海作为我国的经济中心，经济发展快速，致使上海市呈现为由不同片区构成的不规则形状，如果随机采用市区的某一点来代表上海市的位置，会直接影响地图的精度。在这种以点示面的情况下，一般都是以几何中心来表达面状对象的位置和分布形态特征的，常用于选址和人口分布状况等分析，进而保证地图所需的精度要求。

规则的空间目标的中心非常容易确定，如线状地物的中心是该地物的长度的中点；圆形地物的几何中心是圆心；正方形和长方形以及规则多边形地物，其中心是它们对角线的交点；不规则面状体的几何中心则可以利用公式计算得出，如：

$$C_x = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$C_y = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

其中， C_x 、 C_y 分别为不规则面状地物几何中心的横坐标和纵坐标； n 为不规则多边形的顶点（vertices）个数（count）； x_i 、 y_i 分别为第 i 个顶点的横纵坐标。

多空间目标地物的空间分布形态中心的确定方式如下：先确定各个目标地物分布区域的几何中心，再以多个目标地物的几何中心为基础，来确定总体多个目标地物的几何中心。

3.2.3 重心

重心是描述地理实体空间形态的一个重要指标。从重心移动的轨迹可以得到空间目标的运动特征，重心量测经常用于宏观经济分析和市场区位选择，还可以监测某些空间分布的变化特征，如土地类型的变化、地震引起地球的局部陆地移动等。

外形规则、质地均匀的面状物体和线状物体的重心和中心是重合的，一般面状物体的重心可以理解为物体内部的平衡点，这个平衡点的查找可以用下面这种方法。例如，将一块密度均匀的木块悬挂起来，并将拉紧的悬线用铅笔画在木块上，再任意选择另外一点，重复同样的动作，两次画线的交点就是所找的平衡点。

面状物体的重心计算方法如下：将多边形的各个顶点投影到 x 轴上，得到一系列梯形，分别计算这些梯形的重心，然后将所有的梯形重心进行联合，从而确定整个面状多边形物体的重心。

按顺时针方向依次设多边形的顶点为 (x_i, y_i) ，则多边形的重心计算公式为

$$\begin{cases} X_G = \sum \bar{x}_i A_i / \sum A_i \\ Y_G = \sum \bar{y}_i A_i / \sum A_i \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_i = (y_{i+1} + y_i)(x_i - x_{i+1})/2 \\ x_i A_i = (x_{i+1}^2 + x_{i+1} + x_i^2)(y_i - y_{i+1}) \\ y_i A_i = (y_{i+1}^2 + y_{i+1}y_i + y_i^2)(x_i - x_{i+1}) \end{cases}$$

其中, $\bar{x}_i$ 和 $\bar{y}_i$ 为第 i 个梯形的重心坐标; A_i 为第 i 个梯形的面积。

3.2.4 距离

距离是空间尺度量测的基本参数, 它的数值可以代表点、线、面、体之间的距离, 由于空间目标物体分别属于不同的几何形态, 它们之间的量测会有所差别。

1. 直线距离

两点间的直线距离可以利用笛卡儿坐标系中两点间的距离公式求得, 设二维平面笛卡儿坐标系中的任意两点 A 、 B 的坐标分别为 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) , 则 A 、 B 两点间的距离计算公式为

$$d = |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

在三维坐标系中, 若任意两点 A 、 B 的坐标分别为 (x_1, y_1, z_1) 和 (x_2, y_2, z_2) , 则 A 、 B 间的距离为

$$d = |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

2. 球面距离

空间分析处理的数据大多需要投影, 根据投影原理可知, 空间两点间的距离的投影不能简单地按欧氏距离 (Euclidean distance) 来计算, 不仅要考虑平面坐标两点间的距离, 还要考虑球面上两点间的球面距离。假设球的半径为 R , 球心为点 O , 球面上任意两点 A 、 B 的球面经纬度坐标为 (ϕ_1, λ_1) 和 (ϕ_2, λ_2) , 如图 3-1 所示, 则 A 、 B 两点间球面距离计算公式为

$$\widehat{AB} = R \cdot \arccos[\sin \phi_1 \sin \phi_2 + \cos \phi_1 \cos \phi_2 \cos(\lambda_1 - \lambda_2)]$$

