

# 工程力学总论

---

## 0.1 工程力学的研究内容

力学是一门与工程领域密不可分的学科。力学既是一门基础科学——它所阐明的规律带有普遍的性质,又是一门技术科学——它是许多工程技术的理论基础。而工程力学既是力学的一个学科分支,也是力学和工程学相结合的产物。工程中的许多力学问题,如机械工程中的零件受力和设计问题、土木工程中的梁柱承载能力问题、生物化学工程中的压力容器和管道的强度问题等,都需要工程力学提供理论分析的依据和计算方法。

当力作用在物体上时,其会使物体产生相应的变化,通常称为力的作用效应,包括运动效应和变形效应。力使物体的运动状态发生改变,称为运动效应,物体静止不动或做匀速直线运动是一种特殊的运动状态,称为平衡状态;力使物体的形状和尺寸发生改变,称为变形效应。工程力学是研究物体在力的作用下最基本的规律,用以指导人们认识自然、科学地从事工程技术工作。

本书所研究的工程力学内容包括工程静力学和材料力学两部分。工程静力学研究物体特殊的运动状态——平衡状态,包括力和力系的基本性质、物体的受力分析和物体平衡的受力条件;材料力学研究工程构件受力后的力学行为,如变形、破坏等规律,并建立相应的设计计算准则。

工程力学是许多工科专业的一门技术基础课。通过学习工程力学,可以为进一步学习与其相关的专业课程打下必要的理论基础,也为将来从事工程设计和力学计算提供基本的理论知识和计算方法。

## 0.2 工程力学的研究模型

与其他学科一样,在工程力学的研究中,需要把所研究的对象进行适当简化,略去一些次要因素,只保留主要因素,从而将实际物体抽象成便于分析研究的力学模型。根据不同的研究目的,工程力学中主要采用刚体和变形固体两种力学模型。

实际物体在力的作用下都会产生变形。当研究物体的运动效应(包括平衡状态)时,若所研究物体的变形极小,即对物体的受力和运动影响很小,则可以略去其变形,将其简化为“刚体”。例如,在研究构件平衡状态下的受力时,可以忽略构件的变形,用构件的原始尺寸

进行计算。当研究工程构件受力后的变形和破坏规律时,即使其变形量很小也必须将构件简化为变形固体。刚体与变形体也不是绝对的,如在变形问题的分析中,当涉及平衡问题时,大部分情况下仍然可以沿用刚体模型。

### 0.3 工程力学与生产实践的关系

工程力学是一个由公理、定理、计算公式等组成的理论体系,这个体系是由在实践中提炼出的基本原理经过严格的数学推导形成,并经过实践的反复检验和验证的。工程力学对生产实践起着重要的指导作用,为工程构件的设计计算提供了可靠的理论基础和简便实用的计算方法。同时,随着工程技术不断地发展,出现了许多新的力学问题,工程力学又在广泛的应用过程中不断得到丰富和发展。

20世纪以前,推动近代科学技术进步的标志性的发明创造,如蒸汽机、铁路、桥梁、船舶、兵器等,都是在力学知识的积累和完善的基础上发展起来的。

20世纪,许多高新技术的产物,如高层建筑、大跨度桥梁、海洋钻井平台、航空航天器、机器人、高速列车、大型水利工程等无不包含大量的力学问题,这些高新技术的实现更是在工程力学的指导下完成的。

工程力学的研究方法包括理论方法和实验方法。对于工程实际中的力学问题,首先将其抽象简化为力学模型;然后通过实验观察和严密的数学推理,得到工程中适用的理论和计算公式,并用于指导实践。由于计算机技术的飞速发展,无论是在理论分析中,还是在实验分析中,计算机分析方法都得到了广泛的应用,成为推动工程力学发展的强大动力。

## 第1篇

# 工程静力学



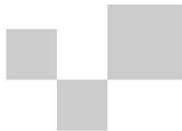
力是物体间的相互机械作用。在力的作用下,物体的运动状态会发生改变,同时物体的形状也会发生改变。

力使物体运动状态改变,称为力的运动效应;力使物体形状改变,称为力的变形效应。本篇主要研究内容是力的运动效应中的特殊情况——平衡状态。

平衡是一种特殊的运动状态,是指物体相对惯性参考系处于静止或匀速直线运动的状态。当物体平衡时,其受力必须满足一定的条件,称为平衡条件。工程静力学研究物体平衡的一般规律及利用平衡条件求解未知力的方法。