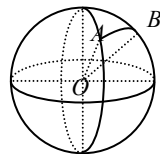


图 3-1 球面距离量测

此公式对 A 、 B 两点处于球面上任意位置均成立, 公式中的经纬度坐标都是有向角, 东经经度为正, 西经经度为负, 北纬纬度为正, 南纬纬度为负, 特别地: ①若 A 、 B 在同一经线上, 则 $\widehat{AB} = R \times \arccos[\cos(\lambda_1 - \lambda_2)]$; ②若 A 、 B 在同一纬线上, 则 $\widehat{AB} = R \times \arccos[\sin^2 \phi_1 + \cos^2 \phi_2 \cos(\lambda_1 - \lambda_2)]$ 。

大圆劣弧长度是球面上两点间的最短距离, 即沿大圆航线航行的里程最短、能耗最小且时间最短, 因此球面上两点间距离的量测对于航海、航空领域具有重要的商业价值和意义。

3. 函数距离

上述简单距离的量测都是绝对物理距离的量测, 没有考虑时间、摩擦、消耗或障碍物等其他因素的影响。然而, 在实际量测中, 汽车 GPS 导航仪显示的距离要比汽车实际行驶里程要少, 这是因为汽车在实际行驶时经过起伏不定的路面, 路线受到地面高程以及通达

度的影响。函数距离用于描述两点间距离的一种函数关系,如时间、摩擦和消耗等输入值与唯一输出值间的一种对应关系。如图 3-2 所示,虚线 MN 为地图上两个公交站点间的直线距离,实线 $M'N'$ 为公交车实际所走的路径距离。如果路径高程的变化是线性的,那么公交车实际所走的路程可用微积分求得,而现实中的地表高程的变化是非线性的,这使得计算变得相对复杂。在矢量 GIS 中,相对障碍物引起的里程偏移可以用非欧氏形式公式求得

$$d_{ij} = \sqrt[k]{(x_i - x_j)^k + (y_i - y_j)^k}$$

其中, k 为障碍物影响因子。

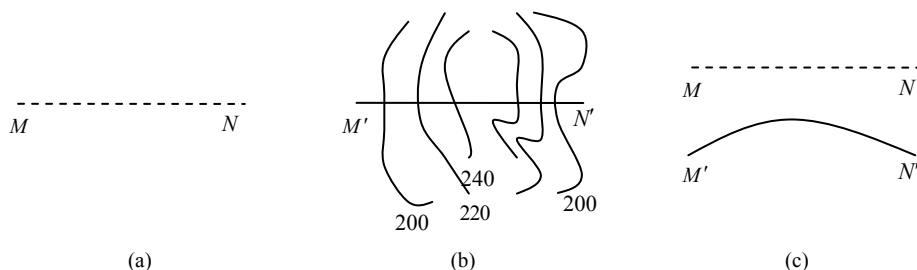


图 3-2 曲线距离量测示意图

3.2.5 长度

长度是空间线状物体最基本的参数之一,其数值既可代表线状对象的长度,也可代表面状对象和体状对象的周长。在矢量数据下,假设线状物体 L 由坐标串 (x_i, y_i) 或者 (x_i, y_i, z_i) 来表示,每一坐标对之间的距离都能通过勾股定理计算出来,则空间线状物体的长度累计计算公式为

$$L = \sum_{i=2}^n \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2 + (z_i - z_{i-1})^2}$$

对于复合线状物体长度的计算,需要先对其分支曲线分别进行长度计算,然后再求总长度。通常情况下,长度计算限制在二维空间中,其计算公式可简化为

$$L = \sum_{i=2}^n \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}$$

上述长度计算公式存在明显缺陷,即其计算出的长度值小于实际曲线长度值,因为其计算原理是用弦长代替弧长来求取曲线长度的,而弦长只有在微分线段的情况下才可视为与弧长相等。针对这种情况,可以通过合理地选择曲线坐标点串来提高精度,一般情况下坐标点应选择在曲线的拐点处,以保持两点之间的曲线段近似直线,使得优化后的计算结果与曲线的长度真值(actual value)更接近。

对于用栅格数据结构表达的线状物体,其长度可直接利用地物的骨架线延伸所通过的栅格数目来计算,为了保证精度和运算效率,骨架线通常采用四方向和八方向两种连接方式。如图 3-3(a)所示,在栅格数据结构中,栅格 0 与周围的 8 个相邻栅格以不同连接方式为邻,其中以边相邻栅格有 1、3、5、7,而以角相邻栅格有 2、4、6、8。