工程静力学的研究模型是刚体。





# 第1章

## 静力学的基本概念和受力分析

### 基本要求

- (1) 理解刚体和平衡的概念,掌握力的概念和三要素。
- (2) 了解力的平行四边形法则、力的作用与反作用原理及刚化原理。
- (3) 掌握二力平衡条件、三力平衡汇交条件和加减平衡力系原理及应用。
- (4) 熟练掌握各种约束及约束反力的画法。
- (5) 熟练掌握物体的受力分析,正确画受力图。

### 重点和难点

物体的受力分析及受力图。

## 1.1 静力学基本概念

### 1.1.1 刚体的概念

刚体是指受力后不变形的物体,其是一个理想化的力学模型。实际物体在力的作用下,都会产生不同程度的变形。但是,如果这些变形是微小的,对研究物体的平衡问题不起主要作用,那么就可以略去不计,而将其看成刚体,可使问题的研究大为简化。力学模型的选用并不是唯一的,而是与所研究问题的性质密切相关,当研究工程构件受力后的变形和破坏规律时,即使变形量很小也必须将构件简化为变形固体。

静力学研究的物体只限于刚体,故又称刚体静力学,它是研究变形体力学的基础。

### 1.1.2 力的概念

力是物体间的相互作用,这种作用使物体产生两种效应:一种是物体运动状态的改变,另一种是物体形状的改变。通常,前者称为力的运动效应,后者称为力的变形效应。静力学中把物体都视为刚体,因而只研究力的运动效应。实践表明,力对物体的作用效果取决于力

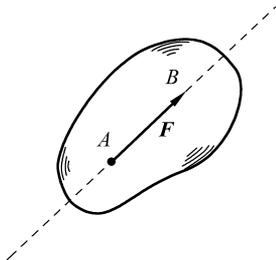


图 1-1

的三要素：力的大小、力的方向、力的作用点。可以用一个矢量来表示力的三要素，如图 1-1 所示。矢量的长度（ $AB$ ）按一定的比例尺表示力的大小，矢量的方向表示力的方向，矢量的始端（点  $A$ ）表示力的作用点，矢量  $AB$  所沿着的直线（图 1-1 中的虚线）表示力的作用线。人们常用黑体字母  $\mathbf{F}$  表示力的矢量，而用普通字母  $F$  表示力的大小。在国际单位制（SI）中，力的单位是牛顿，常用符号“N”表示，有时也以千牛顿（kN）作为力的单位。

通常，作用在同一研究对象上的一组力称为力系。

### 1.1.3 平衡的概念

平衡是指物体相对于惯性参考系（如地面）保持静止或做匀速直线运动的状态，如静止的桥梁和机床的床身、匀速直线飞行的飞机等都处于平衡状态。平衡是物体运动的一种特殊形式，当物体平衡时，其受力必须满足一定的条件，称为平衡条件。

## 1.2 静力学公理

公理是指人们在长期的生活和生产实际中总结出来的、经过反复实践检验证明的、符合客观实际的最普遍和最一般的规律。

### 1.2.1 二力平衡公理

作用在同一刚体上的两个力，使刚体处于平衡状态的充要条件是：这两个力的大小相等，方向相反，并且在同一直线上，如图 1-2 所示，即

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

该公理表明，作用于刚体上的最简单的力系平衡时所必须满足的条件。该公理只适用于刚体，对于变形体平衡，等值、反向、共线是必要条件，而非充分条件。例如，软绳受两个等值反向的拉力作用可以平衡，而受两个等值反向的压力作用就不能平衡。

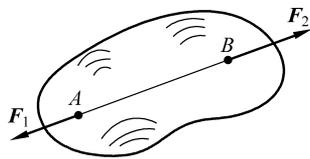


图 1-2

工程上常遇到只受两个力作用而平衡的构件，称为二力构件或二力杆。二力构件平衡时，二力必在两作用点的连线上，并且两作用力的大小相等，方向相反。如图 1-3(a) 所示，若自重不计，杆  $CD$  即是一个二力杆；如图 1-3(b) 所示，若不计自重，构件  $BC$  也是一个二力构件。

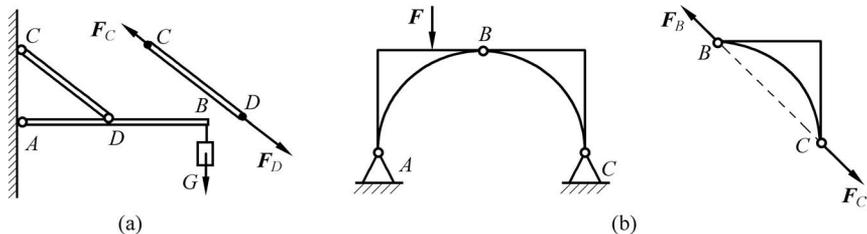


图 1-3

## 1.2.2 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力,并且其合力仍作用于该点上,合力的大小和方向由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来确定。