如果采用四方向连接,其骨架线是以边相邻的栅格相连接;如果采用八方向连接,其骨架线是以边或以角相邻的栅格相连接。同一地物用八方向连接和四方向连接表达的骨架

效果不同。如图 3-3(b)所示是四方向连接的骨架线,其存在较多的冗余栅格;如图 3-3(c)所示是由图 3-3(b)删除带点的栅格得到的八方向连接的骨架线。

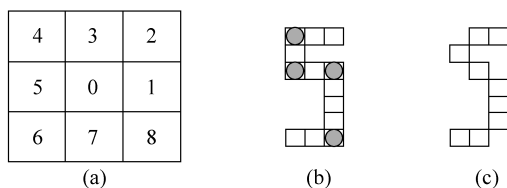


图 3-3 栅格长度计算示意图

线状地物的栅格数据格式通常表现为具有一定宽度的条带,其骨架线是条带的中心轴线,宽度为栅格单元的边长。线状地物长度按八方向连接的骨架线计算原理是以边相邻的栅格在空间上的延伸长度为 D ,以角相邻的栅格在空间上的延伸长度为 $\sqrt{2}D$,所以其长度计算公式为

$$l = (N_d + \sqrt{2}N_i) \cdot D$$

其中, D 为栅格单元边长; N_d 为骨架线中以边相邻对数; N_i 为对角相邻的栅格对数。

3.2.6 面积

面积的表达在二维欧氏平面上是指一组闭合弧段所包围的空间区域,对于简单的图形,如三角形、长方形、正方形、圆形以及可以分解成这些简单图形的复合图形,面积量测可以直接由公式计算出来。但是地理空间目标通常呈不规则的形态,如蜿蜒不断的丘陵、形状不定的湖泊等,其面积的量测比较复杂。

通常情况下,将不规则多边形边界分解为上下两半,分别求解上半边界下的积分值与下半边界下的积分值之差作为其面积,设面状物体的轮廓边界由一个点的序列 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2), \dots, P_n(x_n, y_n)$ 表示,如图 3-4 所示,则其面积 S 的计算公式为

$$\begin{aligned} S &= S_2 - S_1 \\ &= \frac{1}{2}(x_2 - x_1)(y_1 + y_2) + \frac{1}{2}(x_3 - x_2)(y_2 + y_3) \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{2}(x_1 - x_n)(y_n + y_1) \\ &= \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{n-1} (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) + (x_n y_1 - x_1 y_n) \right] \end{aligned}$$

其中, S 为所求不规则多边形的面积,在图 3-4 中以斜线阴影区域表示,该多边形由 n 个点组成,第 i 个点的坐标值为 (x_i, y_i) ; S_1 为下半边界的面积,在图 3-4 中以点阴影区域表示; S_2 为上半边界的面积,是图 3-4 中图形的全部区域,覆盖了 S 和 S_1 两个区域的面积。

在栅格数据结构中,通过计算具有共同属性的格网单元数量来确定某一区域的面积,在实际运用中只要将覆盖区域内的数据制成表格,从生成的表格中读取具有指定属性的格网单元总数,就可以获得该区域的面积。

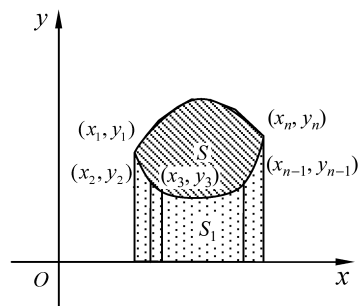


图 3-4 不规则多边形面积量测示意图

在矢量数据结构中,图形的面积是分成单个部分进行计算得到的,在进行数字化计算时,一般需要设定一个专用代码标识多边形。通过对每一组线段单元数字化,GIS软件会表示出该线段所产生的简单几何形状,计算出这些形状的面积,最后通过累加计算出总的多边形面积。

三维曲面的求解,有以下两种途径。

(1) 将三维曲面投影到二维平面上,计算出在平面上的投影面积。例如,地球陆地面积约 1.49 亿 km^2 ,这个面积不是指地球表面地形起伏的表面积,而是指地球陆地这一地理空间目标投影到地球旋转椭球体表面的面积,这个旋转椭球体表面在 Albert (阿尔伯特) 投影系下又可以转化为二维笛卡尔平面直角坐标系,其计算方法与二维平面的二元算法相似。

(2) 三维曲面的表面积。空间曲面表面积的计算与空间曲面拟合的方法和实际使用的数据结构类型相关。对于分块曲面拟合,曲面表面积由分块表面积计算得来,关键在于计算出曲面的表面积:①基于三角形格网的曲面插值通常使用一次多项式 (polynomials) 模型,这里三角形格网上的曲面实质为三角形平面的和;②对于正方形格网,其理论曲面模型为双线性多项式,无法以简单的公式计算出曲面的面积;③对于全局拟合的曲面,通常是将计算区域分割成若干规则单元,计算出每个单元的面积,再累加计算出总面积。