如图 1-4(a)所示,力  $F_1$ 、 $F_2$  为作用于  $O$  点的两个力,以这两个力为邻边作平行四边形  $OACB$ ,则对角线  $OC$  即为力  $F_1$  与  $F_2$  的合力  $F_R$ 。也可以说,合力矢  $F_R$  等于原来两个力矢  $F_1$  与  $F_2$  的矢量和,可用矢量式

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-2)$$

来表示。合力的大小可由余弦定理求出,即

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha} \quad (1-3)$$

式中,  $\alpha$  为力  $F_1$ 、 $F_2$  之间的夹角。

为便于求两个汇交力的合力,也可不画整个平行四边形,而从  $O$  点作一个力三角形,如图 1-4(b)所示。力三角形的两边分别是力矢  $F_1$  和  $F_2$ ,第三边即表示合力  $F_R$  的大小和方向。

显然,一个力可以沿任意两个方向分解,工程问题中常将力沿互相垂直的两个方向分解,这种分解称为正交分解。平行四边形法则表明了最简单力系的简化规律,它是复杂力系简化的基础。

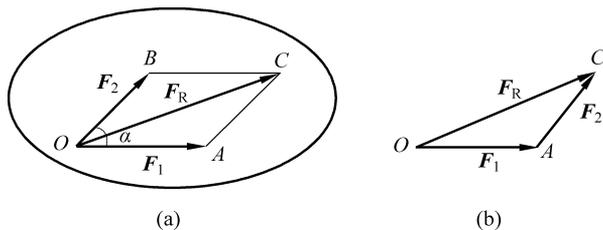


图 1-4

## 1.2.3 加减平衡力系公理

在已知力系上加上或减去任意的平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用。

也就是说,如果两个力系只相差一个或几个平衡力系,那么它们对刚体的作用是相同的,因此可以等效替换。根据加减平衡力系公理可以导出以下 2 个推论。

### 推论 1 力的可传性

作用于刚体上某点的力,可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点,而不改变该力对刚体的作用。

**证明:** 设力  $F$  作用于刚体上的  $A$  点,如图 1-5(a)所示。根据加减平衡力系公理,可在力的作用线上任意一点  $B$  加上两个相互平衡的力  $F_1$  和  $F_2$ ,使  $F = F_2 = -F_1$ ,如图 1-5(b)所示。力  $F$  和  $F_1$  也是一个平衡力系,故可除去,这样只剩下一个力  $F_2$ ,如图 1-5(c)所示。于是,原来的力  $F$  与力系  $(F, F_1, F_2)$  及力  $F_2$  互等。而力  $F_2$  就是原来的力  $F$ ,只是作用点移到了  $B$  点。

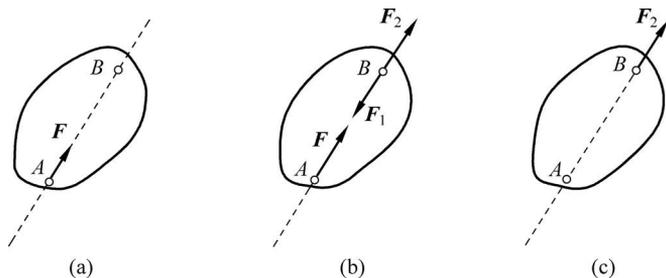


图 1-5

由此可见,对于刚体来说,力的作用点不是决定力的作用效果的要素,它已被作用线所代替。因此,作用于刚体上的力的三要素是:力的大小、方向和作用线。

### 推论 2 三力平衡汇交定理

刚体在三个力的作用下平衡,若其中二力作用线相交,则第三个力的作用线必过该交点,并且三力共面。

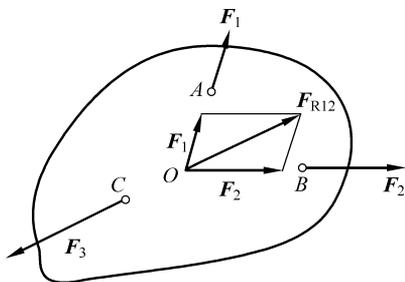


图 1-6

**证明:** 如图 1-6 所示,刚体上  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点分别作用力  $F_1$ 、 $F_2$  和  $F_3$ ,其中力  $F_1$  与  $F_2$  的作用线相交于  $O$  点,刚体在此三力作用下处于平衡状态。根据力的可传性,将力  $F_1$  和  $F_2$  合成得合力  $F_{R12}$ ,则力  $F_3$  应与  $F_{R12}$  平衡,因而  $F_3$  必与  $F_{R12}$  共线,即  $F_3$  作用线也通过  $O$  点。另外,因为  $F_1$ 、 $F_2$  与  $F_{R12}$  共面,所以  $F_1$ 、 $F_2$  与  $F_3$  也共面。于是,三力平衡汇交定理得证。利用三力平衡汇交定理,可以确定刚体在三力作用下平衡时未知力的方向。

## 1.2.4 作用力与反作用力定律

两物体间的作用力与反作用力总是同时存在的,并且两力的大小相等、方向相反、沿同一直线,分别作用在两个相互作用的物体上。

作用力与反作用力定律概括了物体间相互作用的关系,表明作用力和反作用力总是成对出现的。如图 1-7 所示,钢丝绳起吊一重物, $W$  为重物所受的重力, $F_T$  为钢丝绳作用于重物上的拉力。因为  $W$  与  $F_T$  都作用在重物上使重物保持静止,所以它们构成二力平衡。对于拉力  $F_T$  和重力  $W$  的反作用力,首先要弄清哪个是受力物体,哪个是施力物体,也就是要分清是“谁对谁”的作用。由于拉力  $F_T$  是钢丝绳拉重物的力,所以  $F_T$  的反作用力一定是重物拉钢丝绳的力  $F'_T$ ,它与  $F_T$  大小相等、方向相反、作用在同一直线上。因为  $W$  是地球对重物的引力,所以它的反作用力必定是重物吸引地球的力  $W'$ (图中未画), $W'$  与  $W$  大小相等、方向相反、作用于同一直线上。由此可见,力总是成对地以作用力与反作用力的形式存在于物体之间,有作用力必有反作用力,它们同时出现、同时消失,分别作用在两个相互作用的物体上。

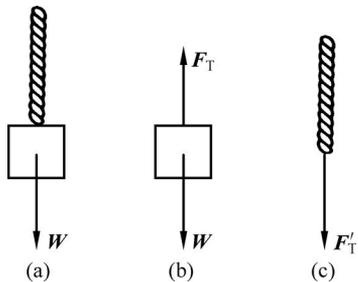


图 1-7

应用作用力与反作用力定律,可以把一个物体的受力分析与相邻物体的受力分析联系起来。

### 1.2.5 刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡,若将此变形体刚化为刚体,则其平衡状态保持不变。

刚化原理提供了把变形体看作刚体模型的条件。如图 1-8 所示,若柔性绳在等值、反向、共线的两个拉力作用下处于平衡,如将柔性绳刚化成刚体,其平衡状态保持不变;但柔性绳在两个等值、反向、共线的压力作用下并不能平衡,这时柔性绳就不能刚化为刚体。但是,刚性杆在上述两种力系的作用下都是平衡的。

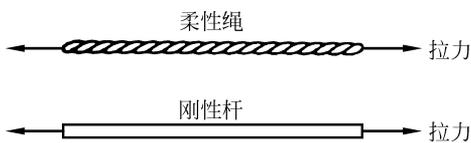


图 1-8

由此可见,刚体的平衡条件是变形体平衡的必要条件,而非充分条件。在刚体静力学的基础上考虑变形体的特性,可进一步研究变形体的平衡问题。

## 1.3 约束与约束反力

### 1.3.1 约束的概念

如果物体在空间沿任何方向的运动都不受限制,那么这种物体称为自由体,如飞行的飞机、火箭等。在日常生活和工程中,物体总是以各种形式与周围的物体互相联系并受到周围物体的限制,如转轴受到轴承的限制、卧式车床的刀架受床身导轨的限制、悬挂的重物受到吊绳的限制等,而不能做任意运动,那么这种物体称为非自由体。

凡是限制物体运动的其他物体称为约束,如上面提到的轴承是转轴的约束、导轨是刀架的约束、吊绳是重物的约束。约束可以限制物体的运动,也就是说,能够起到改变物体运动状态的作用,所以其实际就是力的作用。这种作用在物体上限制物体运动的力称为约束反力或约束力。约束反力的方向总是与约束所限制的运动方向相反,其大小是未知的。在静力学中,如果约束力和物体受的其他已知力构成平衡力系,那么可以通过平衡条件来求解未知力的大小。

### 1.3.2 工程中几种常见的约束类型

#### 1. 柔性约束

由柔软的绳索、链条、皮带等构成的约束统称为柔性约束。如图 1-9(a)所示,细绳吊住重物就属于柔性约束。这类约束的特点是:柔软易变形,只能受拉,不能受压,因此只能限制物体沿约束伸长方向的运动,而不能限制其他方向的运动。因此,柔性约束的约束力只能是拉力,并且作用在与物体的连接点上,作用线沿着绳索背离物体。图 1-9(b)所示  $F_T$  即为绳索给重物的约束力。