3.2.7 体积

体积通常量测的是空间曲面与基准平面之间的容积,其计算方法因空间曲面的不同而不同。一般情况下,基准平面为一水平面。形状规则的空间实体体积量测相对容易,形状不规则的空间实体的体积量测相对复杂。

通常情况下,在工程应用领域中当体积计算结果为正时称为“挖方”,体积为负时称为“填方”。复杂空间实体的体积计算可以采用等高线法,将空间高程 Z 值相等的点连接起来组成一维弧段,多组不同的一维曲面划分为一系列按特定方向展布的剖面,多组剖面可以构成对三维曲面的完备描述,如图 3-5 所示,其计算的 3 个步骤如下。

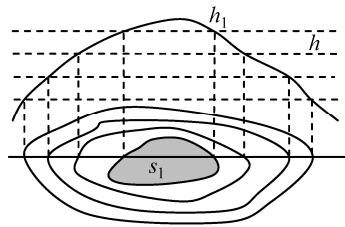


图 3-5 体测量测原理图

(1) 等高线的生成。

(2) 各条等高线围成面积的量算,设量算的面积分别是 $s_1, s_2, \dots, s_n$ 。

(3) 设等高线之间的高程差是 h ,则所量测的体积为

$$V = \frac{1}{3} s_1 \times h_1 + \left(\frac{1}{2} s_1 + s_2 + \dots + s_{n-1} + \frac{1}{2} s_n \right) \times h$$

其中, s_1 、 h_1 分别为最上层或者最下层等高线围成的面积和相应的等高差。

体积的计算原理是采用微分法求解近似值,通常采用的微分计算模型有三角体格网单元 (图 3-6) 和正方体格网单元 (图 3-7),它们的基本原理都是以基底面积乘以格网点曲面高度,总体积是这些基本格网上体积的总和。

1. 三角体格网单元算法

三角体格网模型的体积算法公式为

$$V = \frac{1}{3} S_A (h_1 + h_2 + h_3)$$

2. 正方体格网单元算法

正方体格网模型的体积算法公式为

$$V = \frac{1}{4} S_A (h_1 + h_2 + h_3 + h_4)$$

其中, S_A 为基底格网正方形 A 的面积。

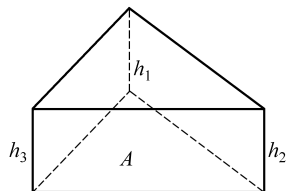


图 3-6 三角体格网单元

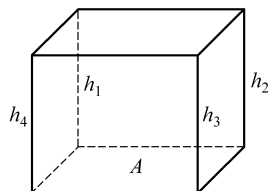


图 3-7 正方体格网单元

3.3 空间形态度量

对于空间目标的分析除空间几何参数量测外, 还需要量测其空间形态。点要素作为零维空间量测目标, 故不具备任何空间形态, 而线、面、体等作为超零维的空间目标, 各自具有不同的几何形态, 并且随着空间维数的增加空间形态愈加复杂。

3.3.1 方向

物体的空间位置一般用坐标来表示, 也可以用方位(方向和位置)来描述, 如图 3-8 所示。例如, 在三维空间中的点实体 P 的坐标为 (x, y, z) , 其方向可以用 (θ, α) 表示, 其中, θ 为 OP 与 z 轴正向之间的夹角, α 为 OP 在 xOy 面的投影与 y 轴正向之间的夹角。如图 3-9 所示, 若线实体 MN 的两端点的坐标分别为 $M(x_1, y_1, z_1)$ 和 $N(x_2, y_2, z_2)$, 则线实体 MN 的方位同样也可以用 (θ, α) 表示, 其中, θ 为 MN 与 z 轴正向之间的夹角, α 为 MN 在 xOy 面的投影与 y 轴正向之间的夹角。

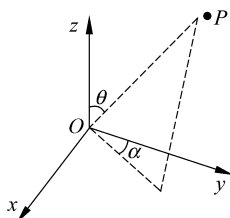


图 3-8 点实体方向

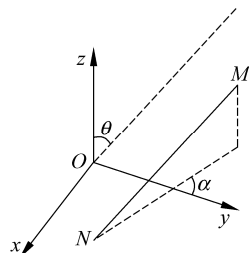


图 3-9 线实体方向

根据点实体的坐标 (x, y, z) , 其方向计算公式为

$$\theta = \arccos \left(\frac{|z|}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right)$$

$$\alpha = \arctan \left(\left| \frac{x}{y} \right| \right)$$