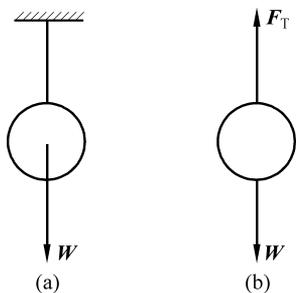


图 1-9

#### 2. 光滑接触面约束

两个互相接触的物体,如果略去接触面间的摩擦就可以认为是光滑接触面约束。这类约束不能限制物体沿接触面切线

方向的运动,只能限制物体沿接触面公法线方向向内的运动。因此,光滑接触面约束对物体的约束力作用在接触点处,作用线沿公法线方向指向物体。如图 1-10 所示,曲面 A 对小球的约束力为  $F_A$ ; 如图 1-11 所示,直杆 A、B、C 三处的约束力分别为  $F_A$ 、 $F_B$ 、 $F_C$ 。

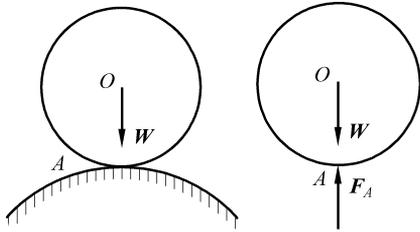


图 1-10

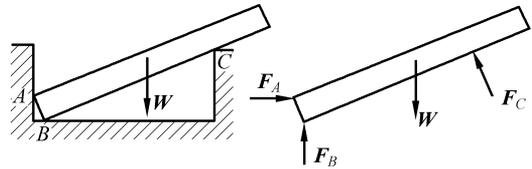


图 1-11

### 3. 光滑圆柱铰链约束

光滑圆柱铰链约束包括中间铰链约束、固定铰链支座及活动铰链支座。

#### 1) 中间铰链约束

机器中经常用圆柱形销钉将两个带孔零件连接在一起,如图 1-12(a)和(b)所示。这种铰链只能限制物体间的相对径向移动,不能限制物体绕圆柱销轴线的转动和平行于圆柱销轴线的移动,图 1-12(c)所示为中间铰链的简化示意图。若圆柱销与圆柱孔是光滑曲面接 触,则约束力应在沿接触线上的一点到圆柱销中心的连线上,并且垂直于轴线,如图 1-12(d)所示。因为接触线的位置不能预先确定,因而约束力的方向也不能预先确定。通常将约束力分解为两个相互垂直的分力,作用在圆心上,如图 1-12(e)所示。

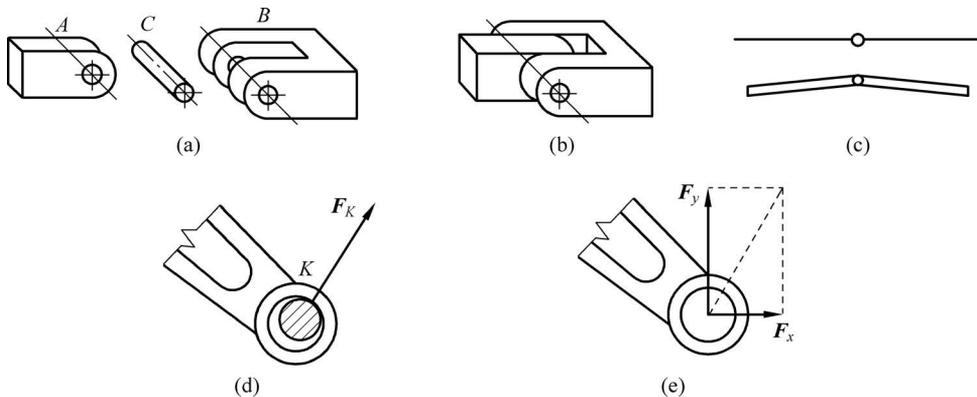


图 1-12

#### 2) 固定铰链支座

图 1-13(a)所示是一种常用的圆柱铰链连接,它由一个固定底座和一个构件用销钉连接而成,简称铰支座。这种支座的简化示意图如图 1-13(b)所示。铰支座约束的约束力作用在垂直于圆柱销轴线的平面内,通过圆柱销的中心,方向不能确定。通常约束力用相互垂直的两个分力表示,如图 1-13(c)所示。

#### 3) 活动铰链支座

如果在固定铰链支座的底部安装一排滚轮,如图 1-14(a)所示,就可使支座沿固定支承